EXERCICE 1

1- Schéma de structure

2) TRS $\quad \vec R_{(0\to1)} + \vec R_{(0\to2)} + \vec R_{(g\to\Sigma)} = \vec 0$

$/\vec x \quad \boxed{T_{01} + T_{02} - (2m+M)\, g \sin\alpha = 0}$ (1)

$/\vec y \quad \boxed{N_{01} + N_{02} - (3m+M)\, g \cos\alpha = 0}$ (2)

TMS au pt I_2 / $\vec z$

$$\left[\vec m_{(I_2, 0\to1)} + \vec m_{(I_2, 0\to2)} + \vec m_{(I_2, g\to\Sigma)}\right] \cdot \vec z = 0$$

$$\bullet\ \vec m_{(I_2, 0\to1)} \cdot \vec z = \left[\vec{I_2 I_1} \wedge \vec R_{(0\to1)}\right] \cdot \vec z$$

$$= \left[8R\vec x \wedge (N_{01}\vec y + T_{01}\vec x)\right] \cdot \vec z$$

$$= 8RN_{01}$$

$$\bullet\ \vec m_{(I_2, 0\to2)} \cdot \vec z = 0$$

$$\bullet\ \vec m_{(I_2, g\to\Sigma)} \cdot \vec z = \sum_{i=1}^{3} \vec m_{(I_2, g\to i)} \cdot \vec z$$

$$\hookrightarrow \vec m_{(I_2, g\to 1)} = \left[\vec{I_2 G_1} \wedge (-mg\vec y_0)\right] \vec z$$

$$= -mgR\,(\vec y \wedge \vec y_0)\, \vec z$$

$$= mgR \sin\alpha$$

$$\vec{M}_{(C_2, g \to 2)} \cdot \vec{Z} = -8Rmg\cos\alpha + mgR\sin\alpha$$

$$\vec{M}_{(C_2, g \to 3)} \cdot \vec{Z} = -5MgR\cos\alpha + 2MgR\sin\alpha$$

D'où l'équation :

$$\boxed{R\left(8N_{02} + g\left[2(m+M)\sin\alpha - (8m+5M)\cos\alpha\right]\right) = 0} \quad (3)$$

3) $\boxed{T_{02} = f_{tr} N_{02}}$ (4)

$\boxed{T_{01} = f_{tr} N_{01}}$ (5)

4) Des équations (1), (3) et (4) on tire

$$\boxed{T_{02} = -\frac{f_{tr}\, g}{8}\left[(8m+5M)\cos\alpha - 2(m+M)\sin\alpha\right]}$$

$$\boxed{T_{01} = (2m+M)g\sin\alpha - \frac{f_{tr}\, g}{8}\left[(8m+5M)\cos\alpha - (2m+2M)\sin\alpha\right]}$$

5) $\vec{M}_{(C_1, \bar{1} \to 1)} \cdot \vec{Z} = 0$

$$\vec{Z} \cdot \cancel{\vec{M}_{(C_1, g \to 1)}} + \vec{M}_{(C_1, 0 \to 1)} \cdot \vec{Z} + \vec{M}_{(C_1, 3 \to 1)} \cdot \vec{Z} + \vec{M}_{(C_1, 3^{\text{fmo}} \to 1)} \cdot \vec{Z} = \vec{0}$$

$$\left[-\vec{F}_{C_1} + \vec{R}_{(0 \to 1)}\right]\vec{Z} \qquad C_{f_1}$$

$$= -R\vec{y} \wedge (N_{01}\vec{y} + T_{01}\vec{x})\vec{Z} = +RT_{01}$$

D'où l'équation

$$RT_{01} + C_{f_1} = 0$$

d'où :

$$C_{f_1} = -RT_{01} = \frac{Rf_{tr}\, g}{8}\left[(8m+5M)\cos\alpha - (2m+2M)\sin\alpha\right]$$

EXERCICE 2

1) Schéma et analyse

2) Equilibre de $S = 2+3$

TRS : $\vec{R}_{(g \to 2)} + \vec{R}_{(pes \to 3)} + \vec{R}_{(1 \to 2)} = \vec{0}$

$\Rightarrow -m_2 g \vec{z}_0 - m_3 g \vec{z}_0 + F \vec{z}_0 = \vec{0}$

$\Rightarrow -(m_2 + m_3) g + F = 0$

$\Rightarrow \boxed{F = (m_2 + m_3) g}$

3) Torseur de l'action mécanique

On a : $\left\{ \mathcal{C}_{(2 \to 3)} \right\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ Y' & M' \\ Z' & N' \end{array} \right\}_{\forall P \in (G_3, \vec{x}_1)} (\vec{x}_1, -, -)$

Puisque $G_3 \in (O_2, \vec{x}_1)$ Alors

$$\left\{ \mathcal{C}_{(2 \to 3)} \right\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ Y' & M' \\ Z' & N' \end{array} \right\}_{G_3 (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)}$$

En appliquant le TRS sur 3 au pt G_3 :

