Sauf mention contraire, tout est à savoir.

Réduction des endomorphismes et des matrices carrées

$\mathbb{K}$ est un sous-corps de $\mathbb{C}$.

Éléments propres et polynôme caractéristique

- Droite stable, valeur propre, vecteur propre, sous-espace propre, spectre d'une matrice carrée ou d'un endomorphisme ;
- Si u et v commutent, alors v laisse stable les sous-espaces propres de u ;
- Les sous-espaces propres sont en somme directe ;
- Polynôme caractéristique $\chi_A(X) = \det(XI_n - A)$, $\chi_A(X) = X^n - tr(A)X^{n-1} + ... + (-1)^n \det(A)$, les valeurs propres sont les racine du polynôme caractéristique, expression de la trace et du déterminant en fonction des valeurs propres si le polynôme caractéristique est scindé ;
- Transposition au cas des endomorphisme ;
- Thérorème de Cayley-Hamilton (admis) ;
- Multiplicité d'une valeur propre, $\forall \lambda \in Sp(A),\ \dim(E_\lambda(A)) \leq m_\lambda$;
- Majoration du nombre des valeurs propres comptées avec multiplicité ;
- Polynôme caractéristique d'un endomorphisme induit.

Diagonalisation en dimension finie

- Endomorphisme diagonalisable, matrice diagonalisable, exemple des projecteurs et des symétries ;
- Un endomorphisme $u \in \mathcal{L}(E)$ est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé sur $\mathbb{K}$ et si, pour toute valeur propre, la dimension du sous-espace propre associé est égale à sa multiplicité si et seulement si $\sum_{\lambda \in Sp(u)} \dim(E_\lambda(u)) = \dim(E)$;
- Transposition des propriétés précédentes aux matrices ;
- Un endomorphisme ou matrice admettant n valeurs propres distinctes est diagonalisable ;
- Calcul des puissances d'une matrice diagonalisable.
- Lien entre diagonalisation et polynôme annulateur ou minimal scindé à racines simples.
- Si u est diagonsalisable, tout endomorphisme induit l'est.
- Théorème spectral (admis pour le moment).

BANQUE CCINP

68, 69, 73, 91