

EXERCICE 1

Cet exercice concerne la modélisation du comportement d'un véhicule à l'arrêt sur une pente, et la détermination des couples de freinage exercés sur les roues. $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ sera considéré comme galiléen.

L'étude est faite dans le plan (O, \vec{x}, \vec{y}) , plan de symétrie du véhicule.

Le véhicule est modélisé par trois solides (voir figure):

- Solide 1 : ensemble des deux roues avant avec leurs disques de frein.

De masse m , de rayon R et de centre de gravité C_1 .

- En liaison pivot sans frottement d'axe (C_1, \vec{z}) avec le châssis 3 ;
- En contact ponctuel en I_1 avec le sol O, tel que l'action mécanique de O sur 1 est modélisée par le torseur :

$$\left\{ F_{(0 \rightarrow 1)} \right\}_{I_1} = \begin{Bmatrix} \bar{R}_{(0 \rightarrow 1)} \\ \bar{0} \end{Bmatrix} \quad \text{Avec : } \bar{R}_{(0 \rightarrow 1)} = N_{01} \vec{y} + T_{01} \vec{x}$$

- Soumis à l'action du cylindre du frein lié à 3 dont le torseur réduit en C_1 est :

$$\left\{ T_{(3 \xrightarrow{\text{Frein}} 1)} \right\}_{\bar{C}_1} = \begin{Bmatrix} \bar{R}_{f1} \\ C_{f1} \vec{z} \end{Bmatrix} \quad C_{f1} : \text{algébrique}$$

- Solide 2 : ensemble des deux roues arrière avec leurs disques de frein.

De masse m , de rayon R et de centre de gravité C_2 .

- En liaison pivot sans frottement d'axe (C_2, \vec{z}) avec le châssis 3.
- En contact ponctuel en I_2 avec le sol O, tel que l'action mécanique de O sur 2 est modélisée par le torseur :

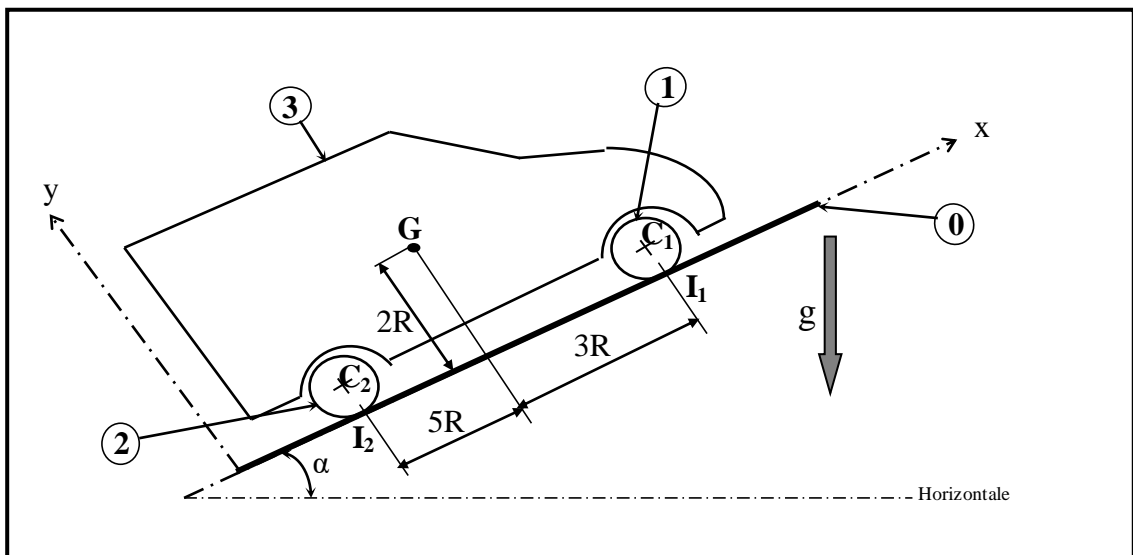
$$\left\{ F_{(0 \rightarrow 2)} \right\}_{I_2} = \begin{Bmatrix} \bar{R}_{(0 \rightarrow 2)} \\ \bar{0} \end{Bmatrix} \quad \text{Avec : } \bar{R}_{(0 \rightarrow 2)} = N_{02} \vec{y} + T_{02} \vec{x}$$