$Y' \vec{y}_1 + Z' \vec{z}_0 + (-m_3 g \vec{z}_0) = \vec{0}$

$\Rightarrow \begin{cases} Y' = 0 \\ Z' = m_3 g \end{cases}$

En appliquant le TMS sur 3 au pt G_3

$M' \vec{y}_1 + N' \vec{z}_0 = \vec{0}$

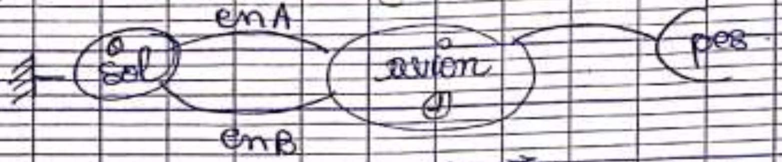
$\Rightarrow \begin{cases} M' = 0 \\ N' = 0 \end{cases}$

d'où

$$\boxed{\left\{ \mathcal{C}_{(2 \to 3)} \right\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ m_3 g & 0 \end{array} \right\}_{G_3 (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)}}$$

EXERCICE 3

1) Schéma d'analyse



- $\left\{\tau_{(0 \xrightarrow{enA} 1)}\right\} = \left\{\begin{matrix} 4(\vec{N_1}+\vec{T_1}) \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_A$; $\left\{\tau_{(0 \xrightarrow{enB} 1)}\right\} = \left\{\begin{matrix} \vec{N_2} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_B$

- $\left\{\tau_{(pes \rightarrow 1)}\right\} = \left\{\begin{matrix} Mg\,\vec{z_0} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_G$

P.F.S appliquée à 1 : $\left\{\tau_{(\bar{1} \rightarrow 1)}\right\} = \{0\} \Longleftrightarrow$

$$\left\{\tau_{(0 \xrightarrow{A} 1)}\right\} + \left\{\tau_{(0 \xrightarrow{B} 1)}\right\} + \left\{\tau_{(pes \rightarrow 1)}\right\} = \{0\}$$

$$\left\{\begin{matrix} 4(\vec{N_1}+\vec{T_1}) \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_A + \left\{\begin{matrix} \vec{N_2} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_B + \left\{\begin{matrix} Mg\,\vec{z_0} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_G = \{0\}$$

T.R.S $\Rightarrow$ $4(\vec{N_1}+\vec{T_1}) + \vec{N_2} + Mg\,\vec{z_0} = \vec{0}$

en proj sur $\vec{z_0}$: $\boxed{-4N_1 - N_2 + Mg = 0}$ (a)

- Réduisons les torseurs au point G

$$\vec{M}_{(G,\, 0 \xrightarrow{enA} 1)} = \vec{GA} \wedge 4(\vec{N_1}+\vec{T_1}) = (-h\vec{z_0} + x_1\vec{x_0}) \wedge 4(-N_1\vec{z_0} - T_1\vec{x_0})$$
$$= -h\,T_1\vec{y_0} - x_1N_1\vec{y_0} = (-hT_1 - x_1N_1)\,\vec{y_0}$$

$$\vec{M}_{(G,\, 0 \xrightarrow{enB} 1)} = \vec{GB} \wedge \vec{N_2} = (h\vec{z_0} + x_2\vec{x_0}) \wedge (-N_2\vec{z_0})$$
$$= x_2N_2\,\vec{y_0}$$

- Le T.M.S en G $\Rightarrow$ $\boxed{-hT_1 - x_1N_1 + x_2N_2 = 0}$ (b)

Nous avons 2 équ (a) et (b) pour 3 inconnus (N_1, N_2 et ${}_1$)

D'où la nécessité d'une troisième équ :

↳ Appliquons la relation des lois de Coulomb dans le cas de contact en A : $|\vec{T_1}| = f_0\,|\vec{N_1}| \Leftrightarrow \boxed{T_1 = f_0 \cdot N_1}$ (c)

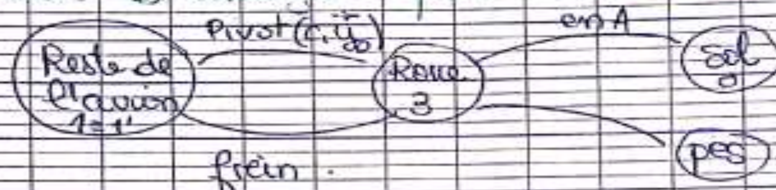
↳ de (a), (b) et (c) on tire : $\boxed{N_2 = \dfrac{x_1}{x_1+x_2}\,Mg}$; $\boxed{N_1 = \dfrac{x_2}{4(x_1+x_2)} \cdot Mg}$

App. Numé : $\boxed{N_2 = 12.10^4\,N}$, $\boxed{N_1 = 12.10^4\,N}$

2) Des équations précédentes on tire :

$$\boxed{T_1 = \frac{x_2}{4(x_1+x_2)}\, m g \frac{f}{b_0}}$$ AN : $T_1 = 18 \times 10^4\ N$

