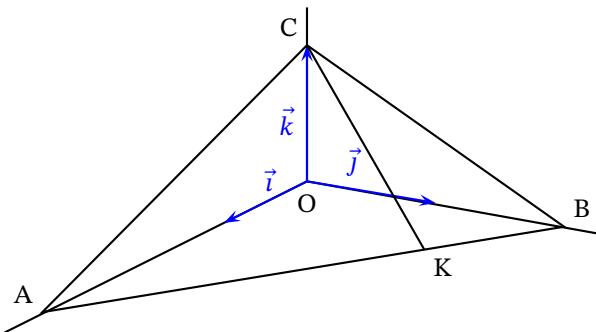


◆ **DS 3.1** L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points

$$A\left(2\sqrt{3}; 0; 0\right), \quad B(0; 2; 0), \quad C(0; 0; 1) \quad \text{et} \quad K\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{2}; 0\right).$$



1) Justifier qu'une représentation paramétrique de la droite (CK) est :

$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = \frac{3}{2}t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad \text{où } t \in \mathbf{R}.$$

2) Soit $M(t)$ un point de la droite (CK) paramétrée par un réel t .

Établir que $OM(t) = \sqrt{4t^2 - 2t + 1}$.

3) Soit f la fonction définie et dérivable sur \mathbf{R} par $f(t) = \text{OM}(t)$.

a) Étudier les variations de la fonction f sur \mathbb{R} .

b) En déduire la valeur de t pour laquelle f atteint son minimum.

4) En déduire que le point $H\left(\frac{\sqrt{3}}{8}; \frac{3}{8}; \frac{3}{4}\right)$ est le projeté orthogonal du point O sur la droite (CK).

5) Démontrer, à l'aide de l'outil produit scalaire, que le point H est l'orthocentre (intersection des hauteurs d'un triangle) du triangle ABC.

6) a) Démontrer que la droite (OH) est orthogonale au plan (ABC).

b) En déduire une équation du plan (ABC).

7) Calculer, en unité d'aire, l'aire du triangle ABC.

◆ **DS 3.2** Dans un souci d'améliorer sa politique en matière de développement durable, une entreprise a réalisé une enquête statistique sur sa production de déchets.

Dans cette enquête, les déchets sont classés en trois catégories :

- 69 % des déchets sont minéraux et non dangereux;
- 28 % des déchets sont non minéraux et non dangereux;
- les déchets restants sont des déchets dangereux.

Cette enquête statistique nous apprend également que :

- 73 % des déchets minéraux et non dangereux sont recyclables;
- 49 % des déchets non minéraux et non dangereux sont recyclables;
- 35 % des déchets dangereux sont recyclables.

Les parties A et B sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

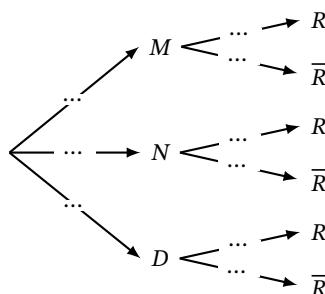
Partie A

Dans cette entreprise, on prélève au hasard un déchet. On considère les événements suivants :

- M : « Le déchet prélevé est minéral et non dangereux »;
- N : « Le déchet prélevé est non minéral et non dangereux »;
- D : « Le déchet prélevé est dangereux »;
- R : « Le déchet prélevé est recyclable ».

On note \bar{R} l'événement contraire de l'événement R .

- 1) Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous représentant la situation de l'énoncé.



- 2) Justifier que la probabilité que le déchet soit dangereux et recyclable est égale à 0,010 5.
 3) Déterminer la probabilité $P(M \cap \bar{R})$ et interpréter la réponse obtenue dans le contexte de l'exercice.
 4) Démontrer que la probabilité de l'événement R est $P(R) = 0,651 4$.
 5) On suppose que le déchet prélevé est recyclable. Déterminer la probabilité que ce déchet soit non minéral et non dangereux.
On donnera la valeur arrondie au dix-millième.

Partie B

On rappelle que la probabilité qu'un déchet prélevé au hasard soit recyclable est égale à 0,651 4.

- 1) Afin de contrôler la qualité de la collecte dans l'entreprise, on prélève un échantillon de 20 déchets pris au hasard dans la production. On suppose que le stock est suffisamment important pour assimiler le prélèvement de cet échantillon à un tirage avec remise.

On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de déchets recyclables dans cet échantillon.

- a) Justifier que X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.
 b) Donner la probabilité que l'échantillon contienne exactement 14 déchets recyclables.
On donnera la valeur exacte et la valeur arrondie arrondie au dix-millième.

- 2) Dans cette question, on prélève désormais n déchets, où n désigne un entier naturel strictement positif.
 a) Donner l'expression en fonction de n de la probabilité p_n qu'aucun déchet de cet échantillon ne soit recyclable.
 b) **Remarque 1** On fera cette question avec l'aide de la calculatrice. Je n'attends pas de justification.
 Déterminer la valeur de l'entier naturel n à partir de laquelle la probabilité qu'au moins un déchet du prélèvement soit recyclable est supérieure ou égale à 0,999 9.