



# TRANSMISSION DE PUISSANCE PAR ENGRENAGES

Cours

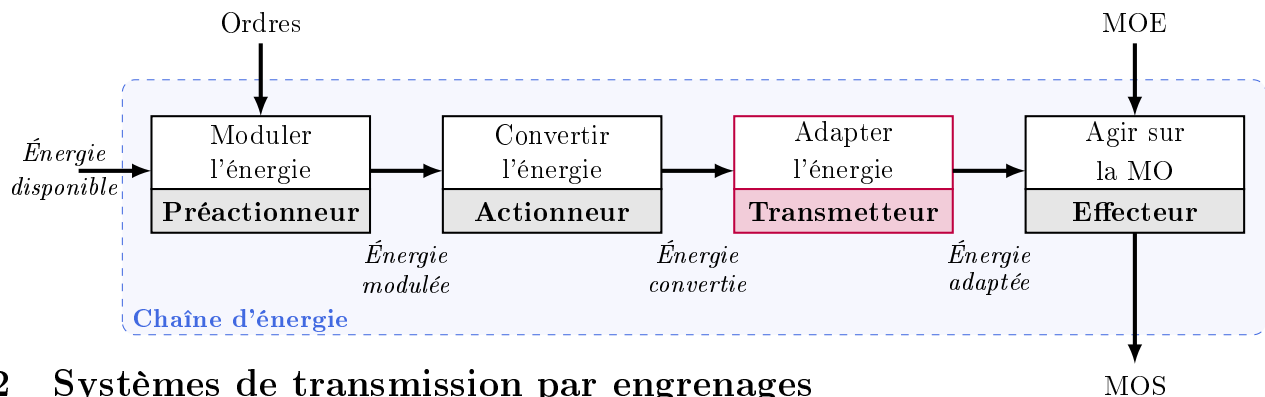
v1.0

CPGE - MARRAKECH

## 1 Introduction

La chaîne d'action ou d'énergie comprend :

- des **préactionneurs** qui permettent de moduler (distribuer) le transfert d'énergie de la source d'entrée (énergie disponible) vers l'énergie d'entrée de l'actionneur (énergie modulée) ;
- des **actionneurs** (vérins, moteurs) qui convertissent une énergie électrique, hydraulique, pneumatique en énergie mécanique ;
- des **transmetteurs qui adaptent et transmettent l'énergie**. On parle généralement dans ce cas de **transmission de puissance** ;
- des **effecteurs** qui agissent directement sur la matière d'œuvre.



## 2 Systèmes de transmission par engrenages



### Définition

Un engrenage est constitué de deux roues dentées qui engrenent ensemble.



### Fonction

Un engrenage permet de transmettre un mouvement de rotation d'un arbre moteur (menant) vers un arbre récepteur (mené).

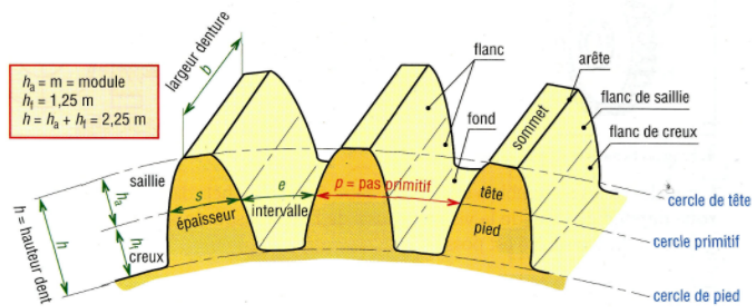


### Définition Terminologie

Le **pas primitif**  $p$  est la **distance entre deux dents** consécutives sur le cercle primitif.

Le **module**  $m$  d'un engrenage est défini par la relation  $p = \pi m$ . Il caractérise la géométrie des dents. On peut alors poser la relation entre le module, le diamètre et le nombre de dents  $Z$  d'une roue dentée :  $d = mZ$ .

Le **diamètres primitifs**  $d_1$  et  $d_2$  les diamètres des roues de friction équivalentes.



