



SUJET REVISION SUP

Acitivté

Professeur: Y. FARTOUH

v1.1

CPGE - MARRAKECH

DANS LA PEAU D'UN MALFAITEUR

Lucky Luke, le justicier de la paix du Far West ... Nous avons tous entendu parler de lui au moins une fois. Nous avons tous admiré sa bravoure, sa malice et sa détermination à combattre les crimes des Daltons et lutter contre leurs méfaits.

Certains d'entre nous se sont déjà posé la question : Et si les Daltons parvenaient à vaincre Lucky Luke ? Même le temps d'une fois ! Et si la chance qui accompagne Lucky Luke touchait à sa fin ? Curieux ... non ?

Aujourd'hui, nous nous mettons, le temps d'un devoir surveillé, dans la peau d'un malfaiteur. Nous jouerons le rôle d'un ingénieur hors du temps, passionné par le crime et hanté par l'envie de vaincre Lucky Luke.

Le diagramme de définition des blocs de La figure 1 représente une description de la famille Dalton dont nous principaux acteurs font partie.

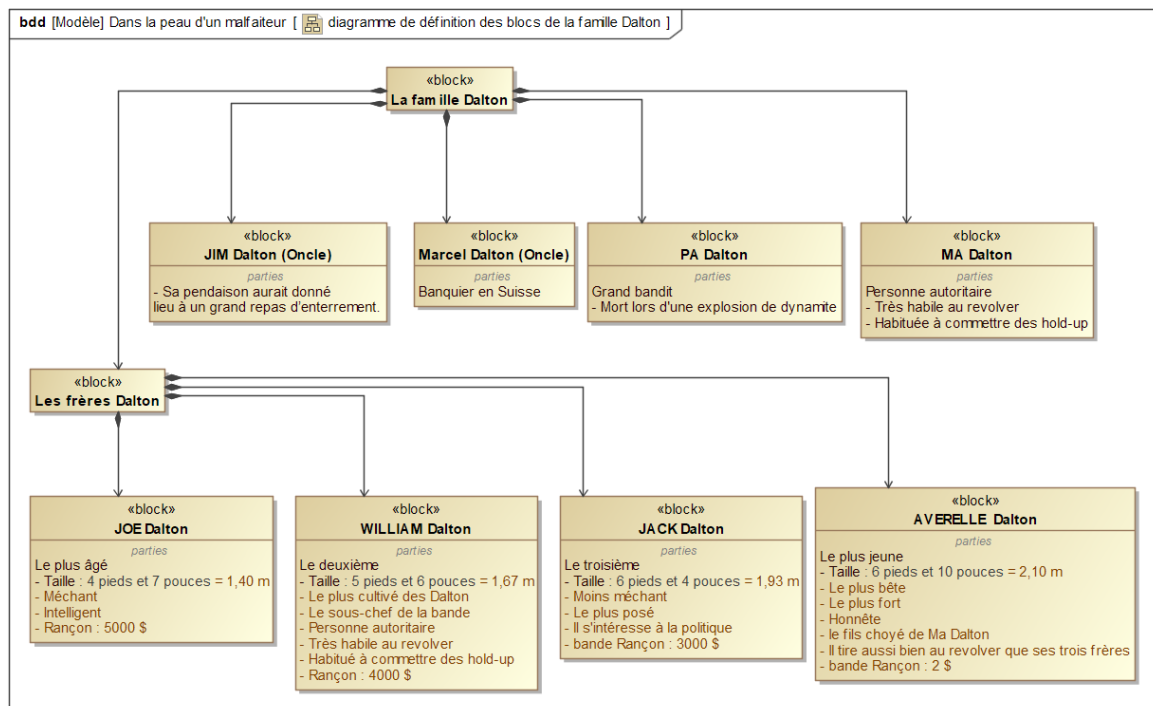


FIGURE 1 – La famille Dalton

La figure 2 donne le diagramme des exigences qui représente les objectifs visés par les frères Daltons et que nous allons traiter dans notre sujet afin de les aider à atteindre leurs buts.

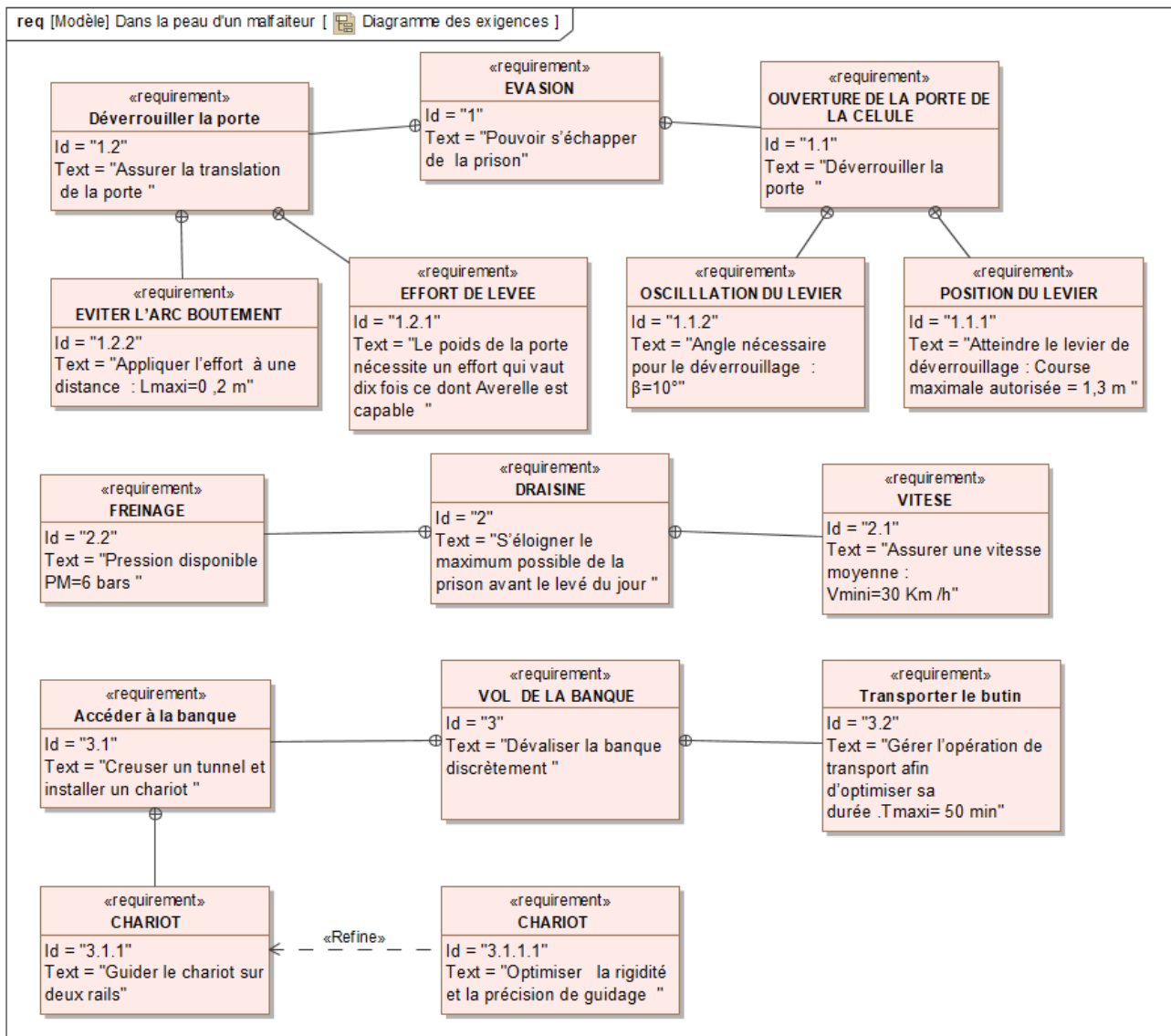


FIGURE 2 – Diagramme des exigences

Episode 1 : Une fugue qui se prépare

Zut, les Daltons sont en prison ! Pour pouvoir rejouer des mauvais tours aux habitants du Far West et défier Lucky Luke, ils ont besoin de s'échapper. Les frères sont enfermés dans une cellule dont la porte est à verrouillage par levier. La position du levier rend la tâche particulièrement compliquée car il est difficile à atteindre depuis la fenêtre de la cellule.

Contrairement à leurs frères (occupés à se lamenter sur leur sort), Joe et William ont décidé de se creuser légèrement les méninges et de réaliser un petit mécanisme basé sur les systèmes de transformation de mouvement et de leviers manuellement commandés.



Le mécanisme de déverrouillage est schématisé sur la figure 3 ci-dessous :

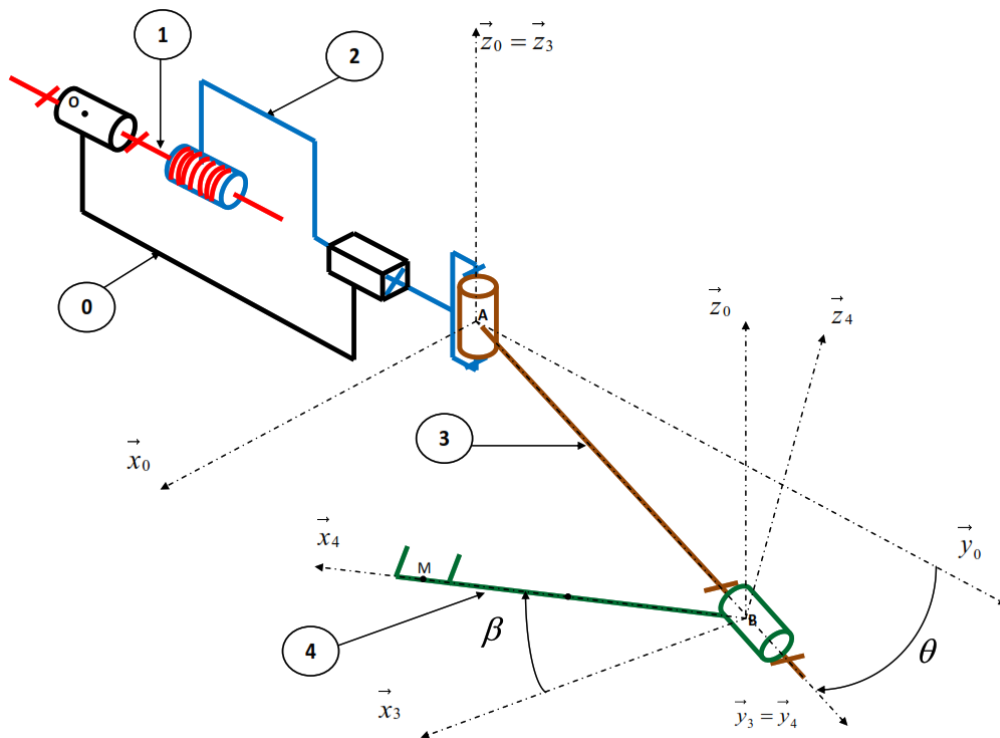


FIGURE 3 – Schéma cinématique du mécanisme de déverrouillage

Le mécanisme de déverrouillage est constitué de :

- **Bâti : 0**

- ◇ Le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est lié au bâti fixe 0.

