



ANALYSE HARMONIQUE DES SLCI TD

Professeur: Y.FARTOUH

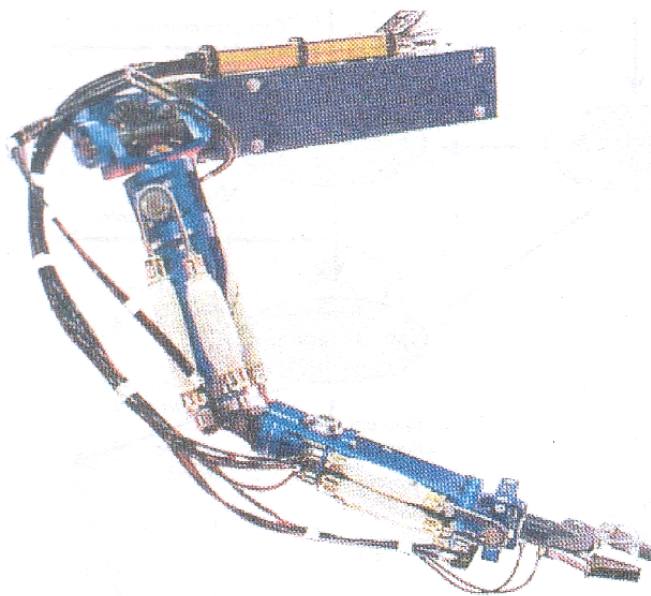
v1.1

CPGE - MARRAKECH

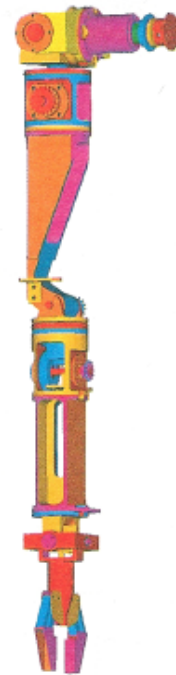
BRAS DE ROBOT À MUSCLES ARTIFICIELS

1 Présentation du système

L'étude proposée concerne un manipulateur à muscles artificiels développé par des chercheurs. Ce dernier, représenté sur la FIGURE 1, est un manipulateur à structure anthropomorphique à 7 degrés de liberté activés par des paires de muscles artificiels montés en opposition.



(a) Manipulateur anthropomorphique



(b) Modèle CAO du bras manipulateur

FIGURE 1 – Bras manipulateur à muscles artificiels

Un muscle artificiel est constitué d'une vessie en caoutchouc emprisonnée dans une tresse de fils. L'angle d'inclinaison de cette tresse permet de convertir le gonflement de la vessie, sous l'effet de la pression qui lui est imposée, en effort de traction.

La modulation de la pression, réalisée à partir d'une tension de commande U , permet alors de faire varier l'effort de traction. En associant deux muscles en opposition, on peut ainsi activer une articulation (créer un mouvement de rotation du bras), comme indiqué sur la FIGURE 3.

