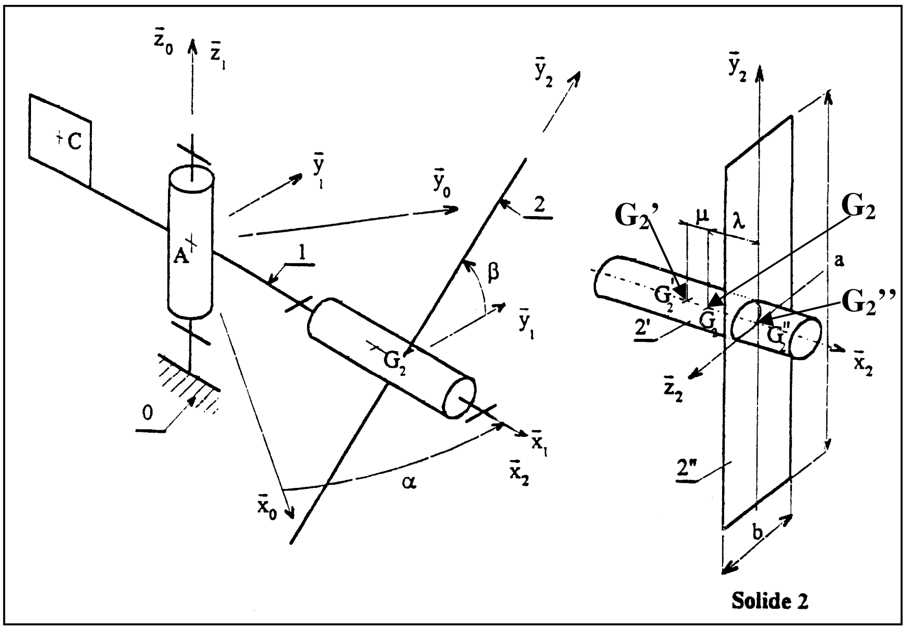
EOLIENNE

Présentation

Une schématisation simplifiée d'une éolienne peut être donnée par l'ensemble constitué :

- d'un bâti 0,
- d'un solide 1 (bloc oscillant) en liaison pivot d'axe $(A,\overrightarrow{z_0})$ avec le bâti 0,
- d'un solide 2 (hélice et rotor de génératrice) en liaison pivot d'axe $(A,\overrightarrow{x_1})$ avec le solide1.



Paramétrage

A chaque solide i est associé un repère de base orthonormée directe $(\overrightarrow{x_i},\overrightarrow{y_i},\overrightarrow{z_i})$.

On pose : $\overrightarrow{z_0}=\overrightarrow{z_1}$ avec $\alpha=(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_1})=(\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_1})$ et: $\overrightarrow{x_1}=\overrightarrow{x_2}$ avec $\beta=(\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{y_2})=(\overrightarrow{z_1},\overrightarrow{z_2})$.

Solide 1 : homogène de masse m_1, de centre d'inertie A, admet $(A,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{z_1})$ comme plan de symétrie matériel ; $\overrightarrow{CA}=h\overrightarrow{x_{1(2)}}+\Delta\overrightarrow{z_{1(0)}}$.

Solide 2 : homogène de masse m_2, de centre d'inertie G_2 avec $\overrightarrow{AG_2}=L.\overrightarrow{x_1}$. Ce solide est constitué de :

- d'un cylindre plein 2' d'axe $(A,\overrightarrow{x_2})$ de masse m_2', de centre d'inertie G_2' avec $\overrightarrow{G_2'G_2}=\mu.\overrightarrow{x_2}$, de hauteur H et de rayon R,
- d'une plaque rectangulaire 2'' de masse m_2'', de centre d'inertie G_2'' avec $\overrightarrow{G_2G_2''}=\lambda.\overrightarrow{x_2}$, de côté a suivant $(G_2'',\overrightarrow{y_2})$, de côté b suivant $(G_2'',\overrightarrow{z_2})$ et d'épaisseur négligeable.

On a $\mu>0, \lambda>0$ et $m2=m2'+m2''$.

Hypothèses : le bâti est galiléen et les liaisons sont parfaites.

