



CINÉMATIQUE DU SOLIDE INDÉFORMABLE

Cours

Professeur: Y.FARTOUH

v1.4

CPGE - MARRAKECH

1 Préambule

1.1 Cinématique

La cinématique est l'étude des mouvements de points ou de solides d'un système. Les causes à l'origine de ces mouvements ne sont pas étudiées en cinématique.

1.2 Solide indéformable

Un solide indéformable S est un système matériel, tel que la distance entre deux points A et B appartenant à ce système, reste constante au cours du temps : $\forall A \in S$ et $\forall B \in S$, $\|\vec{AB}\| = \text{cste} \quad \forall t$.

1.3 Notion de référentiel

Afin d'étudier le mouvement d'un point ou d'un système de solides, il est nécessaire de mettre en place un système de référence appelé « référentiel ». Il représente en quelque sorte la position d'observation des phénomènes. Il est composé d'une description de l'espace (repère) et d'une description du temps.

1.4 Équivalence repère - solide

À chaque solide, on attache un repère. Le repère et le solide étant indéformables, on peut les confondre. Ainsi, l'étude des mouvements d'un solide S_k par rapport à un solide S_i notée (S_k/S_i) est identique à :

- l'étude des mouvements du solide S_k par rapport à un repère R_i lié au solide S_i (S_k/R_i),
- l'étude des mouvements du repère R_k lié au solide S_k par rapport au solide S_i (R_k/S_i),
- l'étude des mouvements du repère R_k lié au solide S_k par rapport au repère R_i lié au solide S_i (R_k/R_i).

1.5 Paramétrage pour positionner un solide dans l'espace

Pour positionner un solide S_k par rapport à un repère R_i (associé au solide S_i), dans un espace à trois dimensions, il est nécessaire de paramétrer la position du repère R_k par rapport au repère R_i . Il est usuel de considérer :

- les trois coordonnées du point origine du repère R_k dans le repère R_i définissant 3 translations ;
- les trois angles qui définissent la position de la base du repère R_k par rapport à celle du repère R_i , définissant 3 rotations. Les possibilités de variation de ces six paramètres correspondent aux possibilités de mouvement du solide S_k par rapport au solide S_i . Il existe donc au maximum six degrés de liberté (trois translations et trois rotations). Une liaison entre deux solides annule p degrés de liberté avec $0 < p \leq 6$.

2 Cinématique du solide indéformable

2.1 Champ des vecteurs vitesse d'un solide

2.1.1 Définitions

Considérons tous les points d'un solide S_1 au cours de son déplacement par rapport à un repère R_0 . À un instant donné, on peut alors déterminer les vecteurs vitesse de tous ces points, l'ensemble de ces vecteurs vitesse constitue le champ des vecteurs vitesse du solide en mouvement.

Le vecteur vitesse d'un point M appartenant au solide S_1 est noté $\overrightarrow{V_{M \in S_1 / R_0}}$.



Remarque Point lié

Le symbole $\in$ permet de considérer n'importe quel point lié à S_1 , même si le point n'appartient pas physiquement au solide à l'instant considéré ! Parfois, $\in$ est remplacé par une virgule, pour alléger un peu la notation :

$$\overrightarrow{V_{M \in S_1 / R_0}} \iff \overrightarrow{V_{M, S_1 / R_0}}$$

2.2 Vitesse d'un solide



Définition Vitesse

Le vecteur vitesse d'un point M d'un solide S_1 dans son mouvement par rapport au référentiel R_0 à la date t , est la dérivée par rapport au temps, pour un observateur lié au référentiel R_0 , du vecteur position du point M dans R_0 :

$$\overrightarrow{V_{M \in S_1 / R_0}} = \left[\frac{d\overrightarrow{O_0 M}(t)}{dt} \right]_{R_0}$$

2.2.1 Antisymétrie du vecteur vitesse



Propriété Antisymétrie

Le vecteur vitesse est antisymétrique (/ à ses repères de référence) :

$$\overrightarrow{V_{M \in R_1 / R_0}} = -\overrightarrow{V_{M \in R_0 / R_1}}$$

2.3 Formule de changement de point

Soient A et B deux points du solide S . Connaissant la vitesse de A appartenant à S par rapport à R_0 , on souhaite déterminer la vitesse du point B appartenant à S par rapport à R_0 .