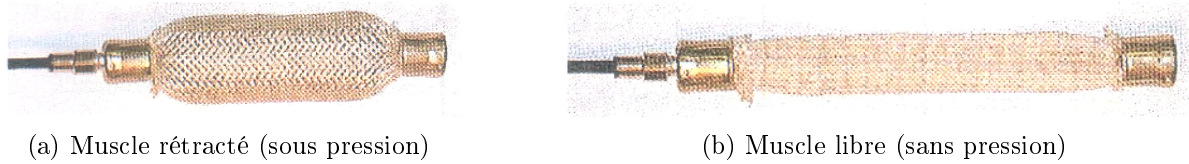


FIGURE 2 – Muscle artificiel

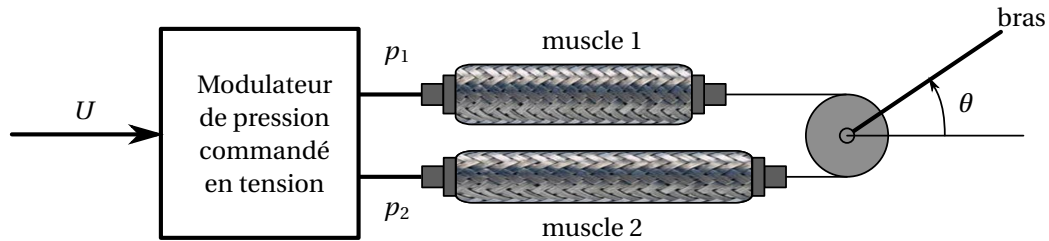


FIGURE 3 – Montage en opposition des muscles

2 Modélisation du système

Question 1 En s'aidant du schéma de la FIGURE 3 et du fonctionnement d'un muscle artificiel (en supposant le bras libre), montrer que le bras tourne grâce à la différence de pressions $p_1 - p_2$ (p_1 pression dans le muscle 1 et p_2 pression dans le muscle 2) (on donnera notamment le sens de rotation en fonction du signe de $p_1 - p_2$).

Le comportement du bras est régi, autour d'un point de fonctionnement, par les équations suivantes :

$$C_m(t) - C_{\text{ext}}(t) = I_e \ddot{\theta}(t) \quad (1)$$

avec $I_e = 0,5 \text{ kg.m}^2$

$$C_m(t) = K_4(p_1(t) - p_2(t)) - K_5\theta(t) - K_7\dot{\theta}(t) \quad (2)$$

avec $K_4 = 4 \text{ N.m.bar}^{-1}$, $K_5 = 5 \text{ N.m.rad}^{-1}$ et $K_7 = 0,8 \text{ N.m.rad}^{-1}.\text{s}$.

$C_m(t)$ est le couple exercé par les muscles sur le bras, $C_{\text{ext}}(t)$ un couple extérieur agissant également sur le bras. $p_1(t)$ et $p_2(t)$ sont les pressions dans les deux muscles. $\theta(t)$ est l'angle de rotation du bras ($\dot{\theta}(t)$ est la dérivée première de, $\ddot{\theta}(t)$ la dérivée seconde).

On notera $P_1(p)$, $P_2(p)$, $C_m(p)$, $C_{\text{ext}}(p)$ et $\Theta(p)$ les transformées de Laplace des différentes variables.

On écrit la relation entre $\Theta(p)$ et les couples $C_m(p)$ et $C_{\text{ext}}(p)$ sous la forme suivante :

$$\Theta(p) = H_b(p) \left((P_1(p) - P_2(p)) H_m(p) - C_{\text{ext}}(p) \right)$$

Le modulateur de pression est caractérisé par sa fonction de transfert $H_M(p) = \frac{P_1(p) - P_2(p)}{U(p)}$

La tension de commande $U(p)$ est élaborée par un correcteur de fonction de transfert $H_c(p)$ à partir de l'écart ε entre l'angle de consigne $\Theta_c(p)$ et l'angle réel $\Theta(p)$.

Question 2 Compléter le schéma-blocs du DR1 en renseignant les fonctions de transfert des différents blocs et en indiquant le nom des composants.

Question 3 Passer les équations (1) et (2) dans le domaine de Laplace.

Question 4 En déduire l'expression des fonctions de transfert $H_m(p)$ et $H_b(p)$.

On donne les diagrammes de Bode du modulateur dans le *DR2*. On travaille dans la bande de pulsations $\omega \in [0; 25 \text{ rad.s}^{-1}]$.

Question 5 Donner un argument qui justifie que le modulateur peut être modélisé par une fonction de transfert du premier ordre $H_M(p) = \frac{K_M}{1 + T_M p}$ dans cette bande de pulsations uniquement.

Question 6 Identifier les valeurs numériques de K_M et T_M à partir de ces diagrammes, en détaillant la méthode d'identification et en précisant les unités.