## 2.1 Engrenage cylindrique extérieur

- Le rapport de réduction de l'engrenage est :

$$r = \frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = -\frac{D_1}{D_2} = -\frac{R_1}{R_2}$$

- Deux roues ne peuvent engrener que si elles ont le même pas et le même module.

$$p = \pi \frac{D_1}{Z_1} = \pi \frac{D_2}{Z_2} = \pi m$$

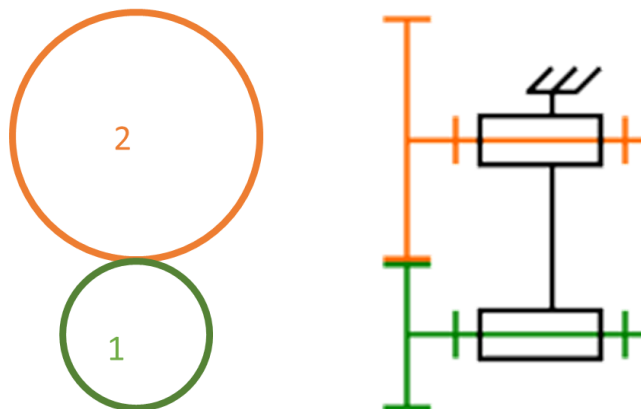
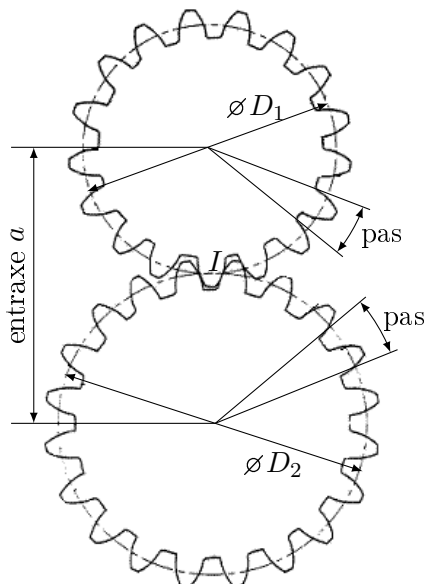
- Comme  $D_1 = mZ_1$  et  $D_2 = mZ_2$ , on a :

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{R_2}{R_1}$$

- Il y a **roulement sans glissement** au point de **contact** des cercles primitifs :

$$\overrightarrow{V_{I \in 2/1}} = \overrightarrow{0}$$

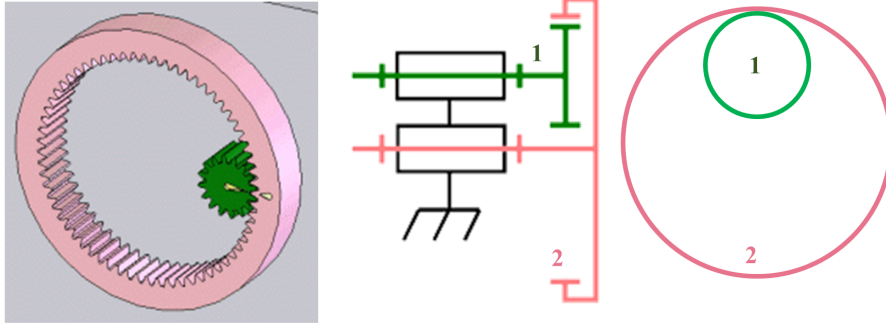
- L'entraxe  $a$  est la distance :  $a = R_1 + R_2 = \frac{D_1 + D_2}{2}$



## 2.2 Engrenage cylindrique intérieur

Le rapport de réduction de l'engrenage est (1 et 2 tournent dans le même sens) :

$$r = \frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = +\frac{D_1}{D_2} = +\frac{R_1}{R_2} = +\frac{Z_2}{Z_1}$$



## 3 Train d'engrenages cylindriques à axes fixes (Trains simples)



**Définition** *Train d'engrenages simple*

On appelle **train d'engrenages simple**, une succession d'engrenages constitués de roues dont les axes sont fixes les uns par rapport aux autres.