- **Vis : 1**

- ◇ Le repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est lié à la vis 1.

- ◇ **Mouvement de (1/0)** : rotation autour de (O, \vec{y}_0) .

- ◇ **Position de (1/0)** repérée par $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$.

- **Coulisseau : 2**

- ◇ **Mouvement de (2/0)** : Translation suivant \vec{y}_0 . Avec $\vec{OA} = y \cdot \vec{y}_0$.

- **Levier : 3**

- ◇ Le repère $R_3(A, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ est lié au levier 3.

- ◇ **Mouvement de (3/2)** : rotation autour (A, \vec{z}_0) .
- **Bras : 4**
 - ◇ Le repère $R_4(B, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ est lié au bras 4.
 - ◇ **Mouvement de (4/3)** : rotation autour de (B, \vec{y}_3) .
 - ◇ $\vec{AB} = l \cdot \vec{y}_3, \vec{BM} = d \cdot \vec{x}_4$.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons et les figures planes du mécanisme.

Question 2 Représenter le schéma cinématique du système dans le plan $(O, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ pour $\theta = 0^\circ$ et $\beta = -\frac{\pi}{2}$.

Question 3 Déterminer $\{\mathcal{V}_{4/0}\}$ le torseur cinématique du bras 4 dans son mouvement par rapport à O au point M .

Le déverrouillage de la porte de la cellule se passe en deux phases :

- **Phase 1** : Atteindre la position du levier (rendre les points et confondus).
- **Phase 2** : Soulever le levier en animant le bras d'une rotation autour de l'axe (B, \vec{y}_3)

Le point M_1 représente la zone de manipulation du levier de déverrouillage. Ce point est situé sur le plan $(O, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ avec $\vec{BM}_1 = \lambda \cdot \vec{x}_0 + \mu \cdot \vec{y}_0$. Et pour arriver à ce point, il faut que les Dalton manipulent correctement le mécanisme. Nous nous proposons de leur donner un coup de main en les aiguillant à retrouver la position optimale de commande.

Question 4 Écrire le vecteur \vec{OM} dans la base B_0 puis donner la valeur de l'angle β qui assure la condition de la phase 1, en déduire les expressions de λ et μ pour atteindre le point M_1 en fonction de l, θ, d et y .

Question 5 Compléter le **document réponse 1 (Figure 17)** en dessinant les dispositions des pièces (3) et (4) afin que le point M soit confondu avec le point M_1 . Déduire graphiquement la course nécessaire au point A du coulisseau (2) afin que le bras (4) puisse atteindre la position du levier de verrouillage.

Question 6 Relever la valeur de la course au point A puis comparer à l'exigence id : 1.1.1. Conclure.

Le **document réponse 2 (Figure 18)** représente le bras (4) en position de début du déverrouillage dans le plan $(B, \vec{x}_3, \vec{z}_0)$.

Question 7 Représenter, sur le **document réponse 2 (Figure 18)**, la position limite du levier en fin de déverrouillage. En déduire l'angle maximal balayé par le bras(4). Comparer à l'exigence id : 1.1.2 puis conclure.

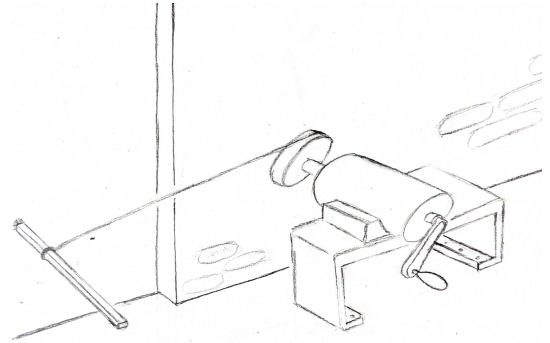
Episode 2 : Après la petite porte, la grande porte

Une fois à l'extérieur de leur cellule sale et sombre, les frères Dalton se précipitent à la grande porte de la prison pour regagner leur tendre liberté. Sauf que, devant la porte, ils se rendent compte que la porte est tellement énorme qu'il faudrait une intervention d'au moins dix vigiles bien costauds. La fuite semble frôler l'échec jusqu'à ce que le cerveau de Joe s'illumine.

Il faut un système qui serait capable d'amplifier d'au moins dix fois son effort. Une petite recherche en mécanique et la réponse semble désormais évidente : Les réducteurs !



Le réducteur utilisé par les Dalton est un train épicycloïdal représenté sur l'annexe A (Figure 9) . Notre travail pour cet épisode est donc lié aux calculs de vitesses dans un train épicycloïdal.



Question 8 Déterminer le nombre de dents de la couronne(3).

Question 9 En exprimant les conditions de roulement sans glissement aux points A et B, montrer que la relation entre les vitesses angulaires ω_{10} , ω_{30} et ω_{40} peut s'écrire sous la forme : $\omega_{10} - \lambda\omega_{30} + (\lambda - 1)\omega_{40} = 0$ Donner l'expression de λ en fonction des nombres de dents.

Question 10 La couronne (3) est supposée fixée au sol. Déterminer le rapport du réducteur et en déduire l'élément qui doit être fixé à la manivelle et celui qui doit être fixé au tambour. Faire l'application numérique.

L'hypothèse des pertes négligées lors de cette transmission conduit à la relation : $\frac{C_S}{C_M} = \frac{1}{r}$

Avec C_S : couple à la sortie du réducteur, C_M couple appliqué à l'entrée du réducteur et r rapport de réduction du train épicycloïdal. On donne le rayon de la manivelle $R_M = 50cm$ et le rayon du tambour $R_T = 14cm$.

Question 11 Déterminer l'expression de l'effort F_C dans le câble lié au tambour en fonction de l'effort F_A d'Averelle sur la manivelle. Conclure ensuite par rapport à la satisfaction de l'exigence $i : 1.2.1$.

Le problème de l'effort est désormais derrière nos jeunes hors-la-loi. Ils doivent à présent surmonter une nouvelle difficulté : un éventuel arc-boutement. En effet, un mauvais placement de câble sur la porte pourrait conduire ce phénomène à se produire. Pour l'éviter, nous devons aider les Dalton à réaliser une petite étude statique. Le guidage de la porte dans le mur se fait grâce à deux rainures disposées symétriquement (voir l'Annexe B (Figure 10)).

Compte tenu du jeu entre la porte et le mur, les zones de contact sont assimilées à deux surfaces. Le problème peut être ramené à une étude plane dans le plan. Un modèle de pression linéique est donc proposé pour cette étude dans la figure 4 ci-dessous :

Le contact se fait avec **frottement** on note f le coefficient de frottement entre le mur et la porte.

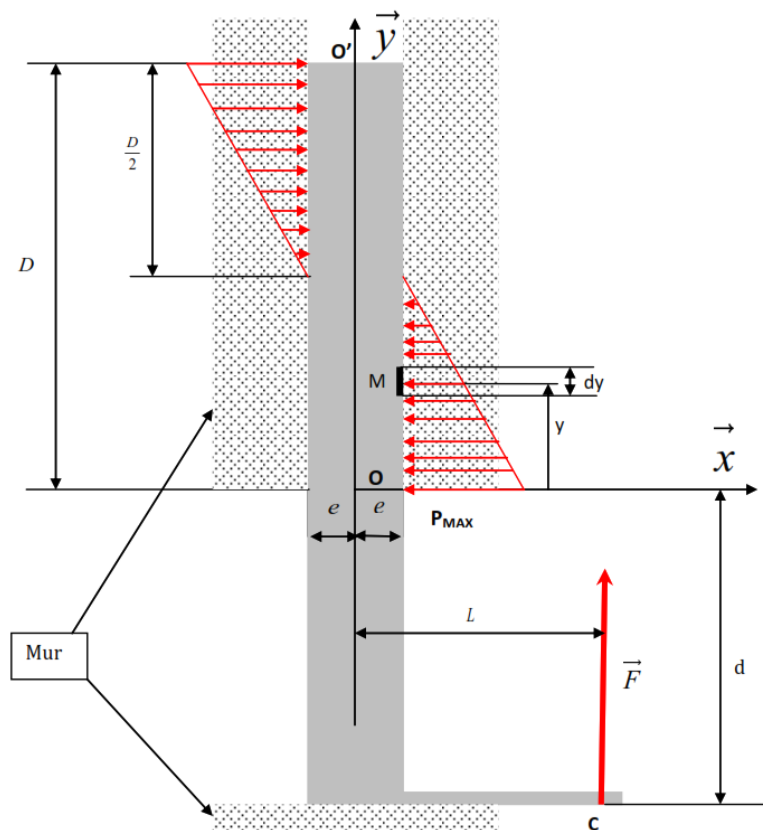


FIGURE 4 – Modèle d'étude

Etude du contact dans la zone : $0 \leq y \leq \frac{D}{2}$

Question 12 Écrire la pression $P(y)$ en fonction de P_{MAX} , D et y .

Question 13 Déterminer le torseur $\left\{ \mathcal{T}_{0 \rightarrow \text{porte}_{[1]}} \right\}_O$ des actions mécaniques du mur sur la porte dans la zone de contact $0 \leq y \leq \frac{D}{2}$ au point O .

Soit un point appartenant à la zone de contact $0 \leq y \leq \frac{D}{2}$.

Question 14 Déterminer les composantes du vecteur \vec{OI} en fonction de e et D pour que le torseur $\left\{ \mathcal{T}_{0 \rightarrow \text{porte}_{[1]}} \right\}_O$ soit un glisseur au point.

Etude du contact dans la zone $\frac{D}{2} \leq y \leq D$

Question 15 Par analogie avec le résultat de la question 13, déterminer le torseur des actions mécaniques du mur sur la porte dans la zone de contact au point O' . Ce torseur sera noté $\left\{ \mathcal{T}_{0 \rightarrow \text{porte}_{[2]}} \right\}_{O'}$.

Soit J un point appartenant à la zone de contact $\frac{D}{2} \leq y \leq D$.

Question 16 Déterminer les composantes du vecteur \vec{OJ} en fonction de e et D pour que le torseur $\left\{ \mathcal{T}_{0 \rightarrow \text{porte}_{[2]}} \right\}_J$ soit un glisseur au point J .

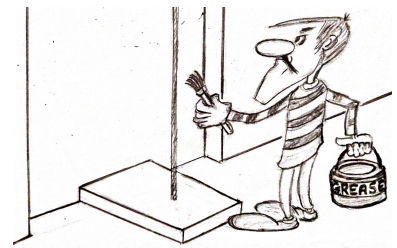
Question 17 Appliquer le principe fondamental de la statique à la porte au point O et donner les trois équations scalaires qui en sont issues.

Question 18 Dédire des équations de la question précédente la condition sur la longueur L_{limite} pour l'équilibre.

