CHAÎNES DE SOLIDES

Cours

v2.3

CPGE - MARRAKECH

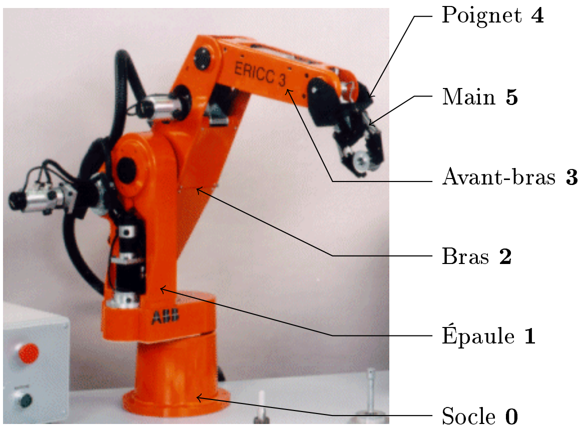
1 Chaînes de solides

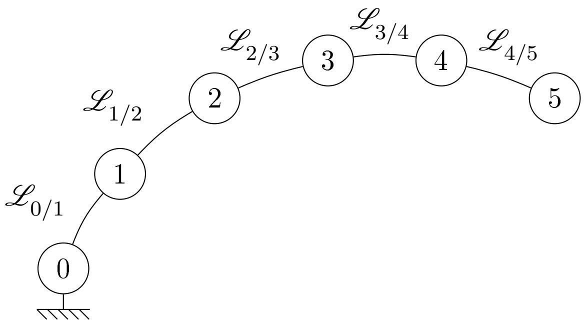
1.1 Chaîne ouverte

Une chaîne de solides S_1, S_2, S_3, ..., S_n est dite ouverte si les solides placés à l'extrémité sont **différents**.

$$\boxed{S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3 \rightarrow \ldots\ldots \rightarrow S_n}$$

Exemple : Robot *Ericc 3*



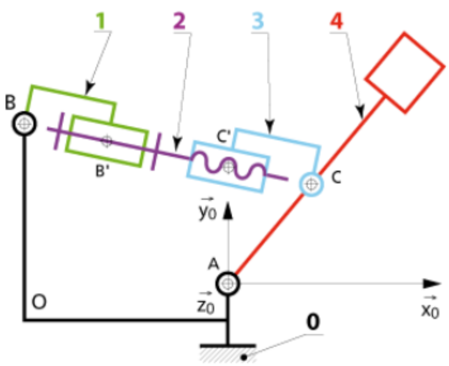


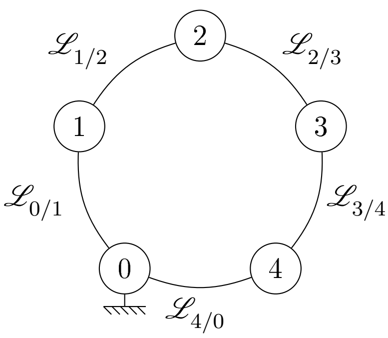
1.2 Chaîne fermée

Une chaîne de solides S_1, S_2, S_3, ..., S_n est dite fermée si le solide initial est **le même** que le solide final.

$$\boxed{S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3 \rightarrow \ldots\ldots \rightarrow S_n \rightarrow S_1}$$

Exemple : Bras *Maxpid*



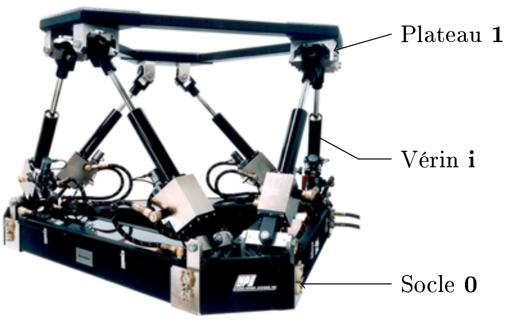


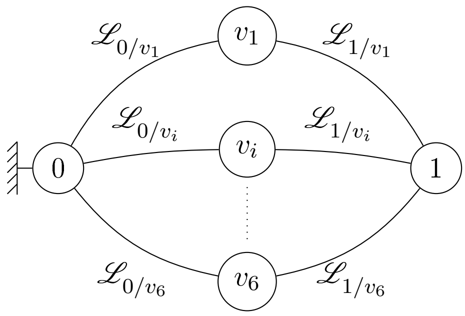
Y.FARTOUH - fartouh.cpge@gmail.com

1.3 Chaîne complexe

Une chaîne de solides S_1, S_2, S_3, ..., S_n est dite complexe si elle comporte **plusieurs** chaînes ouvertes ou fermées.

Exemple : Plateforme *Stewart*

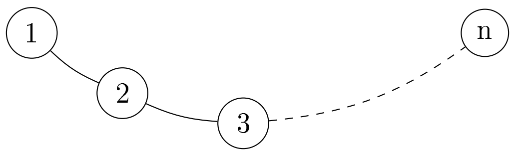




2 Liaison équivalente

2.1 Liaison en série

On dira que plusieurs solides sont en liaison série si la chaîne de solides est de la forme :



Considérons par exemple une chaîne de trois solides S_1, S_2 et S_3 en liaison série avec des efforts extérieurs uniquement sur S_1

2.1.1 Approche cinématique

On note $\left\{\mathcal{V}_{2/1}\right\}$ et $\left\{\mathcal{V}_{3/2}\right\}$ les torseurs cinématiques respectifs de S_2 par rapport à S_1 et de S_3 par rapport à S_2.