3 Choix d'un correcteur proportionnel

On prend pour le moment un correcteur proportionnel de fonction de transfert $H(p) = K$ avec K constante positive. On considère que $C_{\text{ext}} = 0$.

Question 7 Déterminer la FTBO du système et montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme :

$$H_{\text{BO}}(p) = \frac{K_{\text{BO}}}{(1 + T_M p) \left(1 + 2 \frac{\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2} \right)}$$

où on donnera les valeurs de K_{BO} , ξ et ω_0 en fonction de K , K_4 , K_5 , K_7 , K_M et I_e .

Dans la suite, on prendra l'expression sous la forme $H_{\text{BO}}(p) = \frac{0,2K}{(1 + 0,06p)(1 + 0,158p + 0,1p^2)}$

Question 8 En déduire les valeurs numériques de ξ et de ω_0 . Quel phénomène apparaîtra sur le diagramme de gain compte tenu de ces valeurs? Justifier.

Question 9 Tracer les diagrammes asymptotiques de Bode dans le cas où $K = 1$ sur le *DR3*.

Question 10 Donner l'allure des courbes réelles sur le *DR3*. On utilisera le tableau 1 (ci-après) qui fournit les valeurs exactes du gain et de la phase pour différentes pulsations, de façon à être précis dans le tracé réel.

Pour analyser la stabilité du système, on regarde dans un premier temps si le gain en décibel G_{dB} est négatif pour une phase de -180° . On en déduit alors la marge de gain $M_G = 0 - G_{\text{dB}}$.

Question 11 En utilisant le diagramme de Bode réel de la FTBO, indiquer si le système vérifie ce premier critère en donnant la marge de gain M_G .

On définit également la pulsation de coupure ω_c pour laquelle le gain $G_{\text{dB}} = 0 \text{ dB}$. On dit que le système est stable si la phase pour cette pulsation de coupure est supérieure à -180° (pour un gain $K = 1$, on constate que le système vérifie bien ce deuxième critère car il n'y a pas de pulsation de coupure; le système est donc toujours stable).

Pour avoir un système correctement réglé (rapide et stable), on recherche à avoir une phase pour la pulsation de coupure égale à -135° (on dit alors que la marge de phase est de 45°).

Pulsation (rad.s ⁻¹)	Amplitude (dB)	Phase (degré)
1	-13,2150	-13,514 20
2	-10,6917	-34,915 30
3,6	-10,4036	-129,3868
4	-13,0853	-146,6481
6	-23,3632	-179,5332
8	-29,7651	-192,3059
10	-34,5348	-200,8832
20	-49,7037	-225,5037
30	-59,2635	-237,8583

TABLE 1 – Valeurs exactes pour le gain et la phase

Question 12 Comment est modifié le diagramme de Bode lorsque K augmente ?

Question 13 Donner graphiquement la valeur de K que l'on doit prendre pour que le système soit correctement réglé (phase de -135° pour la pulsation de coupure).

On cherche maintenant à vérifier quelle est la précision du système en fonction de la valeur de K . On applique un échelon de consigne $\theta_c(t) = \theta_0 u(t)$ avec $\theta_0 = 1$ rad.

Question 14 Déterminer l'erreur statique $\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_c(t) - \theta(t))$ en fonction de K . Conclure sur la précision du système en fonction de K .

Question 15 On donne la réponse indicielle du système pour l'échelon de consigne de 1 rad et une valeur de $K = 1$ rad.s⁻¹ dans le *DR4*. Confirmer le résultat de la question précédente.

On choisit maintenant d'utiliser un correcteur proportionnel intégral de fonction de transfert $H_c(p) = K \frac{1 + T_i p}{T_i p}$ avec $T_i = 1,43$ s et $K = 3,5$ V.rad⁻¹. On donne les diagrammes de Bode réels de la nouvelle FTBO sur le *DR5*.