Sachant que $D = 20$ cm et $f = 0,27$.

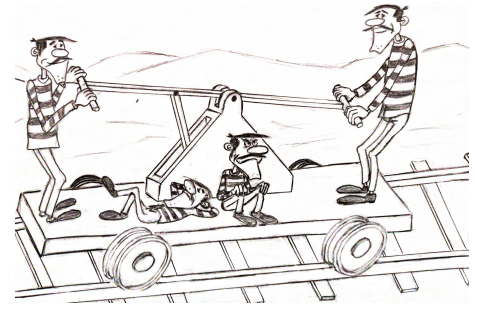
Question 19 Faire l'application numérique pour les questions 17 et 20. Conclure quant au respect de l'exigence *i.d.* : 1.2.2.

Dans la réalité, Joe se contente juste d'arroser la porte car tous ces calculs savants lui ont donné le tournis. En addition, la distance D n'est pas constante et augmente au fur et à mesure que la porte s'ouvre. Peut-être flemmard, mais il reste intelligent ce sacré Joe.



Episode 3 : Jamais deux (problèmes) sans trois

Cette fugue semble donner aux Dalton un sacré calvaire. Maintenant qu'ils sont libres, ils doivent prendre la fuite, à la vitesse de l'éclair, avant que les gardes ne découvrent leur évasion. N'étant pas là pour faire du tourisme et surtout étant fugitifs, les jeunes criminels ne peuvent pas prendre un train. Ils doivent se contenter d'une vieille draisine propulsée par l'effort humain. Tout le monde est à bord de la draisine. Par souci d'équité, ce sont Jack et Averell qui fournissent l'effort de motorisation vu que Joe et William ont déjà rempli leur part du contrat.



La draisine (voir les Annexes C1 (Figure 11) et C2 (Figure 12)) est constituée du bâti 0, du balancier 1, de la bielle 2, du vilebrequin 3, de la roue 4 et du pignon 5. Le balancier 1 entraîne la bielle 2 qui transmet le mouvement au vilebrequin 3. La rotation alternative du balancier 1 est transformée en rotation continue du vilebrequin 3. Le mouvement est transmis à l'essieu arrière grâce à un système pignon-chaîne (roue 4 – pignon 5). Le modèle d'étude retenu pour le mécanisme d'entraînement de la draisine est donné par le schéma cinématique plan figure 5 ci-dessous (système pignon-chaîne non représenté) :

Le mécanisme d'entraînement de la draisine est constitué de :

- **Bâti 0** : Le repère $R_0 (O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est lié au bâti fixe 0.
- **Balancier 1** : Le repère $R_1 (O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est lié au balancier 1.
- **Vilebrequin 2** : Le repère $R_2 (O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est lié au vilebrequin 2.
- **Bielle 3** : Le repère $R_3 (B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ est lié à la bielle 3.
- $\overrightarrow{O_1A} = l_1\vec{x}_1$, $\overrightarrow{BA} = l_2\vec{x}_2$,
 $\overrightarrow{O_2B} = R\vec{x}_3$, $\overrightarrow{O_1O_2} = d\vec{x}_0 - b\vec{y}_0$

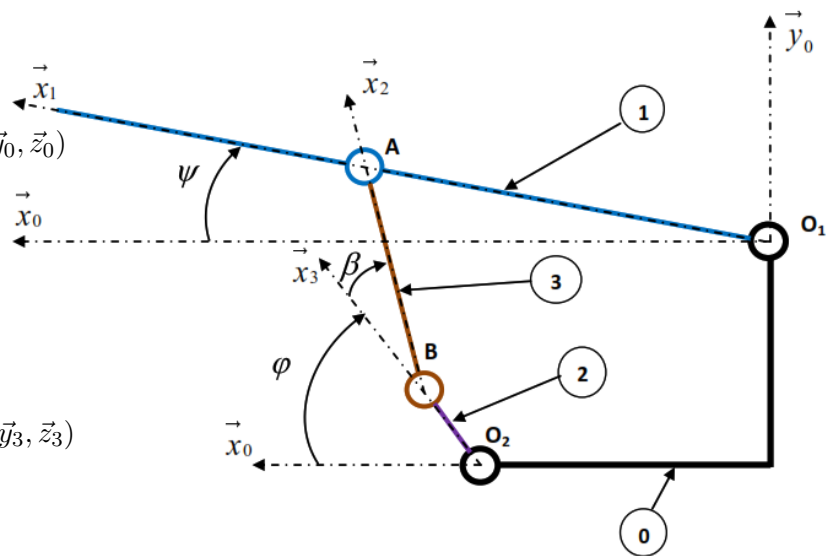


FIGURE 5 – Schéma cinématique plan

Question 20 Montrer que la relation qui lie l'angle φ à l'angle ψ peut se mettre sous la forme suivante : $A_1 = A_2 \cdot \cos(\psi - \varphi) + A_3 \cdot \cos \varphi + A_4 \cdot \cos \psi + A_5 \cdot \sin \psi + A_6 \cdot \sin \varphi$ en déduire les expressions de A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 et A_6 en fonction de l_1, l_2, R, d et b .

La roue 4 est fixée sur le vilebrequin 2 et transmet la rotation de ce dernier au pignon 5 solidaire de l'essieu arrière (voir l'Annexe C (Figure 12)).

Sachant que la vitesse du point C , représentant la zone de commande du balancier, est égale à :

$$\|\overrightarrow{V}_{(C \in 1/0)}\| = 2 \text{ m/s}$$

Question 21 Cinématique graphique (cette question sera traitée directement sur le document réponse 4 (Figure 19)). Les justifications nécessaires seront rédigées sur le cahier réponse.

Question 22 Représenter le vecteur vitesse $\vec{V}_{(C \in 1/0)}$

Question 23 Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}_{(A \in 1/0)}$

Question 24 Justifier les égalités suivantes :

$$\vec{V}_{(A \in 1/0)} = \vec{V}_{(A \in 3/0)} \quad \text{et} \quad \vec{V}_{(B \in 3/0)} = \vec{V}_{(B \in 2/0)}$$

Question 25 Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}_{(B \in 2/0)}$

Question 26 Sachant que le rayon du vilebrequin 2 est égal à $R_2 = 0,14$ m, calculer $\omega_{(2/0)}$

On donne $Z_4 = 100$ dents et $Z_5 = 30$ dents ainsi que le rayon de la roue de la draine $R_D = 0,25$ m

Question 27 Déterminer la vitesse de déplacement de la draine, conclure par rapport à l'exigence id : 2.1.

La prison semble bien s'éloigner et les Dalton semblent s'approcher de la ville. A présent, Joe doit activer le frein afin d'arrêter la draine et d'éviter de faire une entrée en fiasco. Il applique un effort sur la pédale de freinage pour mettre en contact les sabots avec les roues de la draine.

Le mécanisme de freinage est représenté sur l'annexe D (Figure 13). L'action sur la pédale 7 est transmise aux deux biellettes et qui plaquent les sabots et sur les roues 10 et 10'. Un ressort 6 de rappel se charge d'éloigner les sabots des roues en repoussant la pédale vers le haut dès l'arrêt de l'action de freinage. La figure 6 représente le système de freinage dans ses deux positions de fonctionnement.

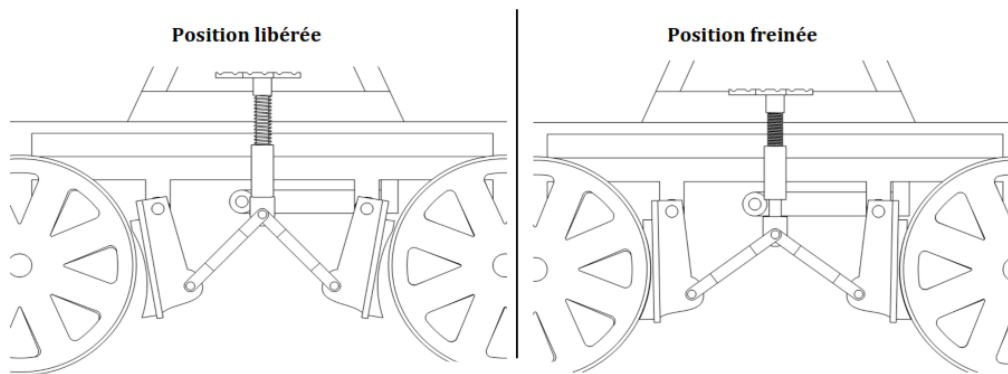


FIGURE 6 – Mécanisme de freinage

L'étude suivante consiste à vérifier les performances du système de freinage. L'Annexe D (Figure 14) représente le paramétrage et donne la distribution de la pression pour la garniture de friction.

Paramétrage pour l'étude du frein à sabot :

- Effort presseur du sabot : N
- Caractéristiques géométriques des garnitures de frictions montées sur les sabots : L , R et α
- Coefficient de frottement sec entre la garniture et la roue de la draine ; f

Données numériques : $f = 0,1$; $C_{fT} = 500$ Nm ; $R = 0,25$ m ; $L = 0,1$ m ; $\alpha = 23^\circ$

Question 28 Déterminer l'expression de l'effort de freinage N du sabot 9 sur la roue en fonction de R , P_M , L et α .

Question 29 Déterminer l'expression du couple de freinage C_f du sabot 9 sur la roue en fonction de R, P_M, L, f et α . En déduire l'expression du couple total de freinage C_{fT} sur les deux roues.

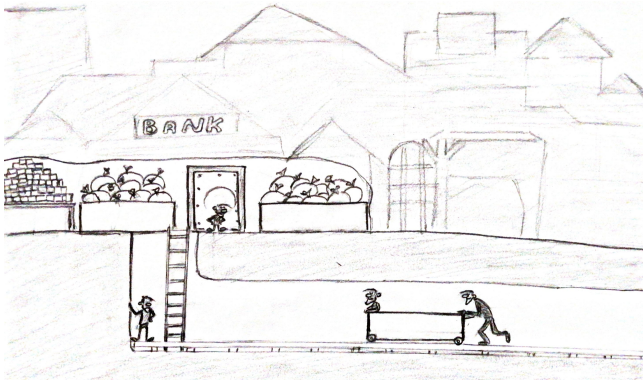
Question 30 Déterminer la pression P_M nécessaire pour assurer le freinage. Comparer à l'exigence id :2.2 du cahier des charges puis conclure.

Episode 4 : Après la pluie, le beau temps

Maintenant que les Dalton sont libres et à l'abri de la prison, ils souhaitent faire un cambriolage à la banque locale. S'ils ont pourri plusieurs mois dans une cellule étroite, l'heure est venue de s'enrichir et d'oublier les jours noirs qu'ils ont passés. Joe a mis au point un plan diabolique pour accomplir ce dessein. En effet, pour éviter de se faire remarquer comme lors d'un braquage classique, les Dalton ont creusé un grand tunnel pour arriver directement dans la chambre du coffre-fort... Ingénieux!!!