**Schéma synoptique de la transmission :**

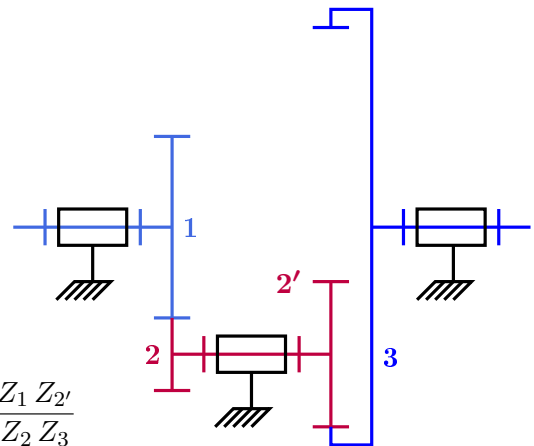
.....  
 .....  
 .....

**Le rapport de transmission :**

$$r = \frac{\omega_{\text{sortie/bâti}}}{\omega_{\text{entrée/bâti}}}$$

Dans l'exemple ci-contre :

$$r = \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{2'/0}} \frac{\omega_{2'/0}}{\omega_{2/0}} \frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{2'/0}} \frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{Z_{2'}}{Z_3} - \frac{Z_1}{Z_2} = -\frac{Z_1 Z_{2'}}{Z_2 Z_3}$$



**Généralisation :**

$$r = (-1)^n \frac{\prod Z_{\text{roues menantes}}}{\prod Z_{\text{roues menées}}}$$

où  $n$  est le nombre de contacts extérieurs.



**Remarque**

Si  $r < 1$ , le train est réducteur (rapport de réduction). Si  $r > 1$ , le train est multiplicateur.

## 4 Trains épicycloïdaux (Pour PCSI)

### 4.1 Définition

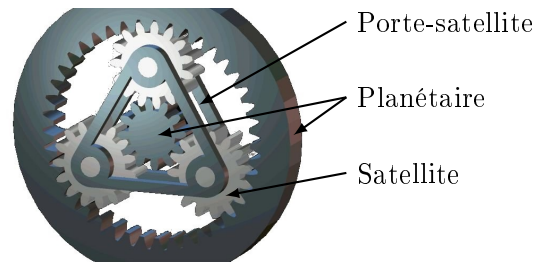


#### Définition

On appelle **train d'engrenage épicycloïdal**, un train d'engrenage pour lequel certaines roues dentées ne tournent pas toutes autour d'axes fixes dans le repère lié au bâti.

La ou les roues qui tournent autour d'un axe en mouvement dans le repère lié au bâti sont appelés **satellites** (pièce 4 sur le schéma cinématique). Les **trois entrées** du train épicycloïdal sont :

- le **porte-satellite** avec lequel les satellites sont en liaison pivot. C'est la seule pièce qui n'est pas un engrenage (**sans dents**) ;
- les deux **planétaires** dentés (pignon et couronne) en contact avec les dents des satellites.