Question 16 Justifier l'allure de ces diagrammes en traçant le diagramme de Bode asymptotique.

Question 17 Montrer que le système est bien réglé en termes de marge de phase et de marge de gain.

Question 18 Montrer également que le système est précis.

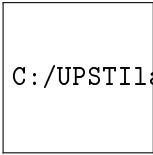
On cherche maintenant à vérifier que le système est toujours performant même en présence d'une perturbation C_{ext} .

Question 19 En utilisant le schéma-blocs, écrire l'angle du bras sous la forme $\Theta(p) = A_1(p)\Theta_c(p) - A_2(p)C_{\text{ext}}(p)$ où l'on exprimera A_1 et A_2 à l'aide des fonctions de transfert H_c , H_M , H_m et H_b .

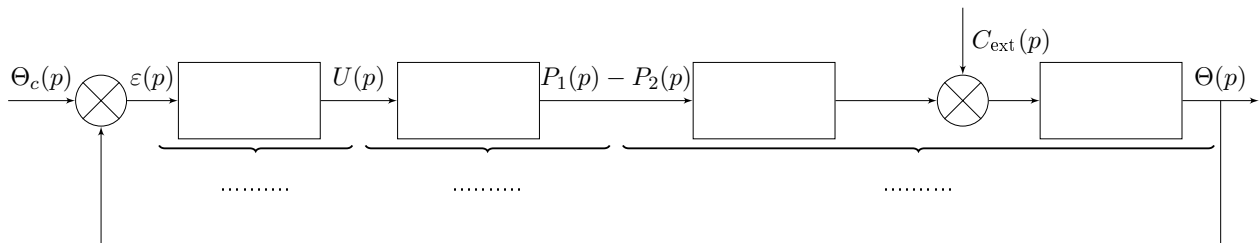
On peut montrer que le système est stable quelle que soit la perturbation (les fonctions de transfert ont le même dénominateur).

On cherche finalement à vérifier qu'une perturbation en échelon $C_{\text{ext}} = -C_0 \cdot u(t)$ ne modifie pas l'angle du bras. On suppose que celui-ci est nul (on a également $\theta_c(t) = 0$).

Question 20 Calculer la valeur de θ en régime permanent après application du couple C_{ext} pour le correcteur proportionnel intégral retenu. Conclure sur les performances du système.