Pour assurer le déplacement des sacs de bielles et des lingots d'or, les Dalton ont installé un chariot guidé sur rail afin de minimiser la durée des transports (voir l'Annexe E (Figure 15)).



Le chariot est relié aux deux rails par l'intermédiaire de 8 galets. Ces galets sont bombés, ce qui permet d'envisager un contact ponctuel entre le rail et le galet, conformément au schéma cinématique figure 7 ci-dessous :

Les 8 galets sont considérés en liaison pivot avec le chariot.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{O_1 B_1} &= a\vec{y}_s & \overrightarrow{B_1 A_1} &= R\vec{y}_s \\ \overrightarrow{O_1 B_2} &= a\vec{x}_s & \overrightarrow{B_2 A_2} &= R\vec{x}_s \end{aligned}$$

Question 31 Par une étude cinématique, montrer que la liaison équivalente entre le rail 0 et le chariot 1 par l'intermédiaire des deux galets G_1 et G_2 est une liaison linéaire annulaire d'axe (O_1, \vec{z}_0) .

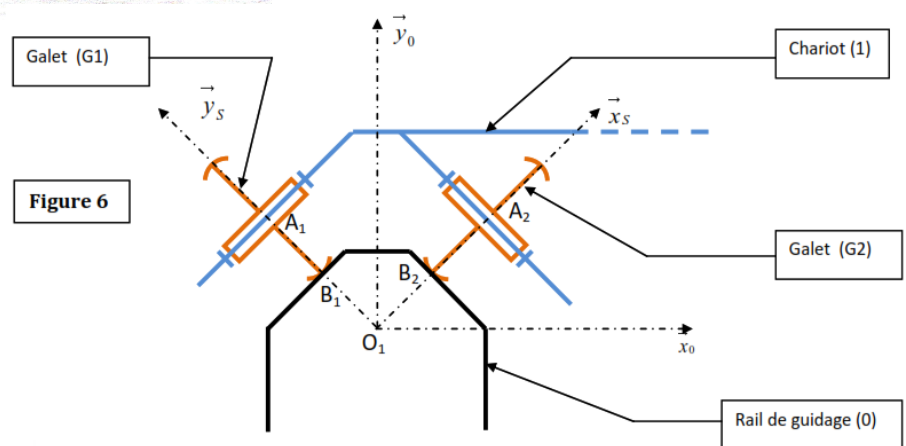


FIGURE 7 – Schéma cinématique du guidage (rail / galet)

Le modèle complet contenant les 8 galets est modélisé par une chaîne à 4 liaisons linéaires annulaires en parallèle. On le représente par la figure 8.

Question 32 Donner, sans faire de calcul, la liaison équivalente aux quatre liaisons linéaires annulaires entre le rail et le chariot.

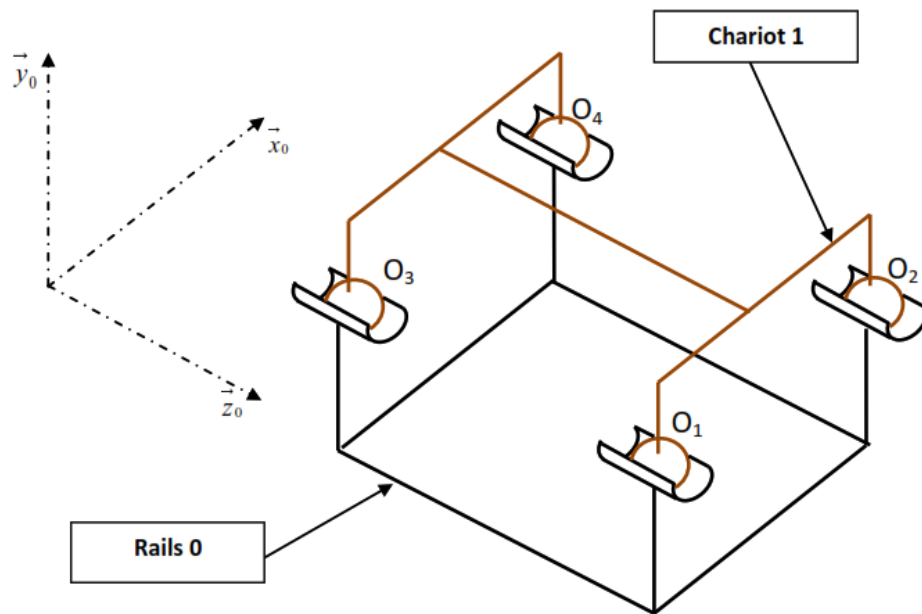


FIGURE 8 – Modèle complet du guidage

Question 33 En considérant le modèle global constitué du chariot et des 8 galets, déterminer les mobilités interne et utile. Indiquer la nature de ces mobilités.

Question 34 Déterminer le degré d'hyperstaticité h du système (**Pour PCSI**).

Le chariot est prêt pour le transport. Mais la gestion de ce dernier nécessite un petit peu de réflexion et un peu plus de logique. Joe, illuminé, réfléchit à gagner du temps en mettant en place une démarche logique et en utilisant des approches.

Le diagramme d'état de notre opération est donné sur l'**Annexe F (Figure 16)** .

Sachant que la chambre du coffre-fort contient 54 sacs de bielles et 48 lingots d'or.

Question 35 Compléter le chronogramme du **document réponse 5 (Figure 20)**, en déduire la durée d'un cycle.

Question 36 Calculer la durée nécessaire pour tout dérober puis conclure par rapport à l'exigence id :3.2

BONUS : Que savez-vous sur les Dalton ?

Question 37 Qui est qui ? Nommer les 4 Dalton

Question 38 Comment s'appelle la mère des frères Dalton ?

Question 39 En quelle année est sorti le film « Lucky Luke contre Joss Jamon », où les Dalton font leur première apparition sur le grand écran ?

Question 40 Quelles sont les deux couleurs favorites des Dalton ?

Question 41 John Dalton est-il un cousin des Dalton ?

