

## I - Expressions littérales

### 1 Définitions

**Définition 1 (Expression littérale)** — Une **expression littérale** est une expression où un ou plusieurs nombres sont désignés par des **lettres**.

☞ **Exemple 1**

$$\begin{aligned} A &= 3 \times x + 5 & B &= y + z \times z - 4 \times u \\ &= 3x + 5 & &= y + z^2 - 4u \end{aligned}$$

**Définition 2 (Sens des lettres)** — Les lettres intervenant dans une expression littérale peuvent être des **variables**, des **paramètres** des **indices**, ou avoir encore d'autres significations. Au fur et à mesure de votre progression en mathématiques, vous rencontrerez, suivant les situations, des sens différents aux écritures.

**Définition 3 (But du calcul littéral)** — Le calcul littéral a pour but la transformation d'expressions littérales en expressions équivalentes.

**Définition 4 (Substitution par une valeur)** — Attribuer une valeur aux lettres permet de calculer la valeur d'une expression littérale, lorsque cela a un sens.

☞ **Exemple 2** Considérons  $A = 5x + 8$  lorsque  $x$  vaut 2 :

$$\begin{aligned} A &= 5 \times 2 + 8 \\ &= 10 + 8 \\ &= 18 \end{aligned}$$

**Définition 5 (Expressions égales)** — Deux expressions littérales sont dites **égales** si elles sont égales pour toutes les valeurs possibles données aux variables. Dans ce cas, on a une **identité algébrique**.

☞ **Exemple 3**  $A = 2x + x$  et  $B = 3x$  sont égales pour tout nombre réel  $x$ .

**Remarque 1** Il suffit que deux expressions soient non égales pour une seule valeur de ou des variable(s) pour que ces expressions ne soient pas égales.

☞ **Exemple 4**  $A = x + 3$  et  $B = 2x - 1$  ne sont pas égales, car par exemple, si  $x = 0$  :

$$\begin{aligned} A &= 0 + 3 & B &= 2 \times 0 - 1 \\ &= 3 & &= -1 \end{aligned}$$

## 2 Conventions

**Définition 6 (Conventions d'écriture)** — On n'écrit pas le symbole "×" lorsqu'il est suivi d'une lettre ou d'une parenthèse.

☞ **Exemple 5**

$$\begin{aligned} A &= -x^2 + 3 \times (x + 6) + 4 \times y \\ &= -x^2 + 3(x + 6) + 4y \end{aligned}$$

## II - Distributivité

### 1 Propriétés

**Proposition 14.1 (Distributivité simple)** — La multiplication est **distributive** par rapport à l'addition et à la soustraction, cela signifie que, pour tous nombres  $k$ ,  $a$  et  $b$  :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

ou encore :

$$k(a + b) = ka + kb.$$

☞ **Exemple 6**

$$\begin{aligned} A &= 8(x + 2) & B &= (2x - 3)x \\ &= 8 \times x + 8 \times 2 & &= 2x \times x - 3 \times x \\ &= 8x + 16 & &= 2x^2 - 3x \end{aligned}$$

**Définition 7 (Notations puissance)** — On note, pour tout nombre réel  $x$  :

- $x \times x = x^2$ ;
- $x \times x \times x = x \times x^2 = x^3$ ;
- $\underbrace{x \times x \times \dots \times x}_{n \text{ fois}} = x^n$ .

**Proposition 14.2 (Distributivité double)** — Pour tous nombres  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$ , on a :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd.$$

☞ **Exemple 7**

$$\begin{aligned} A &= (a + 2)(a + 1) \\ &= a \times a + a \times 1 + 2 \times a + 2 \times 1 \\ &= a^2 + a + 2a + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= (2x - 4)^2 \\
 &= (2x + (-4))(2x + (-4)) \\
 &= 2x \times 2x + 2x \times (-4) + (-4) \times 2x + (-4) \times (-4) \\
 &= 4x^2 - 8x - 8x + 16
 \end{aligned}$$

## 2 Développement

**Définition 8 (Développer)** — **Développer** une expression littérale, c'est écrire un produit sous forme de somme ou de différence non triviale.

### Exemple 8

$$\begin{aligned}
 A &= 4(y + 1) & B &= -2(1 - z)^2 \\
 &= 4y + 4 & &= -2(1 - z)(1 - z) \\
 & & &= -2[1 - z - z + z^2] \\
 & & &= -2 + 4z - 2z^2
 \end{aligned}$$

## 3 Identités remarquables

Il existe trois **identités remarquables**, à connaître par cœur :

**Théorème 14.3 (Identités remarquables)** — Pour tous nombres réels  $a$  et  $b$ , on a :

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ .

## 4 Factorisation

**Définition 9 (Factoriser)** — **Factoriser** une expression littérale, c'est écrire une somme ou une différence sous forme de produit non trivial.

### Exemple 9

$$\begin{aligned}
 A &= 4t + 3t^2 & B &= 9x - 3 \\
 &= t(4 + 3t) & &= 3(3x - 1)
 \end{aligned}$$

## 5 Réduction

**Définition 10 (Réduire)** — **Réduire** une expression littérale, c'est l'écrire sous forme d'une somme (ou d'une différence) avec le moins de termes possible.

*En pratique, on "regroupe" les termes constants (ceux qui ne dépendent pas de la variable), les termes en  $x$ , les termes en  $x^2$ , etc....*

### Exemple 10

$$\begin{aligned}
 A &= 5z^2 + 8z - 4z + 2 & B &= 4x(x + 1) - x^2 + 2x \\
 &= 5z^2 + (8 - 4)z + 2 & &= 4x^2 + 4x - x^2 + 2x \\
 &= 5z^2 + 4z + 2 & &= (4 - 1)x^2 + (4 + 2)x \\
 & & &= 3x^2 + 6x
 \end{aligned}$$