3) Schéma d'analyse pour une roue du train arrière



C : Centre de la roue

$* \left\{\mathcal{T}^{Pivot}_{(1' \to 3)}\right\} = \left\{\begin{matrix} X & L \\ Y & 0 \\ Z & N \end{matrix}\right\}_{C(-, \vec{y_0}, -)}$ $\quad * \left\{\mathcal{T}^{Frein}_{(1' \to 3)}\right\} = \left\{\begin{matrix} ? \\ C_f \cdot \vec{y_0} \end{matrix}\right\}_C$

$* \left\{\mathcal{T}_{(pes \to 3)}\right\} = \left\{\begin{matrix} + m_{roue}\, g\, \vec{z_0} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_C$ $\quad * \left\{\mathcal{T}^{en A}_{(0 \to 3)}\right\} = \left\{\begin{matrix} \vec{N_1} + \vec{T_1} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_A$

Appliquons le TMS à 3 au pt C en proj / $\vec{y_0}$.

$\vec{\mathcal{M}}_{(C, \bar{3} \to 3)} \cdot \vec{y_0} = 0 \iff$

$\cancel{\vec{\mathcal{M}}^{Pivot}_{(C, 1' \to 3)} \cdot \vec{y_0}} + \underbrace{\vec{\mathcal{M}}^{Frein}_{(C, 1' \to 3)}}_{C_f} + \vec{y_0} \cdot \vec{\mathcal{M}}_{(C, pes \to 3)} + \vec{y_0} \cdot \vec{\mathcal{M}}_{(C, 0 \to 3)} = \vec{0}$

$\iff C_f + \vec{y_0}\left(\vec{CA} \wedge (\vec{N_1} + \vec{T_1})\right) = 0$

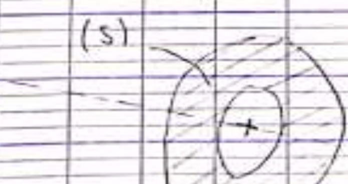
$\iff C_f + \vec{y_0}\left(\frac{D}{2}\vec{z_0} \wedge (-N_1 \vec{z_0} - T_1 \vec{x_0})\right) = 0$

$\iff C_f + \vec{y_0}\left(\frac{D}{2}\vec{z_0} \wedge (-N_1 \vec{z_0} - T_1 \vec{x_0})\right) = 0$

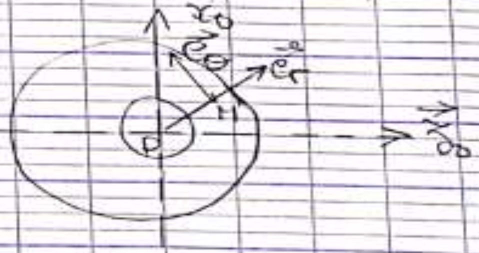
$\iff C_f - \frac{D}{2} T_1 = 0$

$\iff \boxed{C_f = \frac{D}{2} T_1}$ AN : $\boxed{C_f = 9.10^4\ m.N}$

4) $C = \left| \vec{y_0} \cdot \vec{\mathcal{M}}_{(O, \text{stator}_{st} \to \text{Rotor}_{Rot})} \right|$ avec : st : Disque fixe
Rot : disque en rotation



$(\vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$
$(\vec{e_\theta}, \vec{y_0}, \vec{e_r})$
$\to y_0$ Bases ⊥ directes.



La densité surfacique de l'action mécanique du st sur Rot est

$$\vec{p}_{M(st \to rot)} = p\vec{y_0} - f p \vec{e_\theta}$$

donc :

$$C = \left| \vec{y_0} \cdot \int \vec{OM} \wedge \vec{p}_{M(st \to rot)} \cdot ds \right|$$

$$C = \left| \vec{y_0} \cdot \int_{(S)} r\vec{e_r} \wedge (p\vec{y_0} - f p \vec{e_\theta}) \, ds \right|$$

$$C = \left| \int_{(S)} \left[r\vec{e_r} \wedge (p\vec{y_0} - f p \vec{e_\theta}) \right] \vec{y_0} \cdot ds \right|$$

$$C = \left| \int_{(S)} \left[r\vec{e_r} \wedge (-f p \vec{e_\theta}) \right] ds \, \vec{y_0} \right|$$

$$C = \left| \int_{(S)} r \cdot f \cdot p \, ds \right|$$

$$C = \int r \cdot f \cdot p \cdot r \cdot dr \cdot d\theta$$

$$C = \int r^2 f \cdot p \cdot dr \, d\theta$$

$$C = f p \cdot \int_{R_i}^{R_e} r^2 dr \int_0^{2\pi} d\theta$$

$$C = f \cdot p \left[\frac{1}{3} r^3 \right]_{R_i}^{R_e} \cdot \left[\theta \right]_0^{2\pi}$$

$$C = f \cdot p \cdot \frac{R_e^3 - R_i^3}{3} \cdot 2\pi$$

D'où :

$$\boxed{C = \frac{2\pi}{3} f p (R_e^3 - R_i^3)}$$