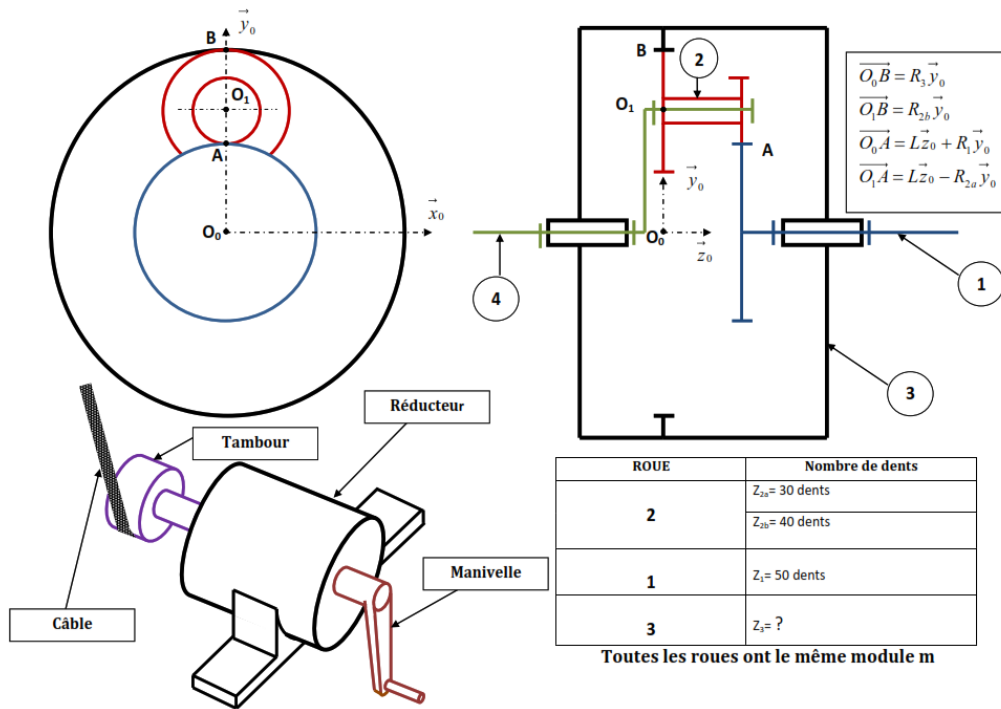


FIGURE 9 – Annexe A

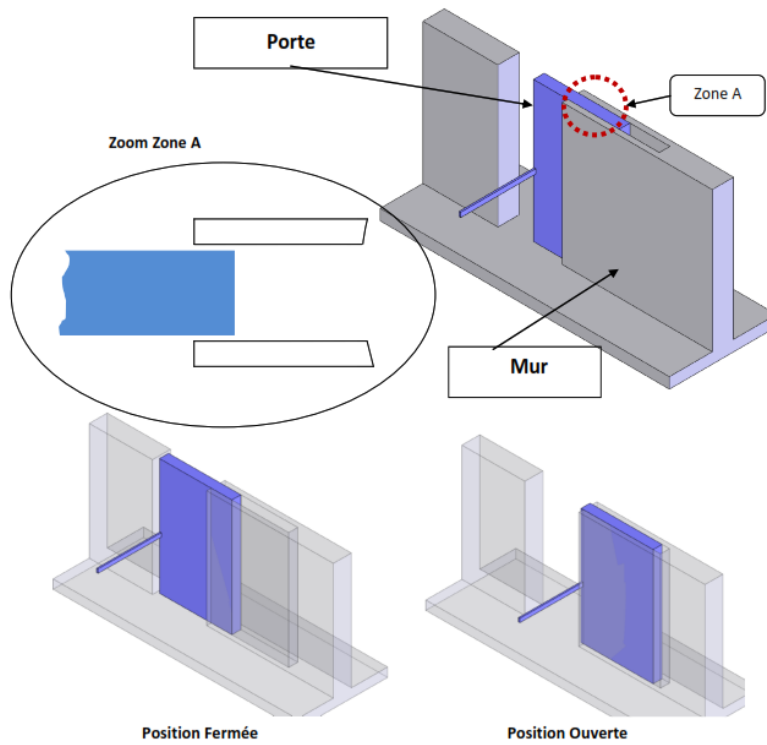


FIGURE 10 – Annexe B

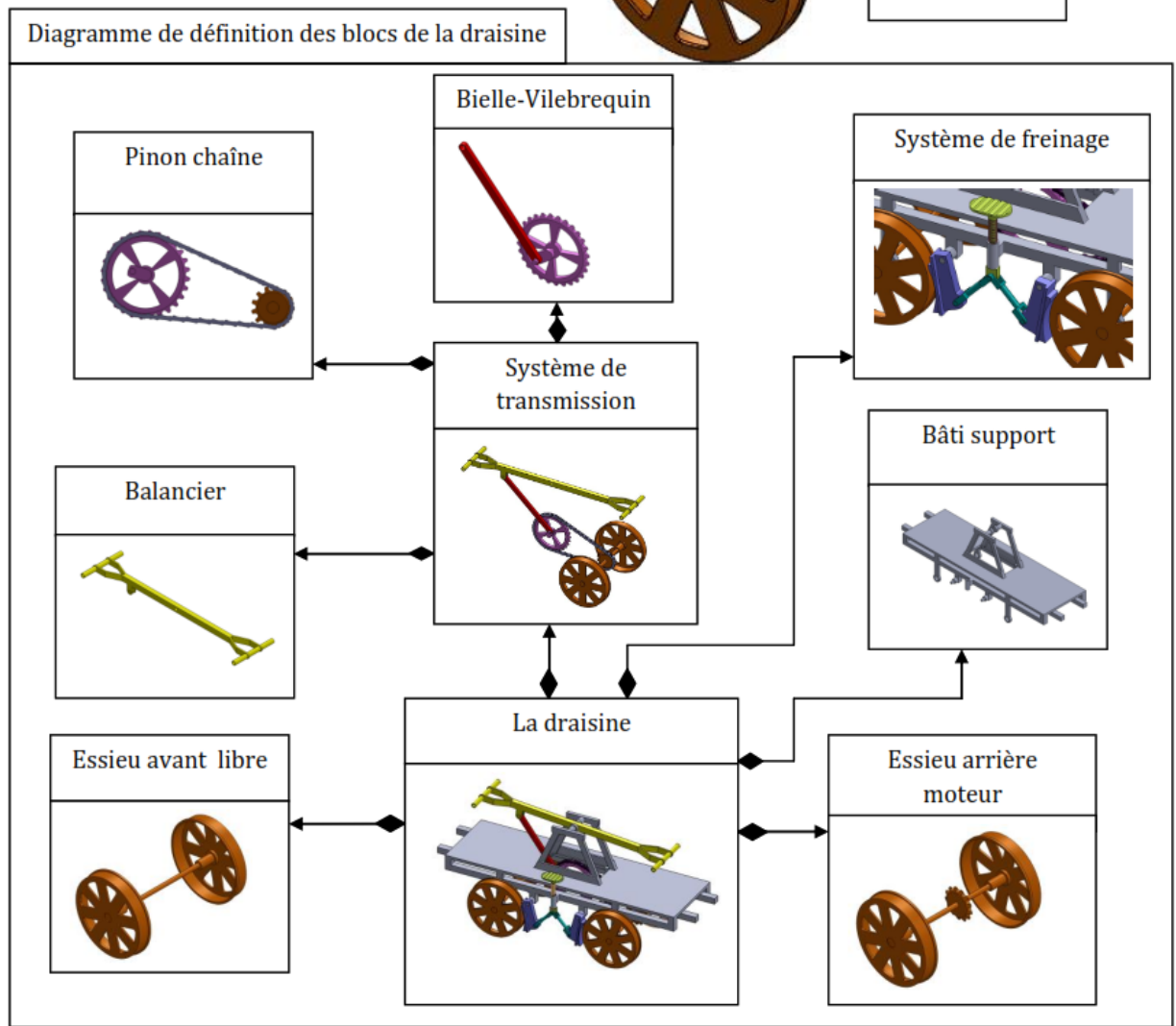
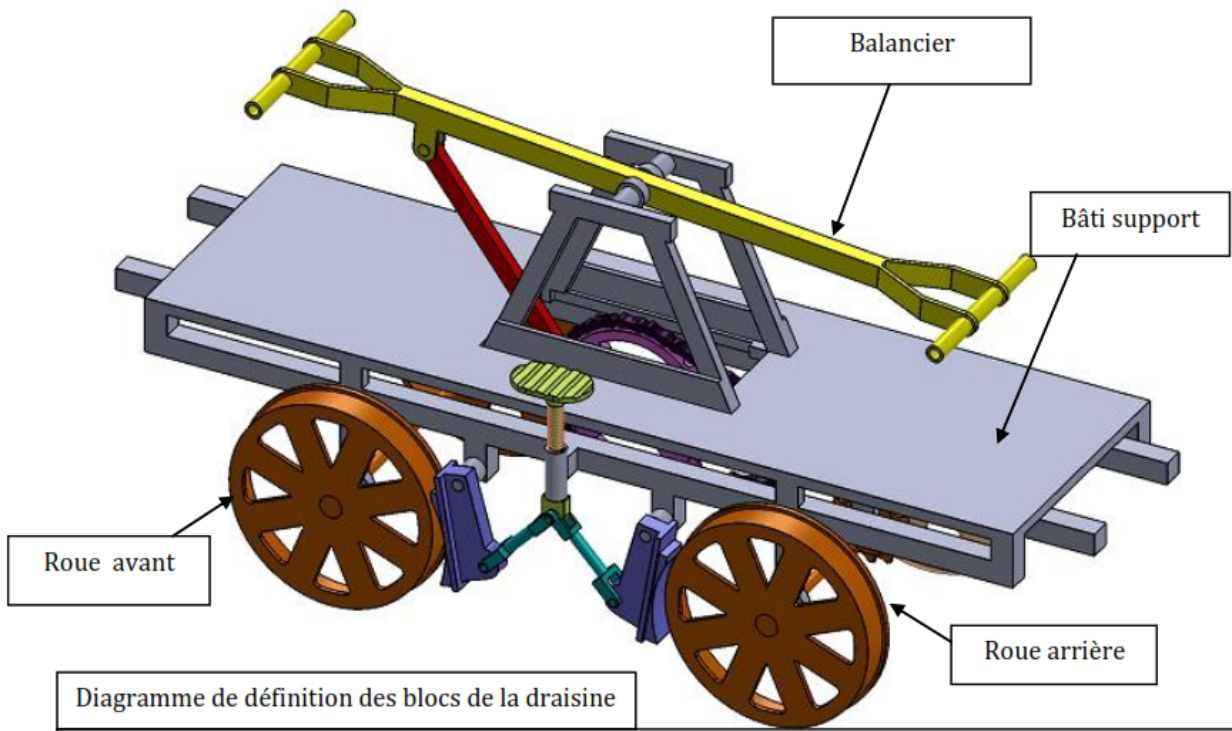


FIGURE 11 – Annexe C1

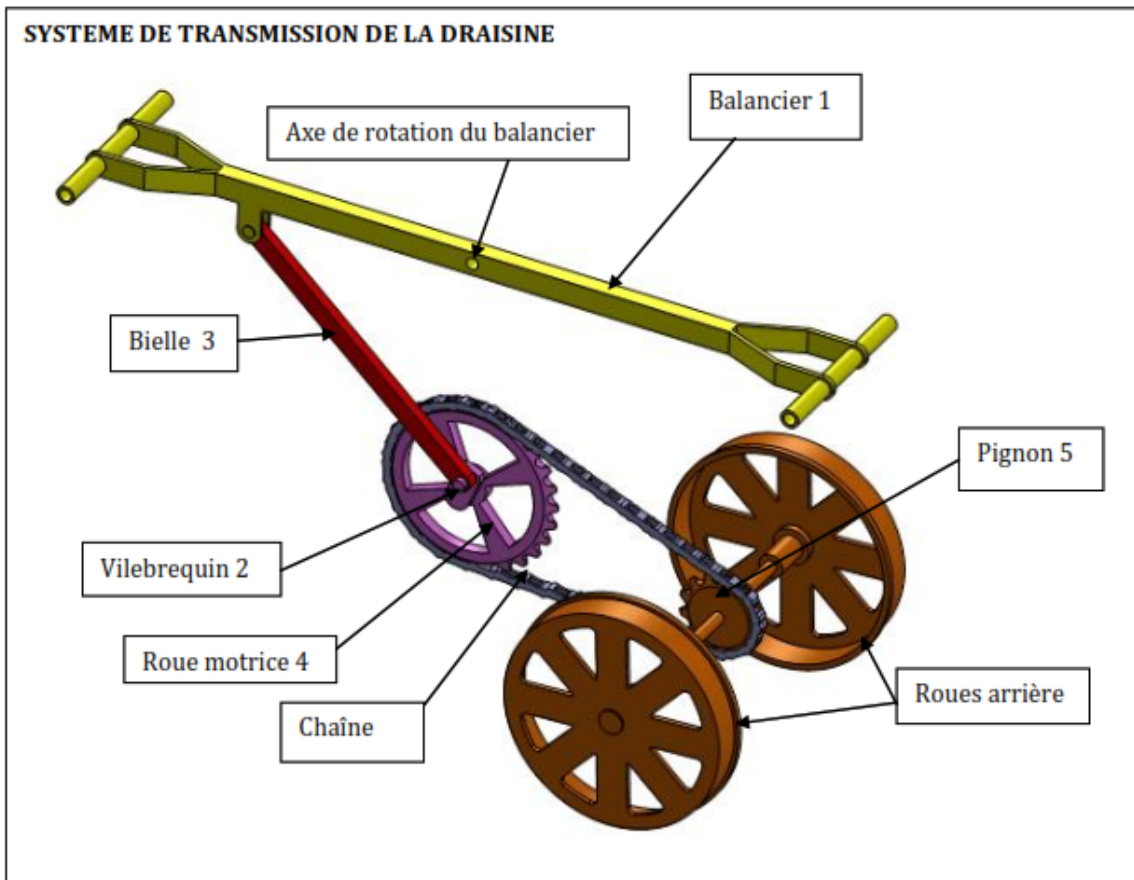
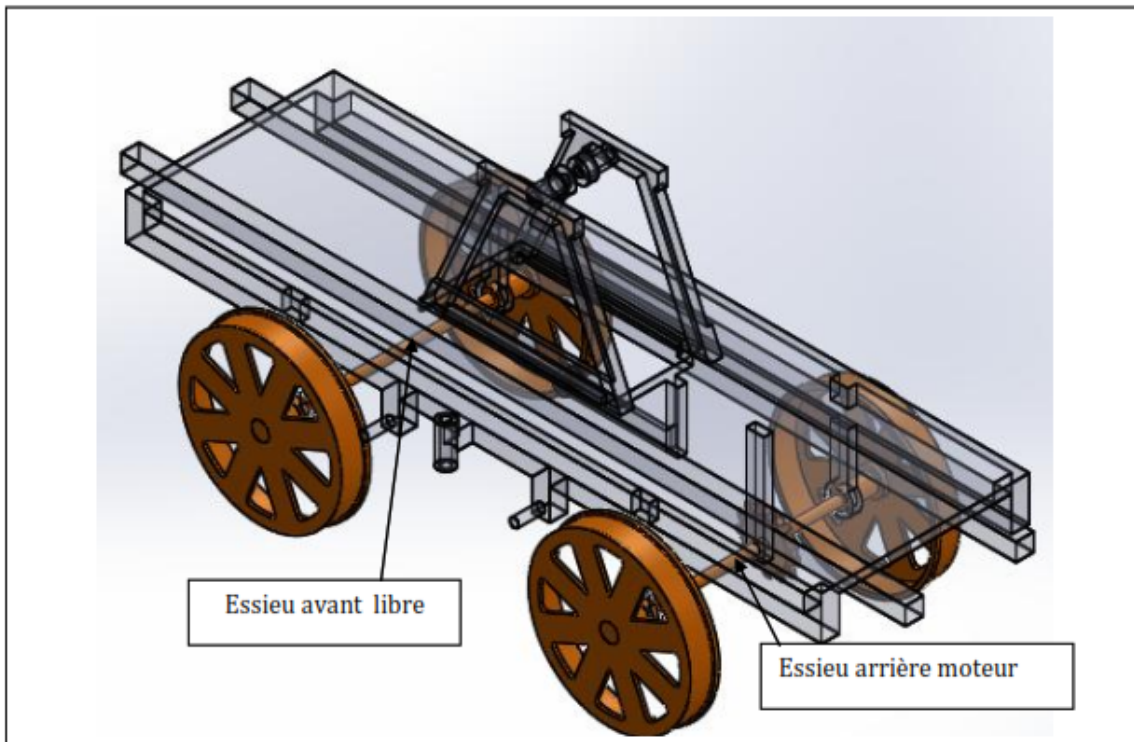