- Soumis à l'action du cylindre du frein lié à 3 dont le torseur réduit en C_2 est :

$$\left\{ T_{(3 \xrightarrow{\text{Frein}} 2)} \right\}_{C_2} = \begin{Bmatrix} \bar{R}_{f2} \\ C_{f2} \vec{z} \end{Bmatrix} \quad C_{f2} : \text{algébrique}$$

- Châssis 3 : de masse M , de centre de gravité G de coordonnées $(x, 2R, 0)$ dans le repère $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

f_r : coefficient de frottement entre les roues et le sol. D'autres dimensions sont données sur la figure.



On demande :

1- dresser le graphe des actions mécaniques.

2- Isoler le système matériel $\Sigma = 1 + 2 + 3$:

- Ecrire le théorème de la résultante statique en projection sur \vec{x} et \vec{y} .
- Ecrire le théorème du moment statique au point I_2 en projection sur \vec{z} .

3- On se place à la limite du glissement du véhicule par rapport au sol, écrire deux équations liant les T_{0i} et les N_{0i} et f_r , $i \in \{1, 2\}$.

4- De ce qui précède, déterminer T_{01} et T_{02} en fonction de M , m , g , α et f_r .

5- Isoler les roues avant et écrire le T.M.S, en C_1 , en projection sur \vec{z} .

En déduire l'expression de C_{f1} en fonction de M , m , g , α , f_r et R .

6- Déterminer C_{f2} en fonction des mêmes paramètres que C_{f1} .

EXERCICE 2

Les manipulateurs MANUMAX sont adaptables à plusieurs tâches : chargement et déchargement d'une machine, assemblage de pièces...

La figure la schématisation adoptée pour l'étude de l'ensemble automatique de manipulation.

Le mécanisme est constitué de 4 solides : 0, 1, 2 et 3.

0 : Socle (Bâti) : Repère lié $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

1 : Corps : Repère lié $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$. La liaison 1/0 est une pivot d'axe (O, \vec{z}_0) et de paramètre α .

Masse : m_1 et G_1 centre de gravité de 1 : $\vec{OG}_1 = a \vec{z}_0$.

2 : Bras : Repère lié $R_2(O_2, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$. La liaison 2/1 est une glissière de direction \vec{z}_0 et de paramètre z tel que : $\vec{OO}_2 = z \vec{z}_0 + l_2 \vec{x}_1$. Masse : m_2 et G_2 centre de gravité de 2 : $\vec{O_2G_2} = -a \vec{x}_1$.

3 : Main avec la pièce qu'elle tient : Repère lié $R_3(G_3, \vec{x}_1, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$. La liaison 2/3 est une pivot glissant d'axe (O_2, \vec{x}_1) de paramètres β et x / $\vec{O_2G_3} = x \vec{x}_1$. Masse : m_3 et G_3 centre de gravité de 3.