Définition Formule de Varignon

L'équiprojectivité démontrée sur un solide indéformable est équivalente à la relation de changement de point (ou formule de Varignon) :

$$\overrightarrow{V_{B \in S / R_0}} = \overrightarrow{V_{A \in S / R_0}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S / R_0}}$$

Démonstration :

Soit O un point fixe dans R_0 , et R_1 lié à S :

$$\overrightarrow{V_{B \in S / R_0}} = \left[\frac{d\overrightarrow{OB}}{dt} \right]_{R_0} = \underbrace{\left[\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt} \right]_{R_0}}_{\overrightarrow{V_{A \in S / R_0}}} + \left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt} \right]_{R_0} = \overrightarrow{V_{A \in S / R_0}} + \left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt} \right]_{R_1} + \overrightarrow{\Omega_{R_1 / R_0}} \wedge \overrightarrow{AB}$$

Comme A et B appartiennent à S : $\left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt} \right]_{R_1} = \vec{0}$

D'où : $\overrightarrow{V_{B \in S / R_0}} = \overrightarrow{V_{A \in S / R_0}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S / R_0}}$

2.4 Composition de mouvement

2.4.1 Composition des vecteurs vitesse de rotation



Définition Composition des vecteurs vitesse de rotation

la composition des vecteurs vitesse de rotation s'écrit :

$$\overrightarrow{\Omega_{R_2 / R_0}} = \overrightarrow{\Omega_{R_2 / R_1}} + \overrightarrow{\Omega_{R_1 / R_0}}$$

Démonstration :

Considérons 3 repères R_0 , R_1 et R_2 et un vecteur $\vec{u}$ quelconque. En appliquant la formule de dérivation composée, on obtient :

$$\begin{aligned} \left[\frac{d\vec{u}}{dt} \right]_{R_0} &= \left[\frac{d\vec{u}}{dt} \right]_{R_1} + \overrightarrow{\Omega_{R_1 / R_0}} \wedge \vec{u} & \left[\frac{d\vec{u}}{dt} \right]_{R_1} &= \left[\frac{d\vec{u}}{dt} \right]_{R_2} + \overrightarrow{\Omega_{R_2 / R_1}} \wedge \vec{u} \\ \left[\frac{d\vec{u}}{dt} \right]_{R_2} &= \left[\frac{d\vec{u}}{dt} \right]_{R_0} + \overrightarrow{\Omega_{R_0 / R_2}} \wedge \vec{u} \end{aligned}$$

En additionnant les trois relations précédentes, on a : $\vec{0} = \left(\overrightarrow{\Omega_{R_2 / R_1}} + \overrightarrow{\Omega_{R_1 / R_0}} + \overrightarrow{\Omega_{R_0 / R_2}} \right) \wedge \vec{u}$

On considère l'exemple ci-contre du micromoteur, on peut définir 3 mouvements différents : Mvt_{R_2/R_0} (mouvement de R_2/R_0), Mvt_{R_2/R_1} et Mvt_{R_1/R_0} .

2.4.2 Composition des vecteurs vitesse



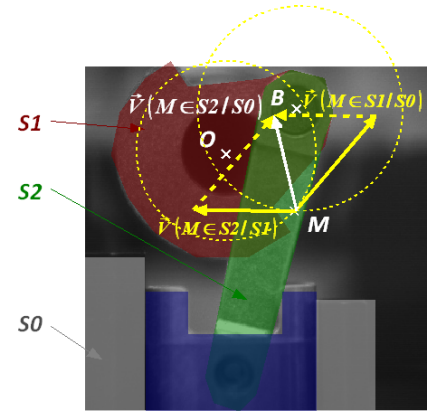
Définition Composition des vecteurs vitesse