Notations : L'opérateur d'inertie d'un solide i, exprimé en A dans la base i, sera noté :

$$I(A,i)=\begin{bmatrix} Ai & -Fi & -Ei \\ -Fi & Bi & -Di \\ -Ei & -Di & Ci \end{bmatrix}_{(\overrightarrow{xi},\overrightarrow{yi},\overrightarrow{zi})}.$$

Le torseur d'actions extérieures au solide i sera noté : $\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{R(Ext./i)}=Xi.\overrightarrow{xi}+Yi.\overrightarrow{yi}+Zi.\overrightarrow{zi}\\ \overrightarrow{M(O,Ext/i)}=Li.\overrightarrow{xi}+Mi.\overrightarrow{yi}+Ni.\overrightarrow{zi}\end{array}\right\}_O$

Actions extérieures au système (supposées connues) autres que les actions de liaisons :

- vent et génératrice sur l'hélice 2 : $\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{R(vent/2)}=Xv.\overrightarrow{x_2}+Yv.\overrightarrow{y_2}+Zv.\overrightarrow{z_2}\\ \overrightarrow{M(G_2,Vent/2)}=Lv.\overrightarrow{x_2}+Mv.\overrightarrow{y_2}+Nv.\overrightarrow{z_2}\end{array}\right\}_{G_2}$

- vent sur le solide 1 : $\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{R(vent/1)}=-F.|\sin(\alpha)|.\overrightarrow{x_0}\\ \overrightarrow{M(C,vent/1)}=\vec{0}\end{array}\right\}_C$

I. Etude cinématique :

1. Rédiger les figures planes qui modélisent les différents changements de base, en déduire $\overrightarrow{\Omega(1/0)}$ et $\overrightarrow{\Omega(2/1)}$.
2. Rédiger le graphe des liaisons et exprimer les torseurs cinématiques V(1/0),V(2/1) et V(2/0).
3. Déterminer $\overrightarrow{V(G2,2/0)}$.

II. Modélisation statique :

4. Ecrire les torseurs d'actions de liaison F(0/1) et F(1/2). Vous préciserez dans quelle(s) base(s) et en quel(s) point(s) ils peuvent être écrits et choisirez la base et le point le plus judicieux.

III. Etude cinétique :

5. Donner la forme de l'opérateur d'inertie en A du solide 1 dans la base 1 : I(A,1).
6. Déterminer la relation entre λ et μ.

Pour le solide 2, on ne va s'intéresser, dans un premier temps, qu'à la forme de l'opérateur d'inertie.

7. Donner la forme de l'opérateur d'inertie en G_2' du solide 2' dans la base 2 : I(G_2',2').
8. Donner la forme de l'opérateur d'inertie en G_2'' du solide 2'' dans la base 2 : I(G_2'',2'').
9. Donner la forme de l'opérateur d'inertie en G_2 du solide 2 dans la base 2 : I(G_2,2). Exprimer les termes de cet opérateur en fonction des termes des questions 7 et 8.

On va maintenant calculer les différents termes des matrices d'inertie en fonction des données.

10. Calculer les valeurs des différents termes des opérateurs d'inertie des questions 7,8 et 9 en fonction des masses (m_2, m_2' et m_2'') et des paramètres dimensionnels.

Pour la suite de l'exercice, vous prendrez $I(G_2,2) = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}_{(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})}$.

11. Déterminer le moment cinétique en A du solide 1 dans son mouvement par rapport au repère galiléen : $\overrightarrow{\sigma(A,1/0)}$.
12. Déterminer la projection sur $\overrightarrow{z_0}$ du moment dynamique en A du solide 1 dans son mouvement par rapport au repère galiléen : $\overrightarrow{\delta(A,1/0)}.\overrightarrow{z_0}$.
13. Déterminer le moment dynamique en A du solide 1 dans son mouvement par rapport au repère galiléen : $\overrightarrow{\delta(A,1/0)}$.
14. Déterminer le moment cinétique en G_2 du solide 2 dans son mouvement par rapport au repère galiléen : $\overrightarrow{\sigma(G_2,2/0)}$.
15. Déterminer la projection sur $\overrightarrow{x_1}$ du moment dynamique en G_2 du solide 2 dans son mouvement par rapport au repère galiléen : $\overrightarrow{\delta(G_2,2/0)}.\overrightarrow{x_1}$.
16. Déterminer la projection sur $\overrightarrow{z_{1(0)}}$ du moment dynamique en A du solide 2 dans son mouvement par rapport au repère galiléen : $\overrightarrow{\delta(A,2/0)}.\overrightarrow{z_{1(0)}}$.
17. Calculer l'énergie cinétique des solides 1 et 2 par rapport au repère galiléen : T(1/0) et T(2/0).

IV. Etude dynamique :

18. Donner, sans développer les calculs, les deux équations scalaires définissant les mouvements.
19. Développer et déterminer ces équations en fonction des données du problème.