FIGURE 12 – Annexe C2

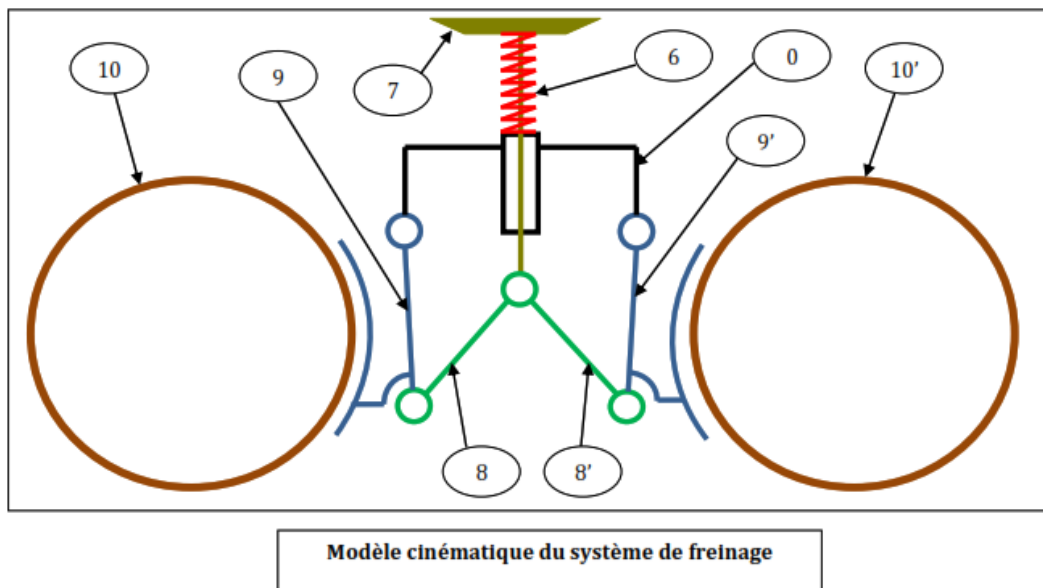
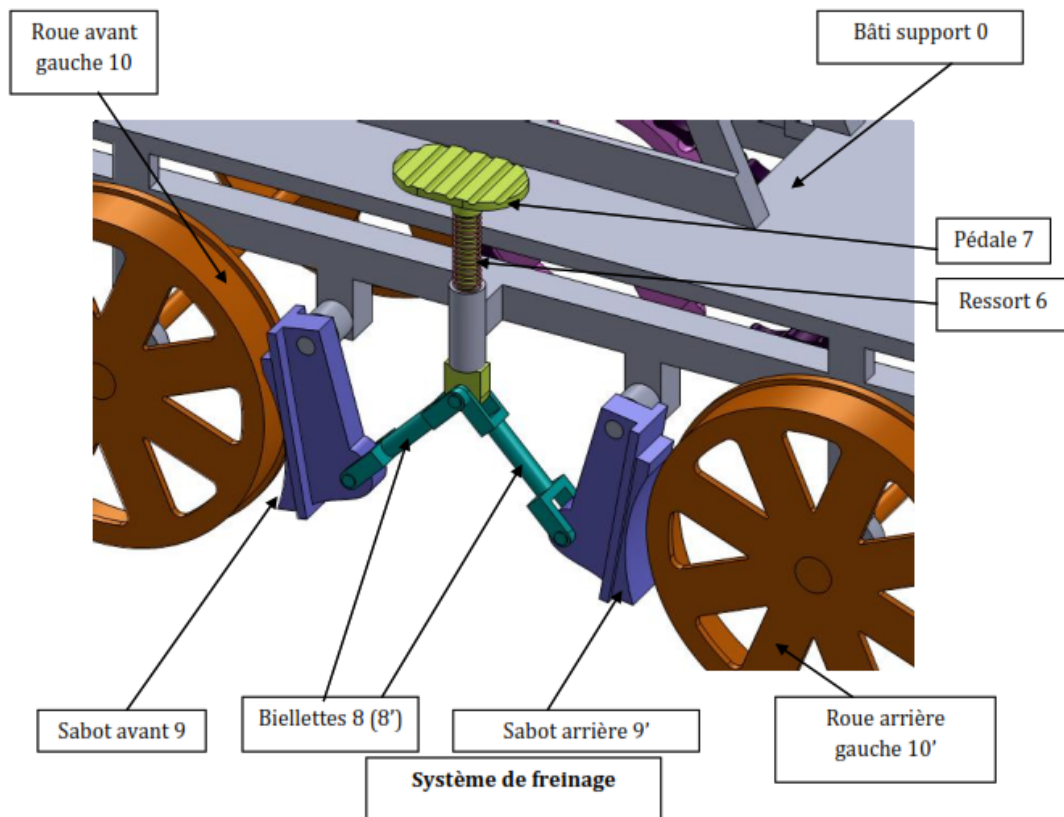