Pour les vecteurs vitesses linéaires, on a également composition des vitesses :

$$\overrightarrow{V_{M \in R_2/R_0}} = \overrightarrow{V_{M \in R_2/R_1}} + \overrightarrow{V_{M \in R_1/R_0}}$$

avec :

- $\overrightarrow{V_{M \in R_2/R_0}}$ la vitesse absolue du point M
- $\overrightarrow{V_{M \in R_2/R_1}}$ la vitesse relative du point M
- $\overrightarrow{V_{M \in R_1/R_0}}$ la vitesse d'entraînement du point M



Démonstration :

Soit O un point fixe dans R_0 et A un point fixe dans R_1 :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V_{M \in R_2/R_0}} &= \left[\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \right]_{R_0} = \underbrace{\left[\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt} \right]_{R_0}}_{\overrightarrow{V_{A \in R_1/R_0}}} + \underbrace{\left[\frac{d\overrightarrow{AM}}{dt} \right]_{R_0}}_{\overrightarrow{V_{M \in R_2/R_1}}} + \underbrace{\overrightarrow{\Omega_{R_1/R_0}} \wedge \overrightarrow{AM}}_{\overrightarrow{V_{M \in R_1/R_0}}} \\ \overrightarrow{V_{M \in R_2/R_0}} &= \overrightarrow{V_{M \in R_2/R_1}} + \underbrace{\overrightarrow{V_{M \in R_1/R_0}} + \overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{\Omega_{R_2/R_1}}}_{\overrightarrow{V_{M \in R_1/R_0}}} \end{aligned}$$

☞ Support de cours : TD1 - Manège pieuvre - Q1 & Q2 & Q3 & Q4

2.5 Accélération d'un solide



Définition

L'accélération d'un point M appartenant au solide S_1 est définie par :

$$\overrightarrow{\Gamma_{M \in S_1/R_0}} = \left[\frac{d\overrightarrow{V_{M \in S_1/R_0}}}{dt} \right]_{R_0} = \left[\frac{d^2 \overrightarrow{O_0 M}(t)}{dt^2} \right]_{R_0}$$



Propriété Antisymétrie

Le vecteur accélération est antisymétrique (/ à ses repères de référence) : $\overrightarrow{\Gamma_{M \in R_1/R_0}} = -\overrightarrow{\Gamma_{M \in R_0/R_1}}$

☞ Support de cours : TD1 - Manège pieuvre - Q5

3 Torseur cinématique

3.1 Définition

Un torseur est un outil mathématique, utilisé en mécanique, afin de décrire les champs antisymétriques (vitesse, moment d'effort ...).



Définition *Torseur cinématique*

$$\{\mathcal{V}_{S/R_0}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega_{S/R_0}} \\ \overrightarrow{V_{M \in S/R_0}} \end{array} \right\}_M$$

Le torseur est composé de **deux vecteurs** :

- Une **résultante** (en cinématique, le vecteur taux de rotation)
- Un **moment** (en cinématique, le vecteur vitesse).

Les deux vecteurs représentent des éléments de réduction. Son expression dépend de son point d'écriture.

3.2 Propriétés

Ces propriétés sont tirées directement des propriétés du vecteur taux de rotation et du vecteur vitesse :

- antisymétrie : $\{\mathcal{V}_{S_1/S_2}\} = -\{\mathcal{V}_{S_2/S_1}\}$
- changement de point : $\{\mathcal{V}_{S/R_0}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega_{S/R_0}} \\ \overrightarrow{V_{A \in S/R_0}} \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega_{S/R_0}} \\ \overrightarrow{V_{B \in S/R_0}} \end{array} \right\}_B = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega_{S/R_0}} \\ \overrightarrow{V_{A \in S/R_0}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R_0}} \end{array} \right\}$
- composition : $\{\mathcal{V}_{S_2/S_0}\} = \{\mathcal{V}_{S_2/S_1}\} + \{\mathcal{V}_{S_1/S_0}\}$



Attention

Pour faire la somme de deux torseurs, ils doivent être écrits **au même point**.

