

## 1 Un exemple d'utilisation

Dans le film *"A House of Dynamite"*, les États-Unis sont attaqués avec un missile balistique. L'armée envoie alors deux intercepteurs pour tenter de le stopper. Une fois lancés :

- chaque intercepteur a une chance sur deux de réussir son déploiement ;
- une fois déployé, un intercepteur a ..... de chance d'intercepter le missile.

**1)** Représenter par un arbre pondéré la situation pour un intercepteur (en notant  $D$  l'évènement « l'intercepteur est déployé correctement » et  $I$  l'évènement « l'intercepteur stoppe le missile »).

**2)** Calculer la probabilité qu'un intercepteur seul stoppe le missile :

.....  
.....

**3) a)** Dans le film, deux intercepteurs sont tirés. On suppose que chaque intercepteur a des résultats indépendant de l'autre, ce qui permet de représenter la situation par un Schéma de Bernoulli :

**b)** Calculer la probabilité que les deux intercepteurs stoppent tous les deux le missile :

.....  
.....

**c)** Calculer la probabilité que les deux intercepteurs stoppent (chacun) le missile :

.....  
.....

**4)** Calculer la probabilité que les deux intercepteurs ne réussissent pas à stopper le missile :

.....  
.....

**5) a)** Supposons maintenant qu'ils lancent 3 intercepteurs. Représenter la situation :

**b)** Calculer la probabilité que deux des trois intercepteurs réussissent à stopper le missile :

.....  
.....

**c)** Quelle est la probabilité que le missile ne soit pas stoppé ?

.....

On suppose maintenant que les États-Unis sont en mesure de lancer dix intercepteurs, et on note  $X$  la variable aléatoire qui compte le nombre d'intercepteurs stoppant le missile.

**1) Compléter :**

« Le fait qu'un intercepteur stoppe le missile est une .....  
..... de paramètre ..... »

«  $X$  compte le nombre de ..... dans la répétition de ..... épreuves de Bernoulli,  
..... et .....  
donc  $X$  suit une loi ..... de paramètres ..... et ..... »

**2) Calculer la probabilité que 3 intercepteurs stoppent le missile :**

.....  
.....  
.....

**3) Calculer la probabilité que 8 intercepteurs stoppent le missile :**

.....  
.....  
.....

**4) Calculer la probabilité que le missile soit stoppé :**

.....  
.....  
.....

On se demande combien d'intercepteurs ils aurait fallu lancer pour que le missile soit stoppé avec une probabilité supérieure à 99%. Pour cela, on suppose qu'on lance  $n$  intercepteurs et on note  $X$  le nombre d'intercepteurs stoppant le missile.

**1) Quelle loi suit  $X$ ?**

.....  
.....

**2) Calculer  $P(X = 0)$  :**

.....  
.....

**3) Calculer (en fonction de  $n$ ) la probabilité que le missile soit stoppé :**

.....  
.....  
.....

**4) Utiliser la calculatrice pour répondre à la question :**

.....  
.....  
.....  
.....

## 2 Des exercices

♦ **BIN.1** James joue aux fléchettes. A chaque lancer, la probabilité pour qu'il touche la zone rapportant 10 points est de 0,6. Il lance successivement 5 fléchettes.

On appelle  $X$  la variable aléatoire qui correspond au nombre de fois où il marquera au moins 10 points.

- 1) Expliquer pourquoi  $X$  suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- 2) Quelle est la probabilité pour qu'il marque exactement 2 fois 10 points ?
- 3) Quelle est la probabilité pour qu'il marque moins de 2 fois 10 points ?
- 4) Quelle est la probabilité pour qu'il marque au moins 1 fois 10 points ?

♦ **BIN.2** Soit un dé à 6 faces (non pipé) que l'on lance 20 fois de suite dans les mêmes conditions.

Quelle est la probabilité d'obtenir le chiffre "1" 4 fois sur les 20 lancers ?

♦ **BIN.3** Un lot de graines est réputé avoir un taux de germination de 80%. Soit  $X$  la variable aléatoire définissant le nombre de graines ayant germé dans un lot de 25 graines.