FIGURE 13 – Annexe D1

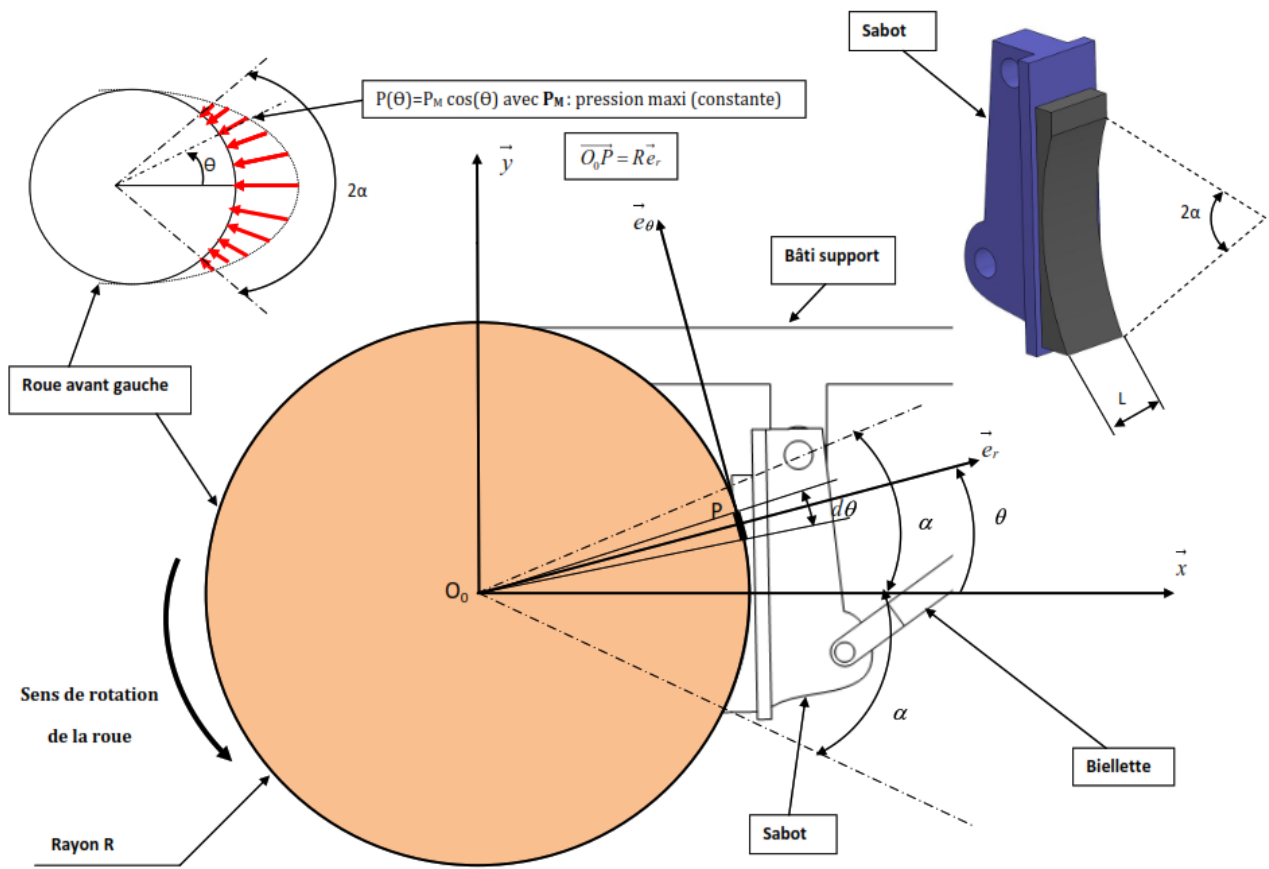


FIGURE 14 – Annexe D2

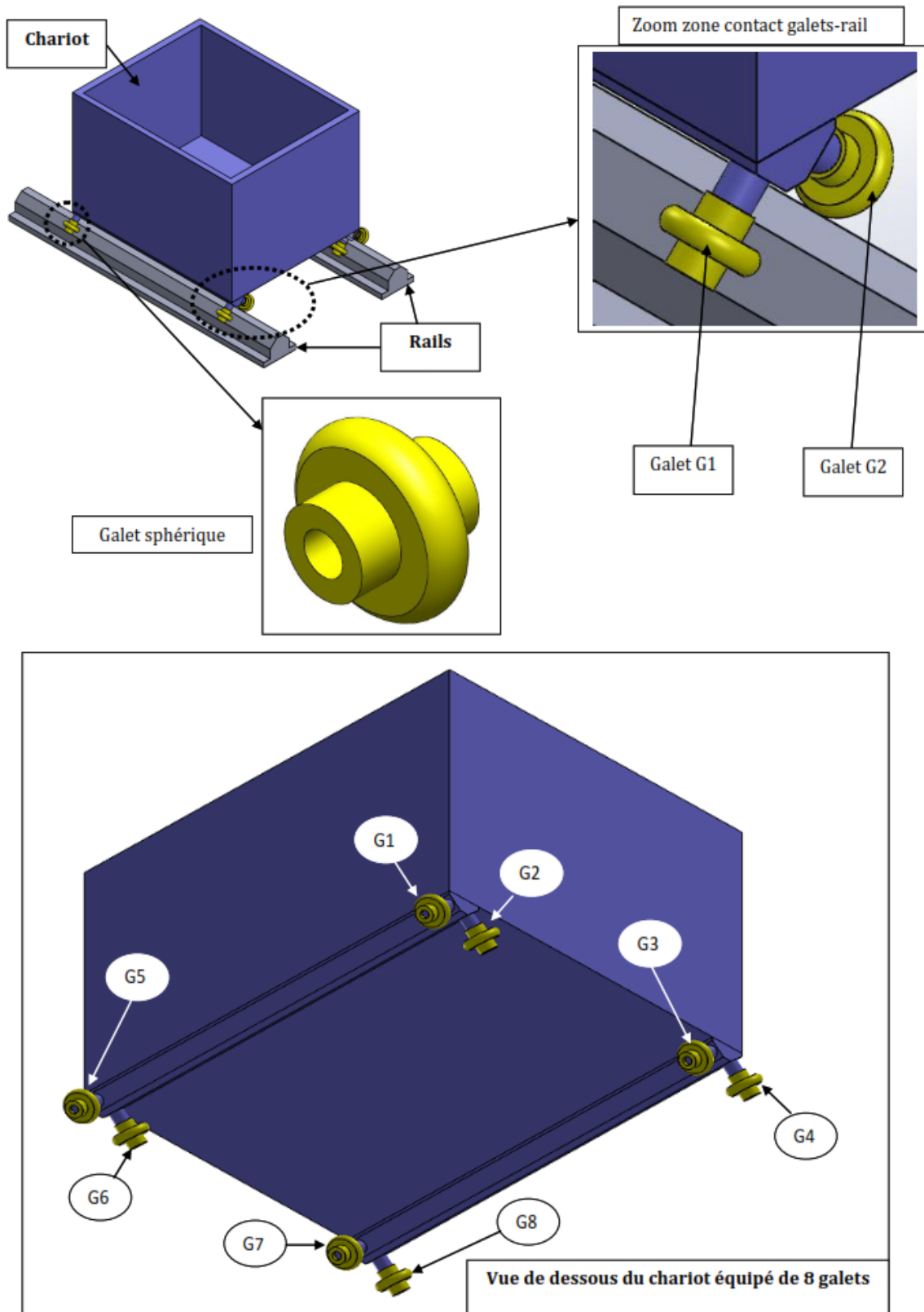


FIGURE 15 – Annexe E

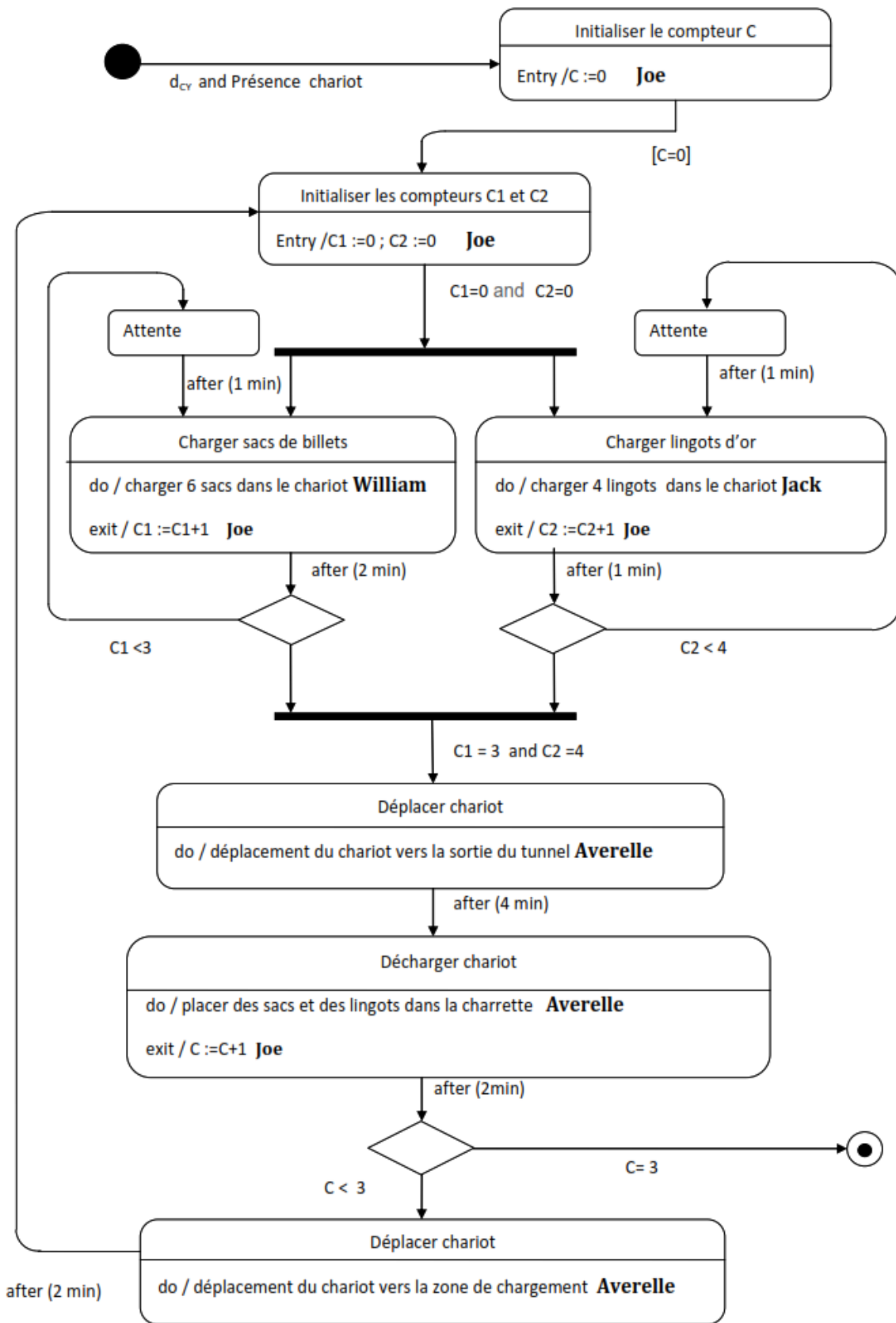


FIGURE 16 – Annexe F

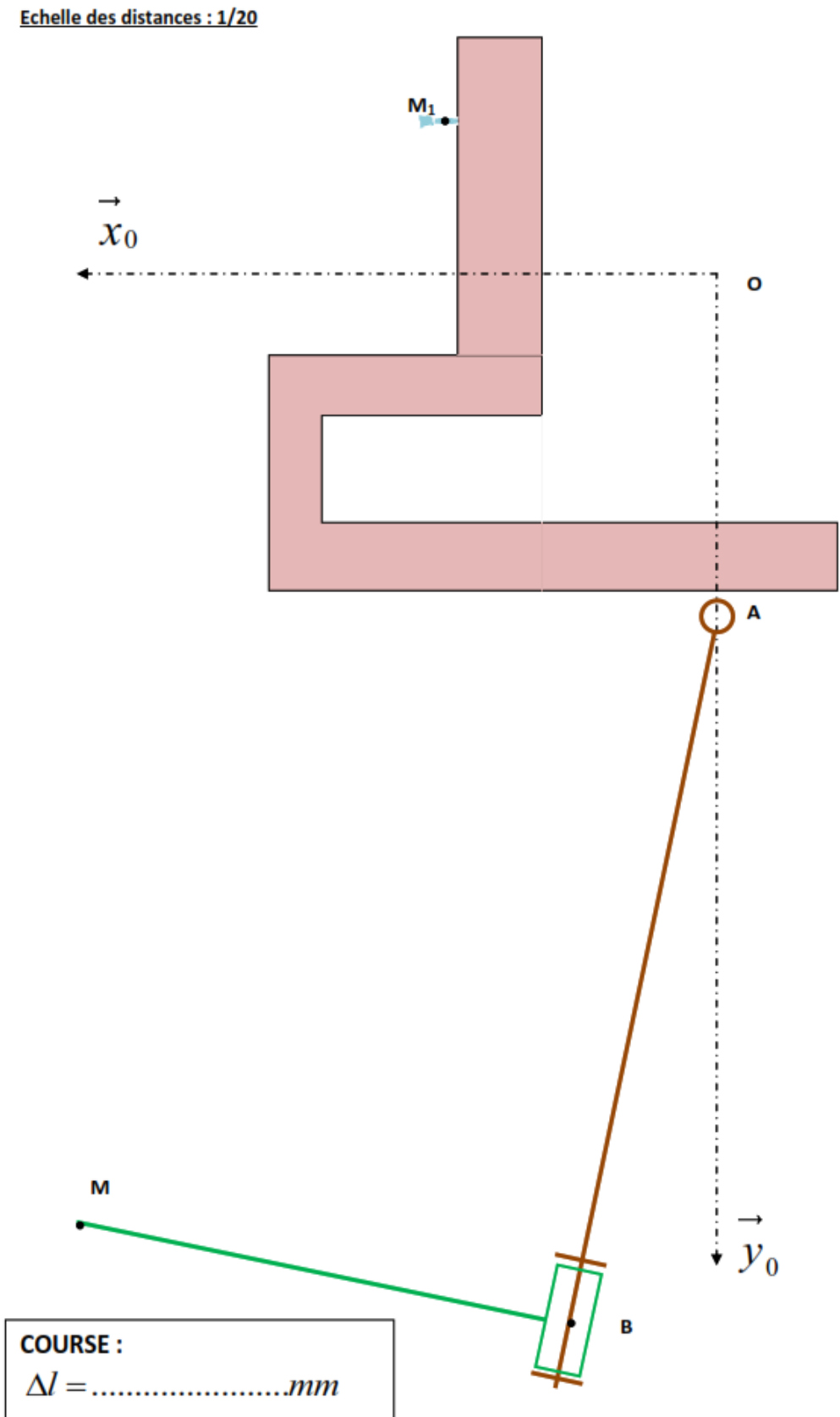


FIGURE 17 – Document réponse 1