📖 **Support de cours** : TD1 - Manège pieuvre - Q6

4 Mouvements particuliers

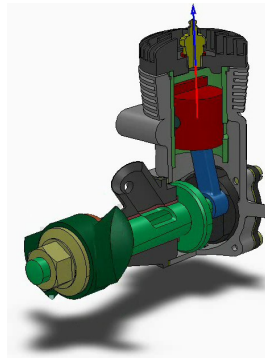
4.1 Mouvement de translation

4.1.1 Définition

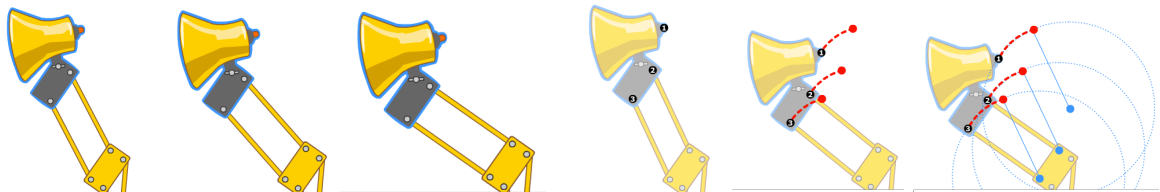
Un solide S est animé d'un mouvement de translation dans un repère R_0 si deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ distincts et non colinéaires appartenant à S restent respectivement équipollents (supports parallèles, même sens, même norme) aux vecteurs $\overrightarrow{AB}(t_0)$ et $\overrightarrow{AC}(t_0)$ appartenant au repère R_0 .

Il existe plusieurs types de translation :

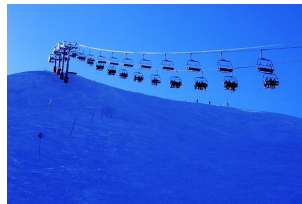
- rectiligne : la trajectoire des points du solide est une droite (translation du piston du moteur) ;



- circulaire : la trajectoire des points du solide est un cercle (lampe de bureau) ;



- curviligne : pour les autres cas (exemple d'un télésiège).



4.1.2 Propriété d'un mouvement de translation

Les vecteurs vitesses de tous les points du solide **sont tous égaux** et le vecteur taux de rotation est nul.

4.1.3 Torseur cinématique



Propriété *Mouvement de translation*

$$\forall t, \quad \{ \mathcal{V}_{S/R_0} \} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \vec{V}_{M \in S/R_0} \end{array} \right\}$$

Ce type de torseur est un **torseur couple**. Les éléments de réduction de ce torseur sont les mêmes quel que soit le point où on les exprime.

Démonstration :

$$\forall A \in S, \forall B \in S, \quad \left[\frac{d\vec{AB}}{dt} \right]_{R_0} = \vec{0} \text{ car } \vec{AB} \text{ est constant.}$$

$$\left[\frac{d\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}}{dt} \right]_{R_0} = \overrightarrow{V_{B \in S/R_0}} - \overrightarrow{V_{A \in S/R_0}} \Rightarrow \overrightarrow{V_{B \in S/R_0}} = \overrightarrow{V_{A \in S/R_0}}$$

D'après la formule de changement de point, comme $\overrightarrow{AB} \neq \vec{0}$ on obtient $\overrightarrow{\Omega_{S/R_0}} = \vec{0}$

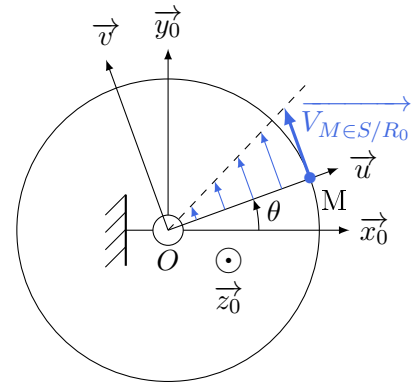
Dans le cas des translations rectilignes, la liaison associée sera une **liaison glissière**.

4.2 Mouvement de rotation autour d'un axe fixe

4.2.1 Définition

Un solide S est animé d'un mouvement de rotation autour d'un axe D_0 dans un repère R_0 si deux points distincts A et B appartenant à S coïncident en permanence avec les deux points fixes A_0 et B_0 appartenant à l'axe D_0 .

