1 Expressions sans parenthèses

En mathématiques, on est souvent amené à effectuer des opérations les unes à la suite des autres, et il faut savoir comment les écrire de manière efficace et qui ne laisse pas place à l'interprétation.

Commençons par étudier les enchaînements d'opérations sans parenthèse :

Proposition 3.1 (Additions sans parenthèses) — Dans une expression sans parenthèses qui ne contient que des additions, on peut effectuer les calculs dans l'ordre que l'on souhaite. On dit que l'addition est **commutative**.

Exemple 1

$$\begin{aligned} A &= 3 + 11 + 7 \\ &= \overset{3+7}{\widetilde{10}} + 11 \\ &= 21 \end{aligned}$$

Proposition 3.2 (Multiplications sans parenthèses) — Dans une expression sans parenthèses qui ne contient que des multiplications, on peut effectuer les calculs dans l'ordre que l'on souhaite. On dit que la multiplication est **commutative**.

Exemple 2

$$\begin{aligned} A &= 3 \times 15 \times 0,2 \\ &= 3 \times 3 \\ &= 9 \end{aligned}$$

Et si on mélange additions et soustractions, que se passe-t-il ?

Proposition 3.3 — Dans une expression sans parenthèses qui ne contient que des additions et des soustractions, on effectue les calculs **de gauche à droite**.

Exemple 3

$$\begin{aligned} A &= 12 + 6 - 4 + 8 \\ &= 18 - 4 + 8 \\ &= 14 + 8 \\ &= 22 \end{aligned}$$

Proposition 3.4 — Dans une expression sans parenthèses qui ne contient que des multiplications ou des divisions, on effectue les calculs **de gauche à droite**.

Exemple 4

$$\begin{aligned} A &= 12 \times 6 \div 4 \times 8 \\ &= 72 \div 4 \times 8 \\ &= 18 \times 8 \\ &= 144 \end{aligned}$$

Et maintenant, si on mélange toutes les opérations ?

Proposition 3.5 (Priorités de calcul) — Dans une expression sans parenthèses, les multiplications et les divisions sont **prioritaires** sur les additions et soustractions. Cela signifie qu'on effectue d'abord les multiplications et les divisions, puis les additions et les soustractions.

Exemple 5

$$\begin{aligned} A &= 3 + 4 \times 5 \\ &= 3 + 20 \\ &= 23 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} B &= 21 - 6 \div 4 + 7 \\ &= 21 - 1,5 + 7 \\ &= 19,5 + 7 \\ &= 26,5 \end{aligned}$$

2 Expressions avec des parenthèses

Proposition 3.6 (Priorité des parenthèses) — Dans une expression possédant des parenthèses, on commence par effectuer les calculs entre parenthèses, puis on applique les propriétés précédentes.

Exemple 6

$$\begin{aligned} A &= (7 - 5) \times (3 + 1) - 8 \\ &= 2 \times 4 - 8 \\ &= 8 - 8 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Remarque 1 Les parenthèses changent en général le résultat du calcul, mais si tel n'est pas le cas, les parenthèses sont inutiles et doivent être supprimées. Parfois, les parenthèses sont remplacées par des crochets : [], surtout s'il y a plusieurs parenthèses les unes dans les autres.

Exemple 7

$$[(1 + 4 \times 3) - 12] \div 2.$$

3 Écritures fractionnaires

Proposition 3.7 (Sens des écritures fractionnaires) — Les écritures fractionnaires sont à comprendre au sens où le numérateur et le dénominateur sont chacun dans une parenthèse :

$$\frac{\text{numérateur}}{\text{dénominateur}} = (\text{numérateur}) \div (\text{dénominateur}).$$

Exemple 8

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{7+4 \times 2}{5+3} + 10 \\
 &= (7+4 \times 2) \div (5+3) + 10 \\
 &= (7+8) \div (8) + 10 \\
 &= 15 \div 8 + 10 \\
 &= 1,875 + 10 \\
 &= 11,875
 \end{aligned}$$

4 Vocabulaire des expressions mathématiques

Définition 1 —

- Le résultat d'une addition s'appelle une **somme**, les nombres qu'on additionne sont appelés les **termes**.
- Le résultat d'une soustraction s'appelle une **différence**, les nombres qu'on soustrait sont appelés les **termes**.
- Le résultat d'une multiplication s'appelle un **produit**, les nombres qu'on multiplie sont appelés les **facteurs**.
- Le résultat d'une division s'appelle un **quotient**.

Proposition 3.8 — *Pour traduire une expression mathématique, on part de la dernière opération effectuée.*

Exemple 9

- $A = 3 + 4 \times 5$
- A est la somme de 3 et du produit de 4 par 5.
- $B = \frac{9-7}{23+4} - 7$
- B est la différence du quotient $\frac{9-7}{23+4}$ et de 7.