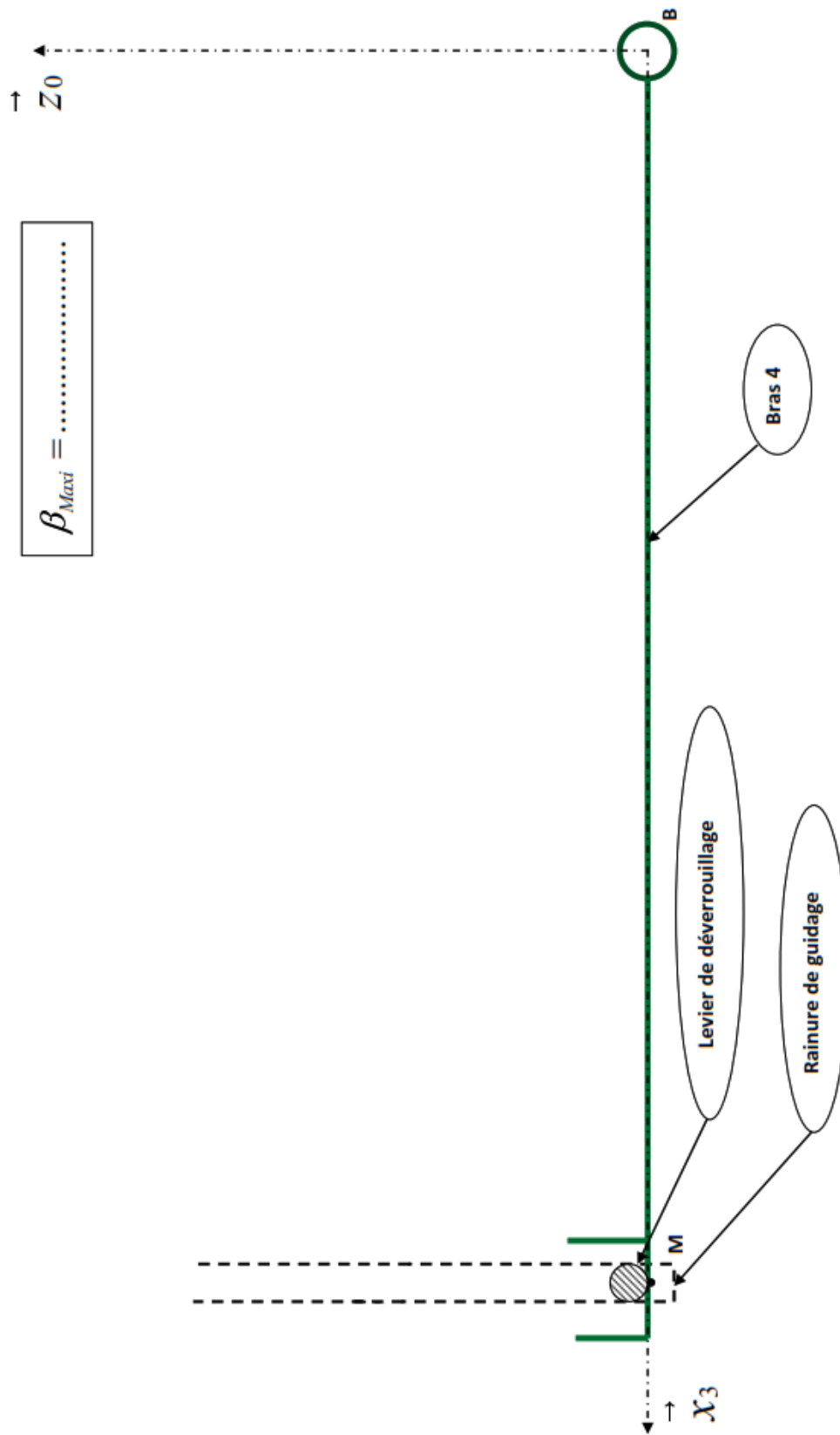


FIGURE 18 – Document réponse 2

$\|\vec{V}_{(C \in 1/0)}\| = 2 \text{ m/s}$
 Echelle : 1 m/s \rightarrow 25 mm

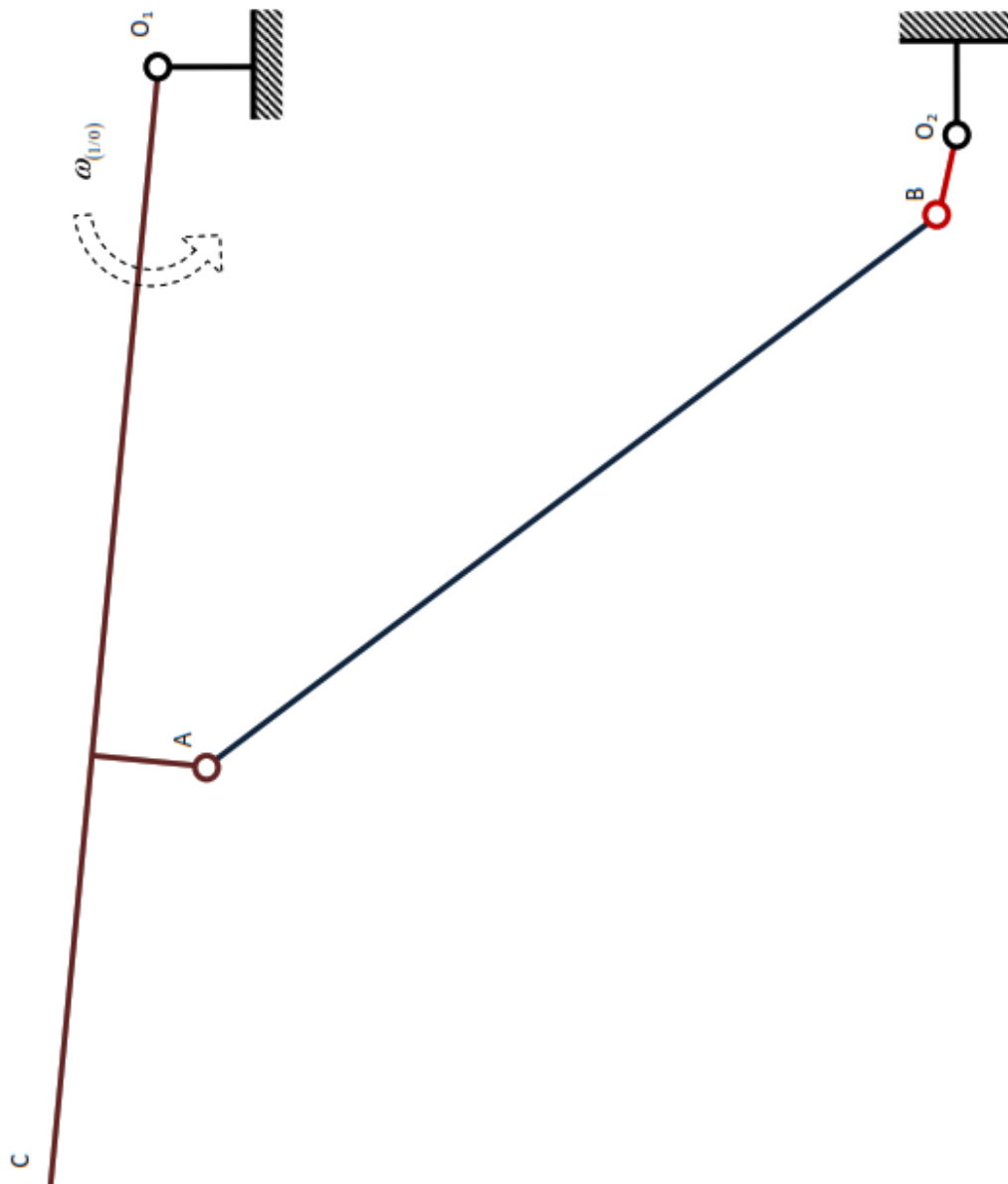


FIGURE 19 – Document réponse 4

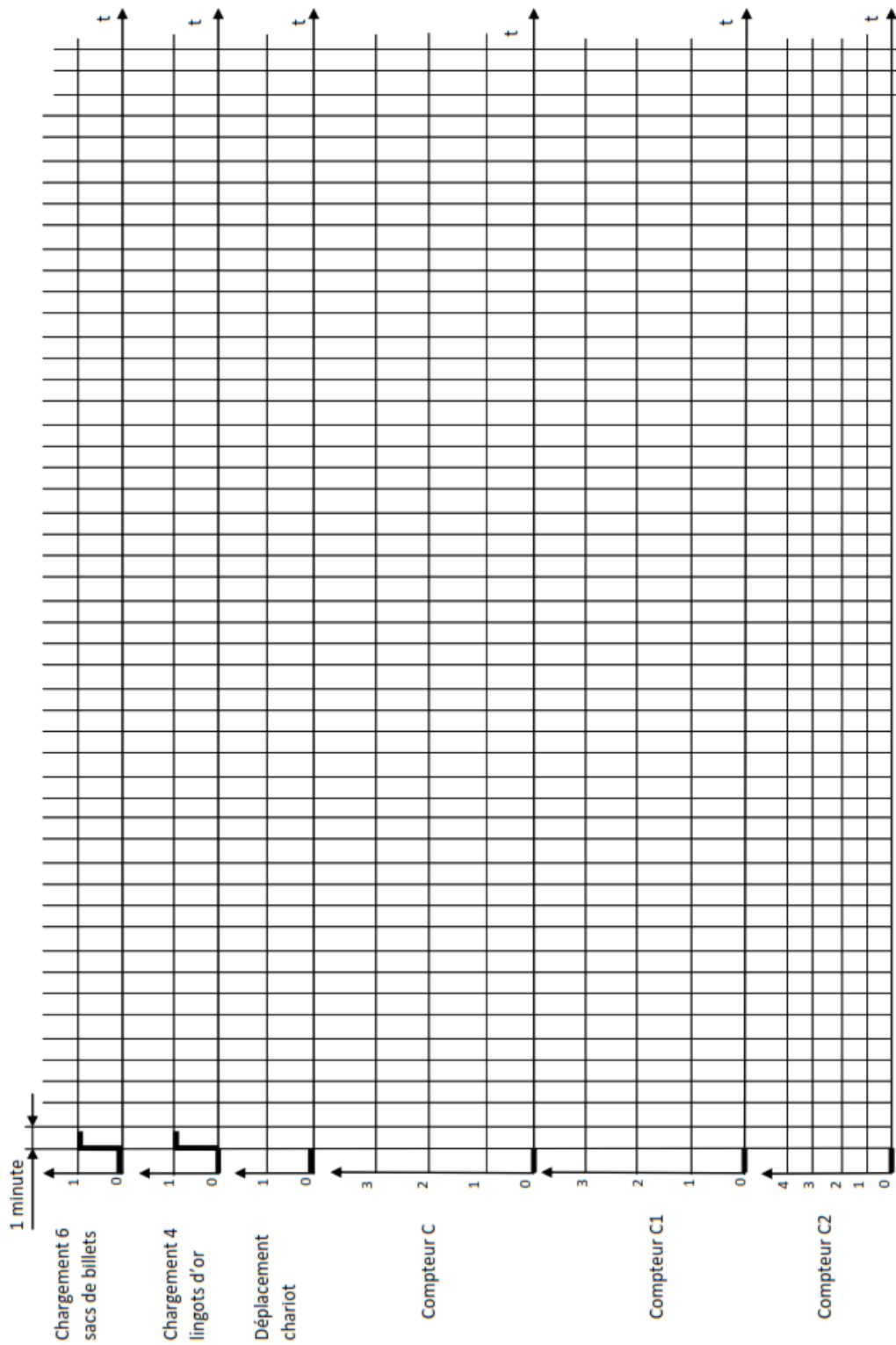


FIGURE 20 – Document réponse 5