La trajectoire de l'ensemble des points du solide S , est un cercle dans un plan orthogonal à l'axe de rotation, centré sur ce même axe.



4.2.2 Propriété d'un mouvement de rotation autour d'un axe fixe

Si la position angulaire du mouvement est paramétrée par l'angle θ alors le vecteur taux de rotation vaut $\dot{\theta} \cdot \vec{z}_0$ avec $\vec{z}_0$ un vecteur directeur de l'axe de rotation.

Si on considère un point M tel que : $\overrightarrow{OM} = z \cdot \vec{z}_0 + R_M \cdot \vec{u}$. Le vecteur vitesse vaut $\overrightarrow{V_{M \in S/R_0}} = R_M \dot{\theta} \cdot \vec{v}$.

La vitesse est perpendiculaire à la direction (OM) et proportionnelle à R_M .

$$\overrightarrow{V_{M \in S/R_0}} = \underbrace{\overrightarrow{V_{O \in S/R_0}}}_{=\vec{0} \text{ car } O \in D_0} + \overrightarrow{MO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R_0}} = (-z \vec{z}_0 - R_M \vec{u}) \wedge \dot{\theta} \vec{z}_0 = R_M \dot{\theta} \vec{v}$$

4.2.3 Torseur cinématique



Propriété *Mouvement de rotation autour d'un axe fixe*

$$\forall t, \quad \{ \mathcal{V}_{S/R_0} \}_M = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega_{S/R_0}} \\ \overrightarrow{V_{M \in S/R_0}} \end{array} \right\}_M = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta} \cdot \vec{z}_0 \\ R_M \dot{\theta} \cdot \vec{v} \end{array} \right\}_M$$

En particulier, sur l'axe de rotation, le torseur est un **glisseur**, c'est-à-dire que :

$$\forall M \in D_0, \quad \{ \mathcal{V}_{S/R_0} \}_M = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_M$$

**Remarque**

Lorsqu'un solide S_1 est en liaison avec un autre solide S_0 et que le seul degré de liberté conservé est une rotation, on dit que le solide S_1 est en **liaison pivot** par rapport au solide S_0 .

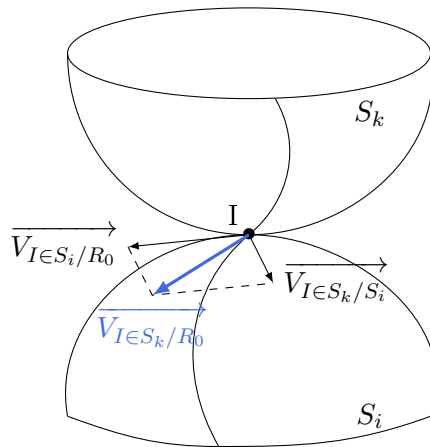
5 Cinématique du contact ponctuel entre deux solides

5.1 Vitesse de glissement au contact

**Définition** *Vitesse de glissement au contact*

Soient deux solides S_i et S_k en contact par les surfaces qui les limitent. Les deux surfaces Σ_i et Σ_k sont tangentes en un point I et **le contact est ponctuel**. On appelle vitesse de glissement du solide S_k par rapport au solide S_i au point I :

$$\overrightarrow{V_{I \in S_k / S_i}} = \overrightarrow{V_{I \in S_k / R_0}} - \overrightarrow{V_{I \in S_i / R_0}}$$

**Propriété 1**

La vitesse de glissement est indépendante du repère de référence. En effet nous pouvons écrire la décomposition de la vitesse de glissement par rapport à n'importe quel repère :

$$\overrightarrow{V_{I \in S_k / S_i}} = \overrightarrow{V_{I \in S_k / R_0}} - \overrightarrow{V_{I \in S_i / R_0}} = \overrightarrow{V_{I \in S_k / R_?}} - \overrightarrow{V_{I \in S_i / R_?}}$$

**Propriété 2**

La vitesse de glissement du solide S_k par rapport au solide S_i , au point I , est contenue dans le plan tangent commun aux deux solides S_i et S_k au point I :

$\overrightarrow{V_{I \in S_k / S_i}} \cdot \vec{n} = 0$ avec $\vec{n}$ la normale au plan tangent (sinon il y aurait interpénétration entre les deux solides).