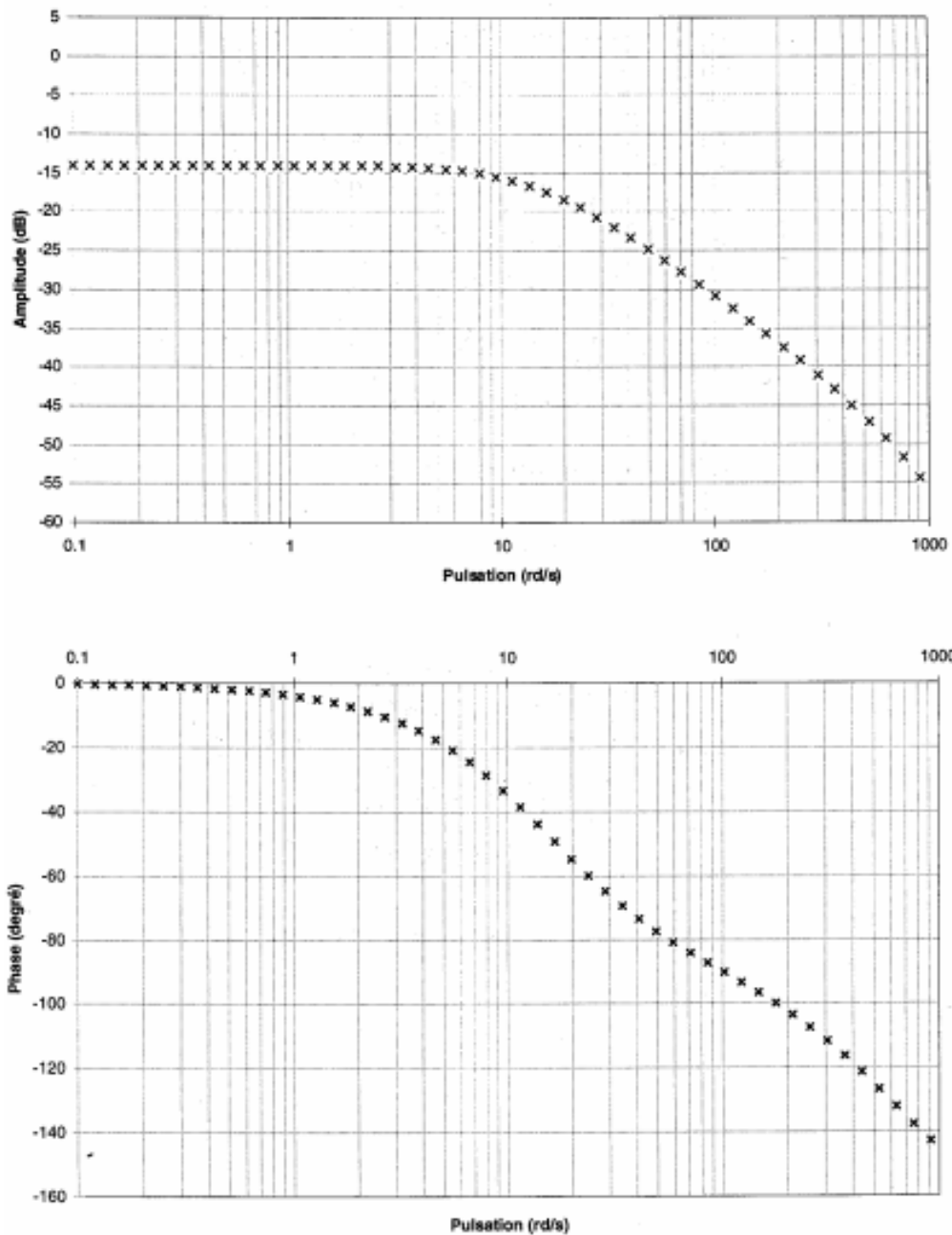


Document réponse 1



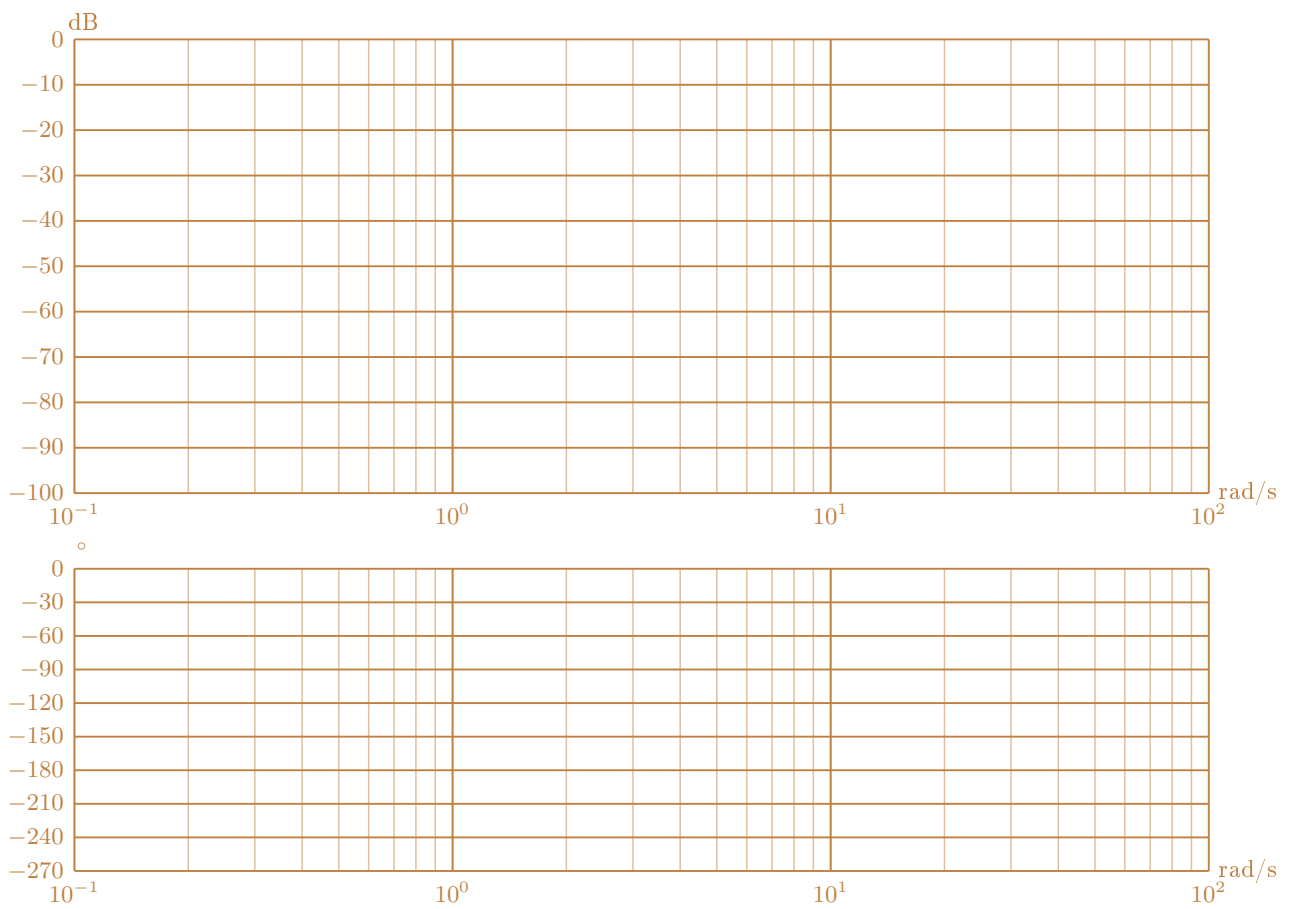
DR 1 – Schéma-blocs