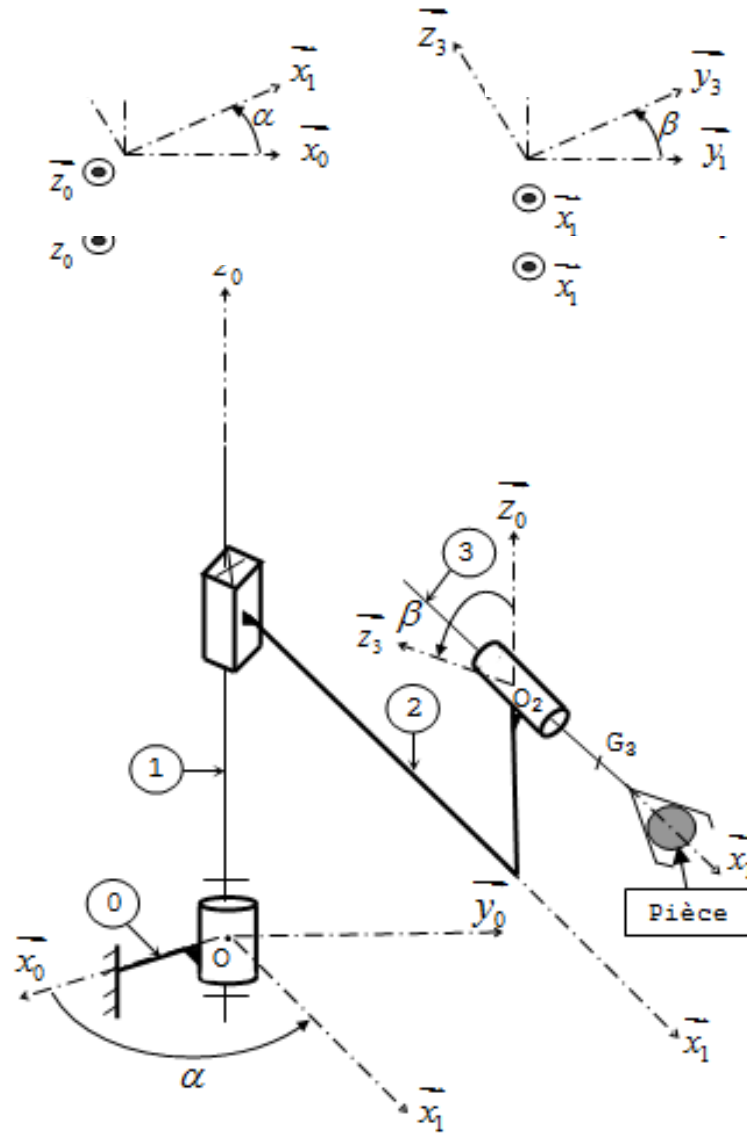
Le mécanisme est au repos et le frein installé entre 1 et 2 applique sur 2 un glisseur de résultante $F \vec{z}_0$ au centre de la liaison.

Toutes les liaisons sont parfaites et \vec{z}_0 est vertical ascendant.

1. Dresser le schéma d'analyse (graphe des actions mécaniques) du mécanisme

2. Etudier l'équilibre de $s=2+3$, pour déduire F .

3. Déterminer le torseur de l'action mécanique associée à la liaison 2-3.



EXERCICE 3

Le freinage est une des fonctions vitales d'un avion, au même titre que la propulsion ou la sustentation. C'est grâce à lui que l'avion peut s'immobiliser après l'atterrissage, circuler au sol en toute sécurité.

On retiendra le cas de l'Airbus A318. Pour les atterrisseurs, on distingue (Fig. 2) :

- le train avant qui, en dehors de l'appui, est orientable ce qui lui permet d'agir sur les trajectoires au sol mais qui n'est pas équipé de freins,
- les deux trains principaux au niveau des ailes, chacun portant deux roues freinées indépendamment.