### 4.2 Détermination de la loi entrée-sortie



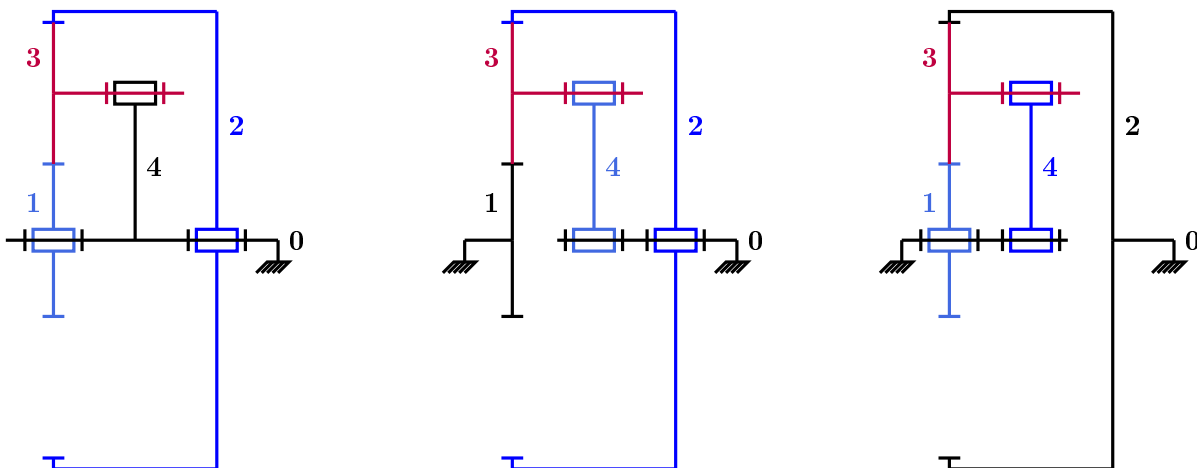
#### Définition Formule de Willis

Elle fournit la relation entre les vitesses de rotation des trois entrées par rapport au référentiel du bâti **0** :  $f(\omega_{1/0}, \omega_{2/0}, \omega_{3/0}) = 0$  :

$$\frac{\omega_{pB/ba} - \omega_{ps/ba}}{\omega_{pA/ba} - \omega_{ps/ba}} = \lambda = (-1)^p \frac{\prod Z_{menantes}}{\prod Z_{menees}}$$

#### Fonctionnement du train

Généralement, la vitesse de rotation de deux entrées est imposée (le plus couramment, une des deux entrées est liée au bâti (bloquée)). La vitesse de la troisième entrée (qui est alors la sortie) est alors donnée par la relation de Willis en prenant en compte la vitesse nulle de l'entrée bloquée.



### Méthode globale

1. on identifie les composants (planétaires, satellite(s), porte satellite) en se rappelant que le satellite n'a pas son axe de rotation fixe et que le **porte-satellite n'a pas de dents** ;
2. on se place dans le référentiel du porte-satellite, le train épicycloïdal est alors *vu* comme un train simple (les deux axes de rotations sont des axes du porte-satellite) ;
3. on écrit la relation des trains d'engrenages simples dans ce référentiel en prenant les deux planétaires (**1** et **2**) comme entrée et sortie ( $\lambda$  est la raison du train) :

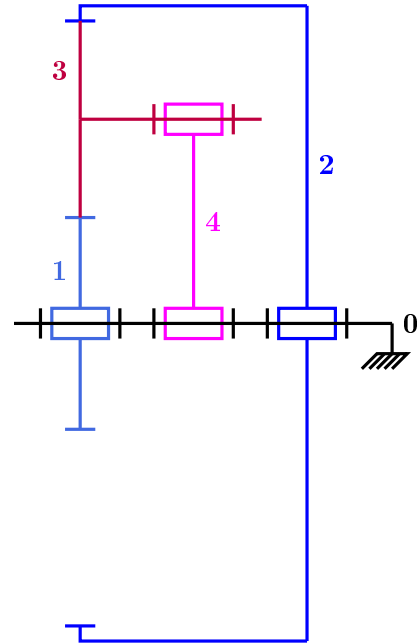
$$\lambda = \frac{\omega_{2/4}}{\omega_{1/4}} = -\frac{Z_1}{Z_3} \times \frac{Z_3}{Z_2} = -\frac{Z_1}{Z_2}$$

4. on utilise la composition des mouvements pour repasser dans le référentiel bâti, et retrouver ainsi le 2<sup>e</sup> terme de la formule de Willis :

$$\lambda = \frac{\omega_{2/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}}$$

5. En transformant cette égalité, on peut poser la « relation de Ravignaux » :

$$\omega_{2/0} - \lambda \omega_{1/0} + (\lambda - 1) \omega_{4/0} = 0$$



#### Attention

Ne pas retenir la formule de Willis mais la méthode !

## 5 Pignon-crémaillère



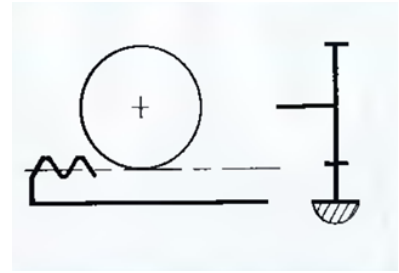
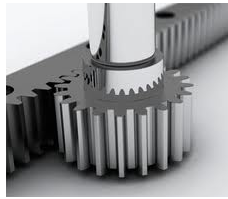
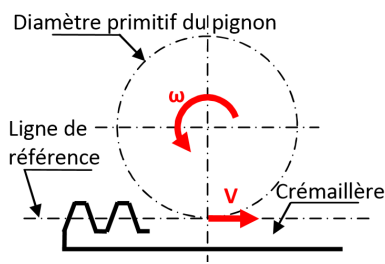
#### Définition

C'est un engrenage cylindrique dans lequel la roue (roue dentée la plus grande) a un rayon infini.