du bras à compléter.

Document réponse 2



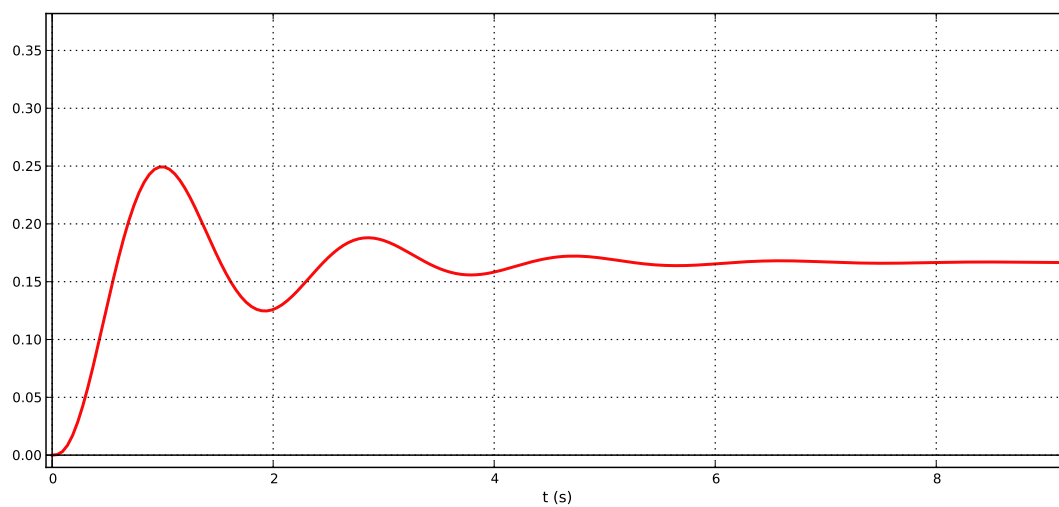
DR 2 – Diagramme de Bode du modulateur.