- 1) Quel est la loi suivie par la variable aléatoire ?
- 2) Calculer la probabilité que toutes les graines germent.
- 3) Calculer la probabilité que 20 graines germent.
- 4) Calculer la probabilité qu'au moins la moitié des graines germent.

♦ **BIN.4** Sur une route départementale, il y a un panneau 'stop' à l'intersection avec la route nationale.

On a remarqué que 5 % des automobilistes ne respectent pas ce stop, et que chaque jour 30 voitures se présentent à ce carrefour.

- 1) Quelle est la probabilité qu'aucun automobiliste ne 'grille' le stop ?
- 2) Quelle est la probabilité pour que moins de 10 % des automobilistes ne respectent pas le stop ?

♦ **BIN.5** On jette une pièce de monnaie parfaitement équilibrée 10 fois de suite.

Quelle est la probabilité d'obtenir au moins 2 fois 'pile' en 10 lancers ?

♦ **BIN.6** Une entreprise de matériel pour l'industrie produit des modules. Dans un important stock de ces modules, on en prélève au hasard 10 pour vérification. Le stock est assez important pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 10 modules.

On appelle  $E$  l'événement : 'Le module choisi ne présente aucun défaut'. On suppose que la probabilité de  $E$  est 0,902.

On considère la variable aléatoire  $X$  qui, à tout prélèvement de 10 modules, associe le nombre de modules réalisant  $E$ .

1) Expliquer pourquoi  $X$  suit une loi binomiale ; déterminer les paramètres de cette loi.

2) Calculer, à  $10^{-3}$  près, la probabilité que, dans un tel prélèvement, 9 modules au moins réalisent l'événement  $E$ .

♦ **BIN.7** Une machine produit en série des pièces de bois. Un contrôle permet de rejeter une pièce si sa longueur est insuffisante. La probabilité  $p$  qu'une pièce soit rejetée au contrôle est :  $p = 0,006$ .

De la production de la machine, on extrait des lots de 100 pièces prélevées périodiquement, au hasard et avec remise, et on contrôle chacun de ces lots. On note  $X$  la variable aléatoire qui, à chaque lot, associe le nombre de pièces rejetées.

- 1) Déterminer la loi suivie par  $X$  (préciser ses paramètres).
- 2) Calculer  $P(X = 4)$ .

♦ **BIN.8** Un grossiste en fournitures de bureau revend un ruban adhésif transparent répondant au critère  $C_1$  : pouvoir être repositionné au moins une fois sans arracher le support.

### Partie A

Ce grossiste a trois fournisseurs : Rubatop, ADZif et S.A.Col. Il commande 27 % des rubans adhésifs transparents chez Rubatop, 33 % chez ADZif et 40 % chez S.A.Col. Le pourcentage de rubans qui ne répondent pas au critère  $C_1$  est 2,9 % chez Rubatop, 3,1 % chez ADZif et 4,2% chez S.A.Col. Ensuite, les rubans sont répartis dans le rayon sans tenir compte du fournisseur.

- 1) Un client prend au hasard un ruban adhésif dans le rayon. Montrer que la probabilité d'obtenir un ruban ne répondant pas au critère  $C_1$  est 0,035 à  $10^{-3}$  près.
- 2) Le chef de rayon, après réclamation d'un client, a en main un ruban adhésif ne répondant pas au critère  $C_1$ . Quelle est la probabilité que ce ruban vienne de chez ADZif ?

### Partie B

La probabilité qu'un ruban adhésif jaunisse le papier est de 0,008. Un client achète 500 rubans adhésifs. On assimilera le choix de ces 500 rubans à un tirage aléatoire avec remise.

On s'intéresse à la variable aléatoire  $X$  qui compte, dans ce lot de 500 rubans adhésifs, le nombre de ceux qui jaunissent le papier.

- 1) Justifier que  $X$  suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- 2) Quelle est la probabilité qu'au moins 1 de ces 500 rubans adhésifs jaunisse le papier ?