



CINÉMATIQUE

TD

Professeur: YASSINE FARTOUH

v1.1

CPGE - IBN TIMIYA - MARRAKECH

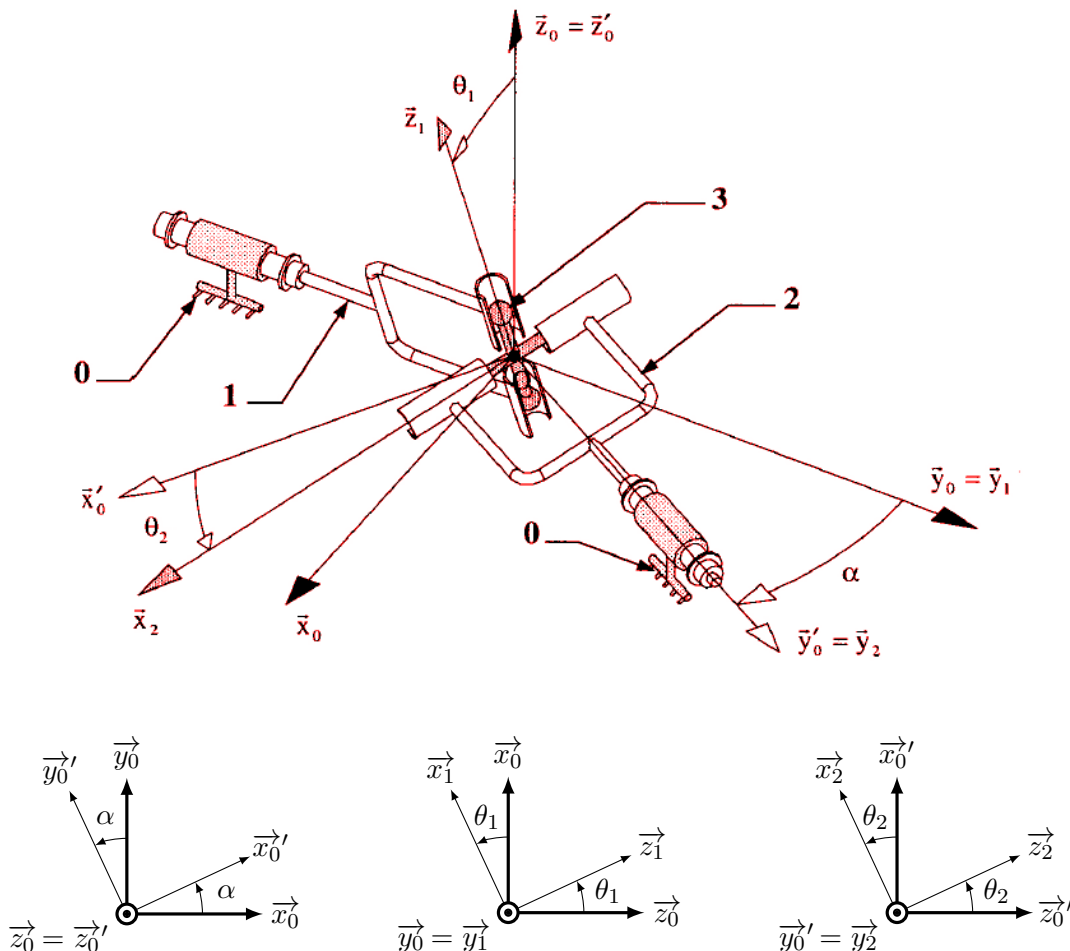
Lois d'entrée-sortie JOINT DE CARDAN

1 Présentation

Le joint dit de CARDAN permet de transmettre une puissance entre deux arbres concourants (angle de brisure $\alpha < 45^\circ$).

le schéma cinématique et les figures de calculs sont ci après.

L'arbre d'entrée **1** est relié à l'arbre de sortie **2** par un croisillon **3** dont les deux directions caractéristiques sont perpendiculaires entre-elles.



Objectif

Quelle est la loi « entrée-sortie » d'un joint de cardan ? Le joint est-il homocinétique ?

2 Travail demandé

Question 1 Établir le graphe de liaison du système.

Question 2 Déterminer la loi « entrée-sortie » reliant $\theta_1(t)$ et $\theta_2(t)$. Pour cela, on remarquera que les directions caractéristiques du croisillon sont toujours perpendiculaires.



Rappel

$$\begin{aligned} \tan' x &= 1 + \tan^2 x \\ \cos^2 x &= 1 - \sin^2 x \quad \text{et} \quad 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \end{aligned}$$

Question 3 Déterminer cette loi « entrée-sortie » entre les vitesses angulaires $\dot{\theta}_1(t)$ et $\dot{\theta}_2(t)$ en fonction de $\theta_1(t)$ par dérivation de la relation précédente.

Question 4 Mettre la relation précédente sous la forme du rapport :

$$\rho(t) = \frac{\dot{\theta}_2(t)}{\dot{\theta}_1(t)} = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \theta_1(t) \cdot \sin^2 \alpha}$$

On montre que lorsque α est petit, on obtient une valeur proche de ce rapport avec :

$$\rho(t) \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \cos(2\theta_1(t))$$

Question 5 Représenter graphiquement les valeurs prises par la fonction ρ lorsque θ_1 décrit l'intervalle $[0, \pi]$, pour $\alpha = 0$, $\alpha = 10$ et $\alpha = 20$, et observer comment varient les vitesses angulaires l'une par rapport à l'autre.

Question 6 Le système est-il homocinétique ? (est-ce que l'arbre de sortie tourne toujours à la même vitesse que l'arbre d'entrée)

Question 7 Proposer une solution pour avoir un système homocinétique.