

Sauf mention contraire, tout est à savoir.

## Rappels de sup sur l'analyse asymptotique

- $o, O, \sim$ .
- Développements limités et formule de Taylor-Young
- Opérations sur les D.L. (addition, multiplication, quotient et composition)
- Trouver des limites et équivalents à l'aide de D.L.

## Intégration

### Rappels de sup sur l'intégration

- Si  $f$  est continue sur  $I$ , alors pour tout  $a$  de  $I$ ,  $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$  est la primitive de  $f$  qui s'annule en  $a$ .

### Intégrales généralisées

- Intégrales généralisées sur un intervalle quelconque, convergence et divergence.
- Linéarité, relation de Chasles, positivité croissance de l'intégrale.
- Intégrale d'une fonction prolongeable par continuité.
- Changement de variable et intégration par parties.
- Intégrales des fonctions de référence :  $\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}$ ,  $\int_0^1 \frac{dt}{t^\alpha}$  et  $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$ .
- Si  $f$  est continue et positive sur  $I$ , alors  $\int_I f = 0$  implique  $f = 0$ .
- Condition de convergence de l'intégrale pour une fonction positive.
- Exemple : convergence de  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin(t)}{t} dt$ , mais on verra plus tard que  $t \mapsto \frac{\sin(t)}{t}$  n'est pas intégrable.

### Intégrales absolument convergentes

- Absolue convergence. L'absolue convergence implique la convergence.
- Fonction intégrable sur un intervalle.
- Caractérisation de l'intégrabilité, grâce aux relations de comparaison ( $o, O \sim$ ).
- Intégration des relations de comparaison ( $o, O \sim$ ).
- L'espace vectoriel  $\mathcal{L}^1(I, \mathbb{K})$ .

### Complément (hors-programme) : $\mathcal{L}^2(I, \mathbb{K})$

- L'espace vectoriel  $\mathcal{L}^2(I, \mathbb{K})$ . Si  $f$  et  $g$  sont dans  $\mathcal{L}^2(I, \mathbb{K})$ , alors  $fg$  est dans  $\mathcal{L}^1(I, \mathbb{K})$
- Inégalité de Cauchy-Schwarz.
- Produit scalaire de deux fonctions de carré intégrable et continues à valeurs réelles.

## BANQUE CCINP