

Sauf mention contraire, tout est à savoir.

## Fonctions , révisions de sup

- **Fonctions usuelles**

- Arcsin , Arccos , Arctan , ch , sh , th : définition, dérivabilité, dérivée, variations ;
- Polynômes de Tchebychev.

- **Théorèmes de continuité**

- Théorème des valeurs intermédiaires ;
- Théorème de la bijection ; continuité de la bijection réciproque ;
- Toute fonction injective sur un intervalle est strictement monotone.

- **Théorème de dérivation**

- Dérivation des fonctions réciproques ;
- Théorème de Rolle ;
- Égalité/inégalité des accroissement finis ; inégalité :  $\forall x \in \mathbb{R}, |\sin(x)| \leq |x|$  ;
- Théorème de la limite de la dérivée ;
- Suites  $u_{n+1} = f(u_n)$ , avec  $f$  contractante (notamment la relation  $|u_n - \ell| \leq k^n |u_0 - \ell|$ ).

## Fonctions convexes

- Définition des fonctions convexes et concaves ;
- Caractérisation de la convexité par la convexité de l'épigraphe.
- Caractérisation de la convexité/concavité par le taux d'accroissement, en particulier pour  $a \in I$ ,  $\varphi_a : x \mapsto \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$  est croissante sur  $I \setminus \{a\}$  pour une fonction convexe et décroissante pour une fonction concave ;
- Convexité/concavité et monotonie de la dérivée ; caractérisation par la position de la tangente par rapport à la courbe représentative ;
- Convexité/concavité et signe de la dérivée seconde ;
- Inégalités de convexité/concavité :  $f(\sum_{i=1}^n \lambda_i x_i) \leq \sum_{i=1}^n \lambda_i f(x_i)$  /  $f(\sum_{i=1}^n \lambda_i x_i) \geq \sum_{i=1}^n \lambda_i f(x_i)$  ;
- Inégalités des convexité concavité :  $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \geq 1 + x, \forall x \in \mathbb{R}_+, \ln(x) \leq x - 1$ .

## Banque CCINP

3,4, 65, 67, 72, 84.