Document réponse 3



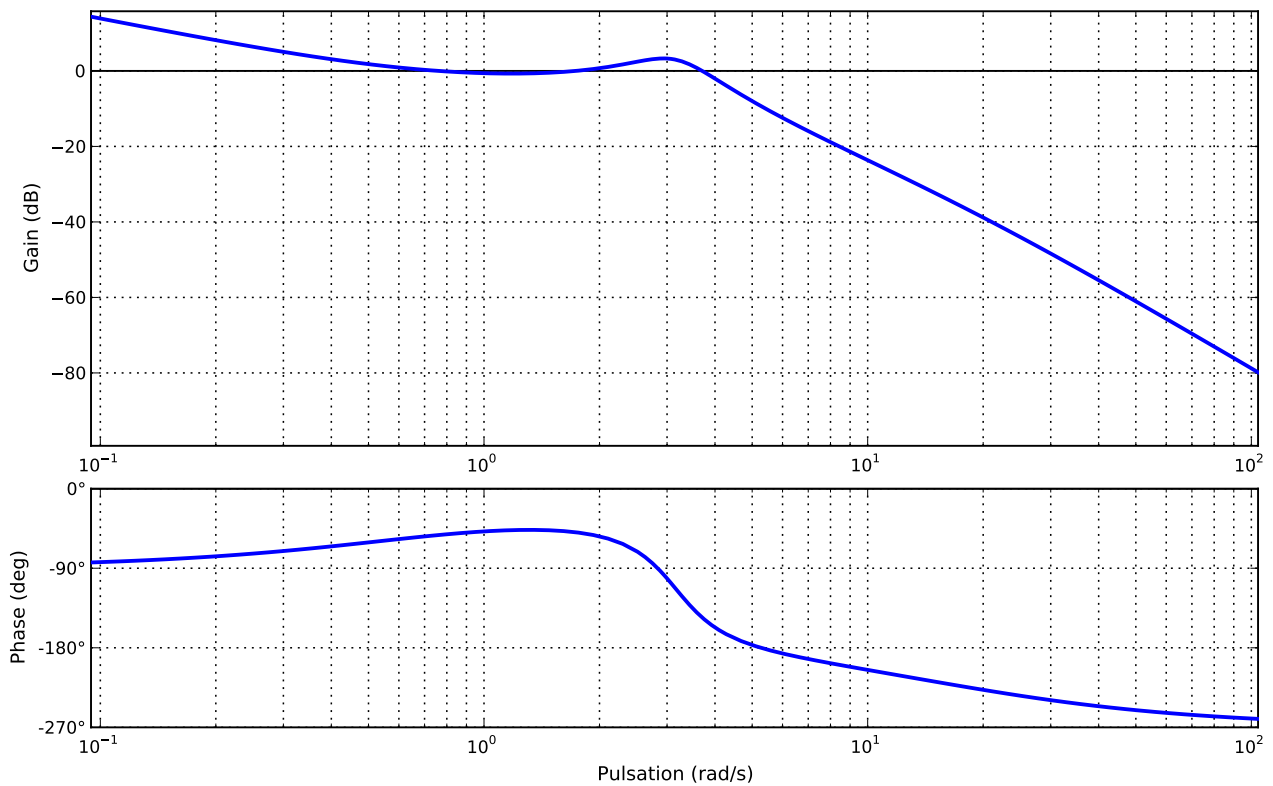
DR 3 – Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte.

Document réponse 4



DR 4 – Réponse indicielle avec correction proportionnelle.

Document réponse 5



DR 5 – Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte avec correction intégrale.