On peut alors définir un torseur cinématique $\left\{\mathcal{V}_{3/1}\right\}$ de la liaison « cinématique équivalente » entre S_3 et S_1 défini par la loi de composition des vitesses :

$$\boxed{\begin{gathered}\left\{\mathcal{V}_{3/1}\right\}_A = \left\{\mathcal{V}_{3/2}\right\}_A + \left\{\mathcal{V}_{2/1}\right\}_A \\ \text{cinématique équivalente} \\ (S_1 \leftrightarrow S_2 \leftrightarrow S_3) \Leftrightarrow (S_1 \leftrightarrow S_3)\end{gathered}}$$

2.1.2 Approche statique

On applique le principe fondamental de la statique à S_1 :

$$\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to S_1}\}_A + \{\mathcal{T}_{S_2\to S_1}\}_A = \{0\} \quad \text{d'où} \quad \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to S_1}\}_A = \{\mathcal{T}_{S_1\to S_2}\}_A$$

On applique le principe fondamental de la statique à $\{S_1 + S_2\}$:

$$\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to S_1}\}_A + \{\mathcal{T}_{S_3\to S_2}\}_A = \{0\} \quad \text{d'où} \quad \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to S_1}\}_A = \{\mathcal{T}_{S_2\to S_3}\}_A$$

On applique le principe fondamental de la statique à S_1 pour la liaison équivalente :

$$\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to S_1}\}_A + \{\mathcal{T}_{S_3\to S_1}\}_A = \{0\} \quad \text{d'où} \quad \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to S_1}\}_A = \{\mathcal{T}_{S_1\to S_3}\}_A$$

Alors :

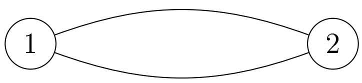
$$\boxed{\begin{array}{c}\{\mathcal{T}_{S_1\to S_3}\}_A = \{\mathcal{T}_{S_2\to S_3}\}_A = \{\mathcal{T}_{S_1\to S_2}\}_A \\ \text{statique équivalente} \\ (S_1 \leftrightarrow S_2 \leftrightarrow S_3) \Leftrightarrow (S_1 \leftrightarrow S_3)\end{array}}$$

Remarque

Pour qu'une composante du torseur $\{\mathcal{T}_{S_1\to S_3}\}_A$ soit nulle, il faut que toutes les composantes correspondantes des autres torseurs soient nulles.

2.2 Liaison en parallèle

On dira que plusieurs solides sont en liaison parallèle si la chaîne de solides est de la forme :



2.2.1 Approche cinématique

Considérons par exemple une chaîne de deux solides S_1 et S_2 en liaison parallèle suivant deux liaisons $\mathscr{L}_1$ et $\mathscr{L}_2$. On note $\left\{\mathcal{V}_{2/1}^{\mathscr{L}_1}\right\}$ et $\left\{\mathcal{V}_{2/1}^{\mathscr{L}_2}\right\}$ les torseurs cinématique de S_2 par rapport à S_1 dans les liaisons respectives $\mathscr{L}_1$ et $\mathscr{L}_2$.

On peut alors définir un torseur « cinématique équivalent » de S_2 par rapport à S_1 $\left\{\mathcal{V}_{2/1}\right\}$ tel que :

$$\boxed{\begin{array}{c}\exists M \text{ tq } \{\mathcal{V}_{2/1}\}_M = \left\{\mathcal{V}_{2/1}^{\mathscr{L}_1}\right\}_M = \left\{\mathcal{V}_{2/1}^{\mathscr{L}_2}\right\}_M \\ \text{cinématique équivalente} \\ (S_1 \leftrightarrows S_2) \Leftrightarrow (S_1 \leftrightarrow S_2)\end{array}}$$

On en déduira alors des degrés de liberté bloqués dans les liaisons $\mathscr{L}_1$ et $\mathscr{L}_2$, correspondant à des degrés de liaison de la cinématique globale entre S_2 et S_1.

2.2.2 Approche statique

On applique le principe fondamental de la statique à S_2 :

- n liaisons $\mathscr{L}_i$: $\sum \{\mathcal{T}^i_{S_1 \to S_2}\} + \{\mathcal{T}_{\text{ext} \to S_2}\} = \{0\}$
- n liaisons équivalente : $\{\mathcal{T}_{S_1 \to S_2}\} + \{\mathcal{T}_{\text{ext} \to S_2}\} = \{0\}$

D'où :

$$\boxed{\begin{array}{c} \{\mathcal{T}_{1 \to 2}\}_A = \sum_i \left\{\mathcal{T}^{\mathscr{L}_i}_{1 \to 2}\right\}_A \\ \text{statique équivalente} \\ (S_1 \leftrightarrows S_2) \Leftrightarrow (S_1 \leftrightarrow S_2) \end{array}}$$

Remarque

Pour qu'une composante du torseur $\{\mathcal{T}_{S_1 \to S_2}\}$ soit différente de zéro, il suffit qu'une seule composante de l'un des $\left\{\mathcal{T}^{\mathscr{L}_i}_{S_1 \to S_2}\right\}$ soit différente de zéro (il suffit qu'une seule des liaisons puisse transmettre la composante d'action mécanique).

3 Mobilités cinématiques

	Liaison en parallèle	**Liaison en série**	**Chaîne complexe**
Mobilité m_c	C'est le nombre de degrés de liberté (ddl) de la liaison équivalente	C'est le nombre total des inconnues cinématiques (N_c)	
Méthodes	- Intuitivement - Approche statique - Approche cinématique	- Intuitivement - Approche statique - Approche cinématique	- Fermetures cinématiques - $\boxed{m_c = m_u + m_i}$

Remarque

- m_i : C'est le nombre de mouvement qui subsistent quand on fixe les mouvements d'entrée et de sortie.
- m_u : C'est le nombre de mouvement d'entrée