#### Fonction

Transformer le mouvement de rotation du pignon en une translation (du pignon ou de la crémaillère), et vice-versa



### Loi entrée sortie

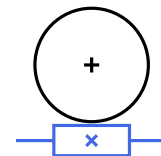
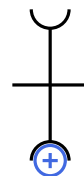
La vitesse de translation de la crémaillère est fonction du diamètre de la roue dentée :

$$V_{\text{crémaillère}} = R \omega_{\text{pignon}}$$

## 6 Roue et vis sans fin

Le rapport de réduction :  $\pm$  Hélice à droite ou Hélice à gauche.

$$\frac{\omega_{\text{roue/bâti}}}{\omega_{\text{vis/bâti}}} = \pm \frac{\text{nombre de filets}}{Z_{\text{roue}}}$$



### Remarque

Ce système est très souvent **irréversible**. La vis entraîne la roue mais la roue n'entraîne pas la vis.

## 7 Engrenage conique

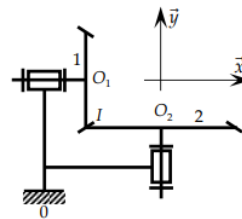
Rapport de réduction :

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \pm \frac{Z_1}{Z_2}$$

Détermination du signe du rapport :

Soit  $O_1$   $O_2$  les centres des deux roues 1 et 2 respectivement, et  $I$  leur point de Contact :

- Si  $\overrightarrow{IO_1}$  et  $\overrightarrow{IO_2}$  sont de mêmes signes, alors : le rapport de réduction est **négatif** ;
- Si  $\overrightarrow{IO_1}$  et  $\overrightarrow{IO_2}$  sont de signes différents, alors : le rapport de réduction est **positif**.

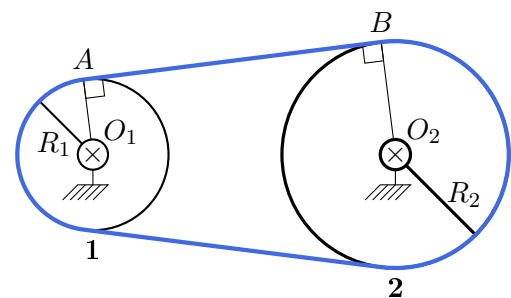


## 8 Complément : Autres systèmes de transmission

### 8.1 Poulies-courroie

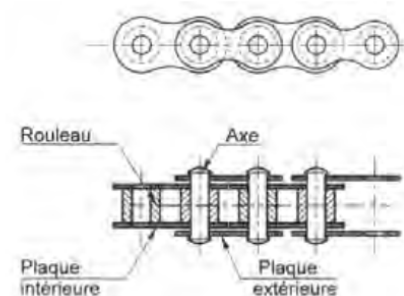
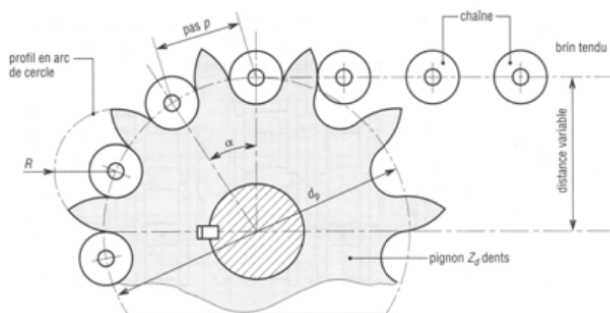
Rapport de réduction :

$$r = \frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{R_1}{R_2}$$



### 8.2 Pignons-chaîne

Seule l'architecture ressemble à celle de la transmission par poulies - courroie, car la transmission de puissance par pignons et chaîne ne s'effectue plus par adhérence, mais **par obstacle**.



Rapport de réduction :

$$r = \frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$$