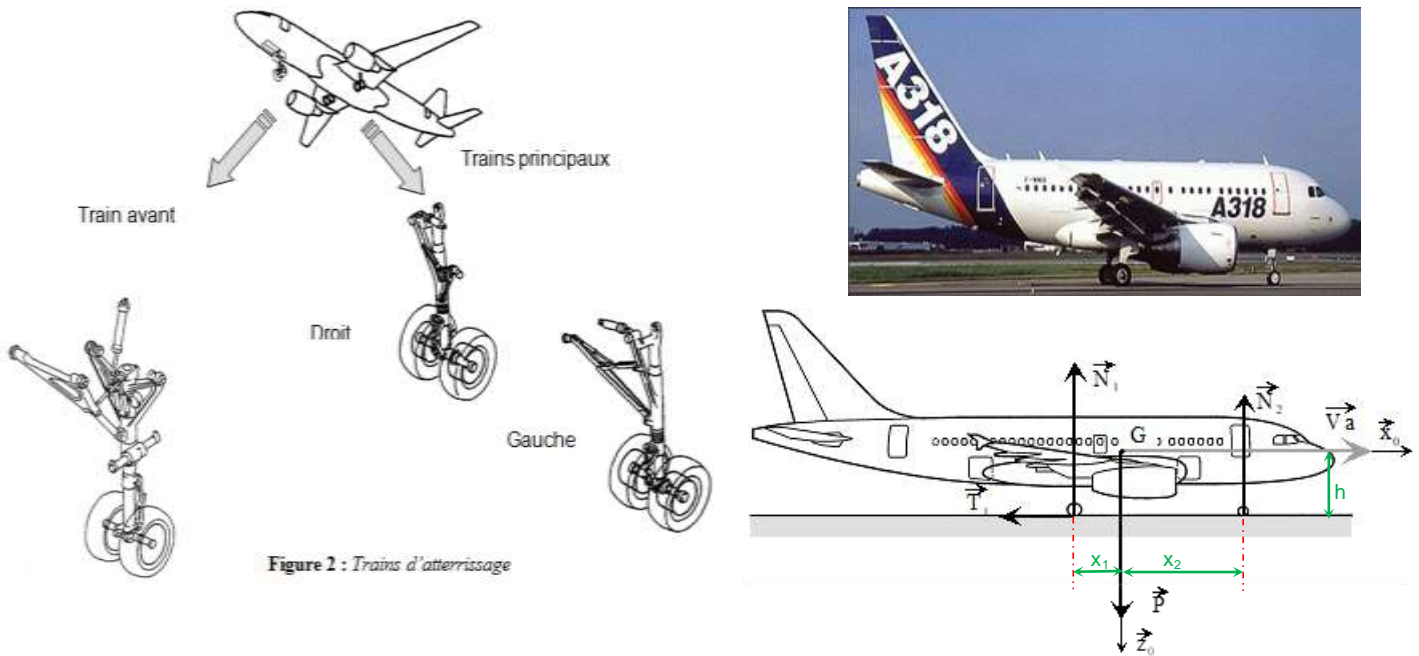


Figure 2 : Trains d'atterrissage

On considère l'avion à l'arrêt sur la piste. On note G son centre de gravité, $(G, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère galiléen où \vec{z}_0 est la verticale descendante du lieu, \vec{N}_1 les actions de contact supposées égales au niveau de chacune des quatre roues des trains principaux, \vec{N}_2 l'action de contact au niveau du train avant.

On donne :

- masse de l'avion $M = 60.10^3 \text{ kg}$ et $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ • $x_1 = 2 \text{ m}$, $x_2 = 8 \text{ m}$, $h = 4 \text{ m}$
- diamètre des roues du train principal : $D = 1 \text{ m}$ • coefficient d'adhérence pneu-piste $f_0 = 1,5$.

Les composantes des efforts seront exprimées en projection sur $\vec{n} = -\vec{z}_0$.

1. Déterminer les expressions littérales et les valeurs numériques :

- a) des efforts normaux \vec{N}_1 au niveau de chacune des quatre roues de l'atterrisseur principal,
- b) de l'effort normal \vec{N}_2 au niveau du train avant.

2. Les freins de parking bloquant les roues du train principal, déterminer la valeur limite de la composante tangentielle T_1 au niveau de chaque roue conduisant au glissement des pneus sur la piste.

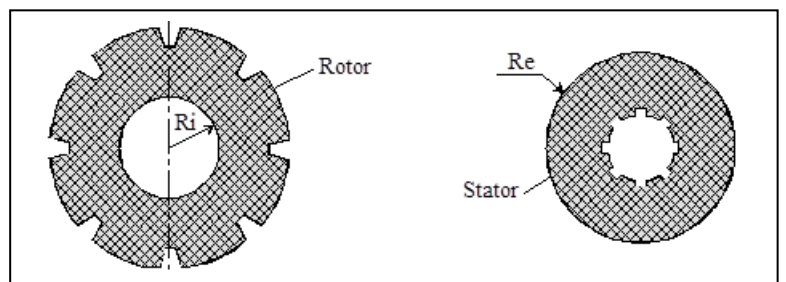
3. En déduire la valeur du « couple minimal de freinage » que doivent exercer les freins de parking au niveau de chaque roue.