**Définition** *Roulement sans glissement*

Quand dans les hypothèses, on supposera qu'il y a roulement sans glissement au point de contact I pour le mouvement de S_k par rapport à S_i , il faudra écrire la relation suivante :

$$\overrightarrow{V_{I \in S_k / S_i}} = \vec{0}$$

**Attention**

Pour calculer la vitesse de glissement, on ne doit **jamais dériver** le vecteur position, mais utiliser la **composition des vitesses** et la **relation de changement** de point.

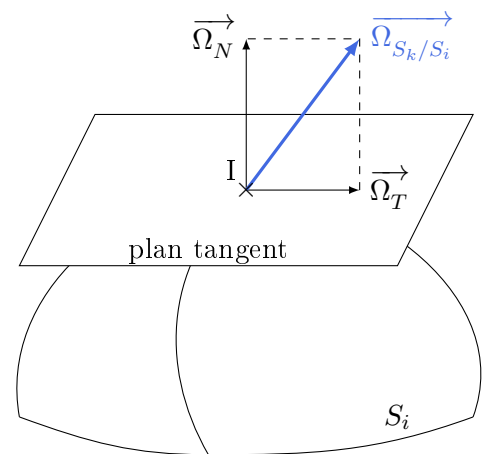
5.2 Vecteur roulement – Vecteur pivotement

Soient $\overrightarrow{\Omega_T}$ et $\overrightarrow{\Omega_N}$ les projections de $\overrightarrow{\Omega_{S_k/S_i}}$, respectivement, sur le plan tangent commun aux deux solides S_i et S_k et sur la normale à ce plan.

$\overrightarrow{\Omega_N}$ est appelé vecteur pivotement du solide S_k par rapport au solide S_i . $\overrightarrow{\Omega_T}$ est appelé vecteur roulement du solide S_k par rapport au solide S_i .

D'après la figure, nous pouvons écrire :

- $\overrightarrow{\Omega_N} = (\overrightarrow{\Omega_{S_k/S_i}} \cdot \vec{n}) \vec{n}$
- $\overrightarrow{\Omega_T} = \vec{n} \wedge (\overrightarrow{\Omega_{S_k/S_i}} \wedge \vec{n})$

**6 Complément sur la modélisation et l'analyse des mécanismes****6.1 Torseur cinématique des liaisons****6.1.1 Degrés de liberté et torseur cinématique**

Une liaison supprime des degrés de liberté de rotation ou de translation entre deux classes d'équivalence S_1 et S_0 .

Pour caractériser à tout instant le mouvement de S_1 par rapport à S_0 , on introduit à partir des degrés de liberté en rotation, le vecteur taux de rotation $\overrightarrow{\Omega_{S_1/S_0}}$ et à partir des degrés de liberté en translation, le vecteur vitesse linéaire d'un point particulier A de la liaison $\overrightarrow{V_{A \in S_1/S_0}}$.

Ces quantités permettent de définir le torseur cinématique de la liaison par ses éléments de réduction :

$$\{\mathcal{V}_{S_1/S_0}\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega_{S_1/S_0}} \\ \overrightarrow{V_{A \in S_1/S_0}} \end{array} \right\}$$

En introduisant les composantes des vecteurs dans une base bien choisie (ici b_0), le torseur cinématique de la liaison est alors très proche du tableau des degrés de liberté de la liaison.

$$\{\mathcal{V}_{S_1/S_0}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{S_1/S_0}^x & V_{A,S_1/S_0}^x \\ \omega_{S_1/S_0}^y & V_{A,S_1/S_0}^y \\ \omega_{S_1/S_0}^z & V_{A,S_1/S_0}^z \end{Bmatrix}_{b_0} \Longleftrightarrow \begin{Bmatrix} p_{10} & u_{10} \\ q_{10} & v_{10} \\ r_{10} & w_{10} \end{Bmatrix}_A$$