Les disques de frein sont empilés les uns sur les autres, constituant ce qu'on appelle un "puits de chaleur" en raison de la température qu'ils peuvent atteindre : jusqu'à $3\,000^\circ\text{C}$ pour un avion freiné à pleine vitesse !

La moitié de ces disques est solidaire de la roue (ou jante) et tourne avec elle, ce sont les rotors ; l'autre

moitié est solidaire de l'avion par l'intermédiaire de l'essieu et ne tourne pas, ce sont les stators. Ils sont montés en alternance. Ce sont ainsi les frottements des disques les uns sur les autres qui assurent le freinage.

Les disques de friction sont en carbone pour des raisons de température de fonctionnement et de légèreté.



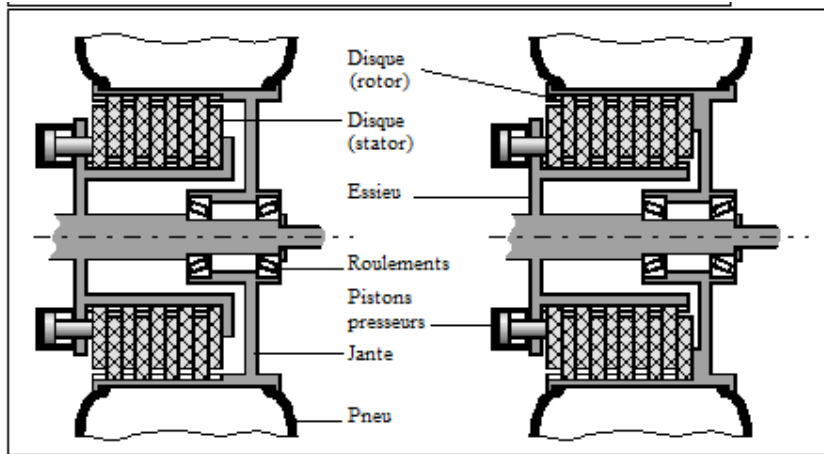
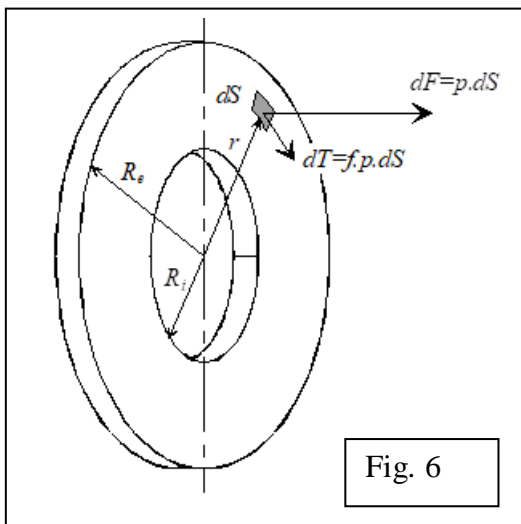


Figure 1

On note :

- P_h : pression hydraulique d'alimentation des pistons,
- p : pression supposée uniforme entre les deux faces des disques en contact,
- S_p : section d'un piston,
- N_p : nombre de pistons actifs,
- N_d : nombre de disques (stator + rotor) par roue,
- F : effort presseur délivré par l'ensemble des pistons actifs,



- R_i et R_e : respectivement rayons intérieurs et extérieurs des parties actives des disques de friction,
- f : coefficient de frottement de glissement entre les disques.

On considère un élément de surface dS situé sur un rotor à une distance r ($R_i < r < R_e$) de l'axe de la roue (voir Fig. 6).

4. Montrer, en s'aidant des indications de la figure 6, que la contribution au couple de freinage de deux surfaces en

regard est donnée par l'expression : $C = \frac{2}{3} \pi \cdot f \cdot p \cdot (R_e^3 - R_i^3)$