Avec :

$$\begin{cases} \overrightarrow{\Omega_{S_1/S_0}} = \omega_{S_1/S_0}^x \cdot \vec{x}_0 + \omega_{S_1/S_0}^y \cdot \vec{y}_0 + \omega_{S_1/S_0}^z \cdot \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V_{A \in S_1/S_0}} = V_{A,S_1/S_0}^x \cdot \vec{x}_0 + V_{A,S_1/S_0}^y \cdot \vec{y}_0 + V_{A,S_1/S_0}^z \cdot \vec{z}_0 \end{cases}$$

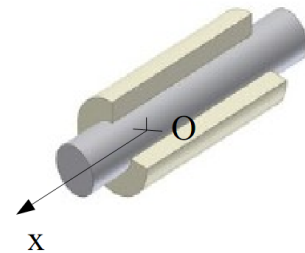


Attention

Il est indispensable dans ces conditions de bien préciser la base dans laquelle écrire les vecteurs sont écrits. Un choix intelligent de cette base permet de simplifier les calculs.

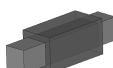
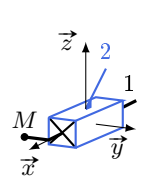
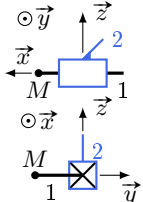
Exemple : Torseur d'une liaison pivot glissant d'axe $(O, \vec{x})$

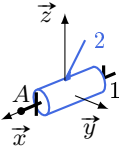
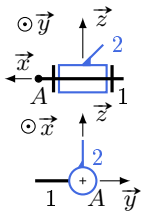
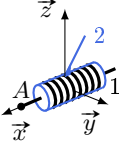
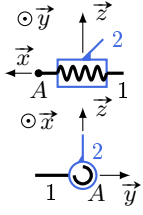
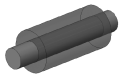
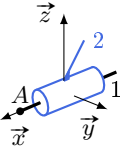
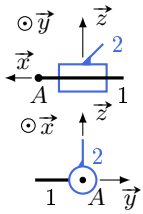
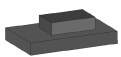
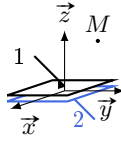
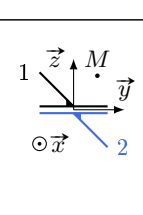
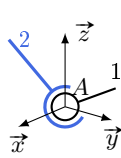
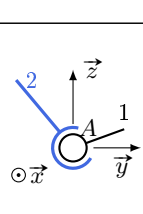
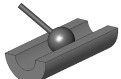
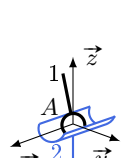
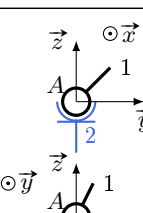
$$\{\mathcal{V}_{S_1/S_0}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{S_1/S_0}^x & V_{P,S_1/S_0}^x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

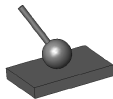
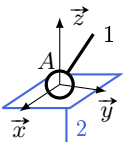
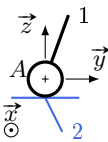
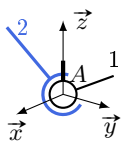
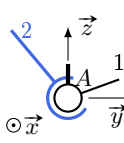
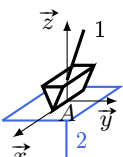
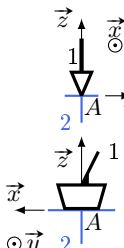


6.1.2 Tableau des liaisons normalisées

On peut maintenant enrichir le tableau des liaisons vu au chapitre 2, en rajoutant la colonne relative au torseur cinématique.

Nom + Caractéristique	Degrés de liberté	Schéma spatial (3D)	Schéma(s) plan(s) (2D)	Mobilités	$\{\mathcal{V}_{2/1}\}$
Encastrement	0 ddl			$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_C$
Glissière  Direction $\vec{x}$	1 ddl			$\begin{bmatrix} 0 & T_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 & V_{M,2/1}^x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_M$ $\forall M$

Nom + Caractéristique	Degrés de liberté	Schéma spatial (3D)	Schéma(s) plan(s) (2D)	Mobilités	$\{\mathcal{V}_{2/1}\}$
Pivot  Axe $(A, \vec{x})$	1 ddl			$\begin{bmatrix} R_x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$_A \begin{Bmatrix} \omega_{2/1}^x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_b$ $\forall M \in (A, \vec{x})$
Hélicoïdale  Axe $(A, \vec{x})$	1 ddl			$\begin{bmatrix} R_x & T_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$_C \begin{Bmatrix} \omega_{2/1}^x & \frac{p}{2\pi} \omega_{2/1}^x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_b$ $\forall M \in (A, \vec{x})$ Pas à gauche : $-\frac{p}{2\pi} \omega_{2/1}^x$ et $\frac{p}{2\pi} X_{21}$
Pivot glissant  Axe $(A, \vec{x})$	2 ddl			$\begin{bmatrix} R_x & T_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$_A \begin{Bmatrix} \omega_{2/1}^x & V_{A,2/1}^x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_b$ $\forall M \in (A, \vec{x})$
Appui plan  Normale au plan $\vec{z}$	3 ddl			$\begin{bmatrix} 0 & T_x \\ 0 & T_y \\ R_z & 0 \end{bmatrix}$	$_M \begin{Bmatrix} 0 & V_{M,2/1}^x \\ 0 & V_{M,2/1}^y \\ \omega_{2/1}^z & 0 \end{Bmatrix}_b$ $\forall M$
Sphérique  Centre de la sphère A	3 ddl			$\begin{bmatrix} R_x & 0 \\ R_y & 0 \\ R_z & 0 \end{bmatrix}$	$_A \begin{Bmatrix} \omega_{2/1}^x & 0 \\ \omega_{2/1}^y & 0 \\ \omega_{2/1}^z & 0 \end{Bmatrix}_b$ En A
Sphère cylindre  Centre de la sphère A Direction $\vec{x}$	4 ddl			$\begin{bmatrix} R_x & T_x \\ R_y & 0 \\ R_z & 0 \end{bmatrix}$	$_A \begin{Bmatrix} \omega_{2/1}^x & V_{A,2/1}^x \\ \omega_{2/1}^y & 0 \\ \omega_{2/1}^z & 0 \end{Bmatrix}_b$ En A

Nom + Caractéristique	Degrés de liberté	Schéma spatial (3D)	Schéma(s) plan(s) (2D)	Mobilités	$\{\mathcal{V}_{2/1}\}$
Sphère plan  Point de contact A Normale au plan $\vec{z}$	5 ddl			$\begin{bmatrix} R_x & T_x \\ R_y & T_y \\ R_z & 0 \end{bmatrix}$	$_A \left\{ \begin{array}{cc} \omega_{2/1}^x & V_{A,2/1}^x \\ \omega_{2/1}^y & V_{A,2/1}^y \\ \omega_{2/1}^z & 0 \end{array} \right\}_b$ $\forall M \in (A, \vec{z})$
Sphérique à doigt  Centre de la sphère A Normale au plan $\vec{x}$ Direction du doigt $\vec{z}$	2 ddl			$\begin{bmatrix} R_x & 0 \\ 0 & 0 \\ R_z & 0 \end{bmatrix}$	$_A \left\{ \begin{array}{cc} \omega_{2/1}^x & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{2/1}^z & 0 \end{array} \right\}_b$ En A
Linéaire rectiligne (ou cylindre plan)  Droite de contact $(A, \vec{x})$ Normale au plan $\vec{z}$	4 ddl			$\begin{bmatrix} R_x & T_x \\ 0 & T_y \\ R_z & 0 \end{bmatrix}$	$_A \left\{ \begin{array}{cc} \omega_{2/1}^x & V_{A,2/1}^x \\ 0 & V_{A,2/1}^y \\ \omega_{2/1}^z & 0 \end{array} \right\}_b$ $\forall M \in$ plan $(A, \vec{x}, \vec{z})$