

Théorie des mécanismes

Théorie des mécanismes

Modélisation d'un mécanisme

Modélisation
des
mécanismes

La théorie des mécanismes (TdM) s'applique pour des mécanismes du type chaîne fermée ou chaîne complexe.

La théorie des mécanismes s'applique sur un modèle du mécanisme, pas sur le système réel (travail sur un modèle) !!

Approche
cinématique
de la théorie
des
mécanismes

Hyperstatisme

Un « mécanisme » est dit hyperstatique si certaines inconnues de liaisons ne sont pas déterminables avec la théorie des solides indéformables.

Le nombre d'inconnues (statiques ou cinématiques) de liaisons non déterminables est appelé degré d'hyperstatisme, noté h .

Approche
statique de la
théorie des
mécanismes

Objectifs

Déterminer h pour un modèle de mécanisme donné, et déterminer les conditions géométrique et dimensionnelle associées à cet hyperstatisme.

Isostatisme ?

À RETENIR !!

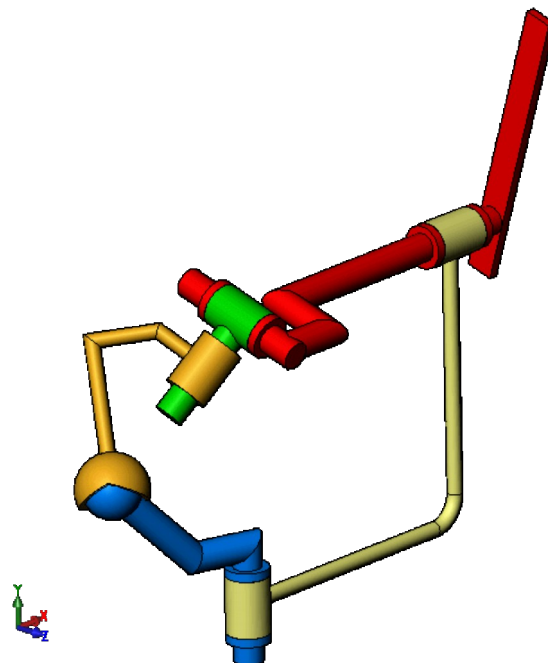
Mobilités

Les mobilités m d'un mécanisme sont les grandeurs cinématiques à imposer pour connaître les mouvements de toutes les CEC du mécanisme.

On distingue :

- mobilités utiles m_u – celles qu'il faut définir pour connaître (positionner) les mouvements des pièces d'entrée(s) ou de sortie(s) (généralement, la ou les entrées, **OU** la ou les sorties) ;
- mobilités internes m_i – celles qui ne servent à rien dans le mécanisme mais qui sont possibles (nombre de mouvements indépendants ne faisant pas intervenir les grandeurs d'entrée et de sortie).

$$m = m_u + m_i$$



$$m_u = ?$$

$$m_i = ?$$

$$m = ?$$

Approche cinématique de la TdM

Modélisation
des
mécanismes

Approche
cinématique
de la théorie
des
mécanismes

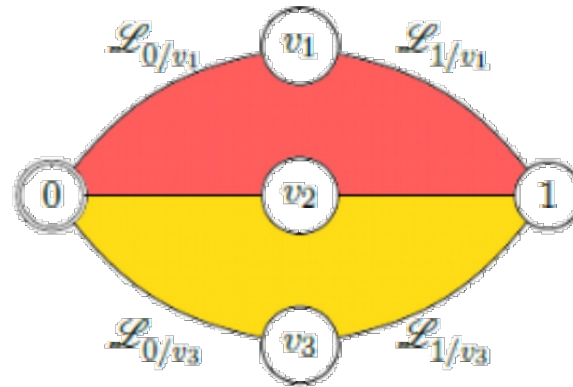
Approche
statique de la
théorie des
mécanismes

Isostatisme ?

À RETENIR !!

Nombre cyclomatique

Le nombre cyclomatique γ correspond au nombre de chaîne(s) fermée(s) indépendantes dans le graphe de liaisons (GL), donc de **boucles indépendantes**.



$$\gamma = N_L - N_p + 1$$

N_L = nombre de liaisons

N_p = nombre de pièces (CEC)

Nombre d'équations cinématiques E_c

À chaque chaîne fermée du GL, il est possible d'écrire la fermeture cinématique sous la forme torsorielle.

➡ 2 équations vectorielles :

- Composition du vecteur taux de rotation ;
- Composition du vecteur vitesse.

$$\{V_{Si/Si}\} = \{0\}$$

➡ 6 équations scalaires.

Modélisation spatiale

$$E_c = 6\gamma$$

Modélisation plane

$$E_c = 3\gamma$$

Résolution

$$\begin{matrix} & \text{I}_C \text{ colonnes} \\ & \underbrace{\hspace{10em}} \\ \text{E}_C \text{ équations} & \left[\begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \\ \\ \text{I}_C \\ \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{array} \right] \end{matrix}$$

$$E_C \begin{bmatrix} \overbrace{\text{Rg}[E_C]}^{I_C} \underbrace{\hspace{1cm}}_m \\ \underbrace{\hspace{1cm}}_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$h = E_c - rg[E_c]$$

$$h = m - I_c + E_c$$

Nombre d'équations statiques E_s

À chaque solide isolable, il est possible d'écrire son équilibre sous la forme torsorielle.

En statique : $\{T_{\bar{S}_i \rightarrow S_i}\} = \{0\}$

En dynamique : $\{T_{\bar{S}_i \rightarrow S_i}\} = \{D_{S_i/R_g}\}$



2 équations vectorielles :

- Théorème de la résultante ;
- Théorème du moment.



6 équations scalaires.

Modélisation spatiale

$$E_s = 6(N_p - 1)$$

Modélisation plane

$$E_s = 3(N_p - 1)$$

Modélisation
des
mécanismes

Approche
cinématique
de la théorie
des
mécanismes

Approche
statique de la
théorie des
mécanismes

Isostatisme ?

À RETENIR !!

Approche statique de la TdM

Modélisation
des
mécanismes

Approche
cinématique
de la théorie
des
mécanismes

Approche
statique de la
théorie des
mécanismes

Isostatisme ?

À RETENIR !!

Nombre d'inconnues statiques de liaisons I_s

Le nombre d'inconnues statiques de liaisons I_s correspond à la somme de inconnues de liaisons de chaque liaison du mécanisme.

Résolution

$$\begin{matrix} I_s \text{ colonnes} \\ \left[\begin{array}{c} E_s \text{ équations} \end{array} \right] \begin{array}{c} I_s \end{array} = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{l} (1) \text{ Composantes} \\ \text{d'actions mécaniques} \\ \text{extérieures autres} \\ \text{que les } I_s \\ (2) \text{ Composantes} \\ \text{dynamiques} \end{array} \right] \end{array}$$

$$\begin{matrix} I_s \\ \left[\begin{array}{c} Rg[E_s] \\ \left[\begin{array}{c} m \end{array} \right] \end{array} \right] \begin{array}{c} I_s \end{array} = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} h \end{array} \right] \end{array}$$

$$h = I_s - rg[E_s]$$

$$m = E_s - rg[E_s]$$

$$h = m - E_s + I_s$$

Isostatisme ?

Modélisation
des
mécanismes

Approche
cinématique
de la théorie
des
mécanismes

Approche
statique de la
théorie des
mécanismes

Isostatisme ?

À RETENIR !!

$h = 0 \rightarrow$ mécanisme isostatique (toutes les inconnues sont déterminables);
 $h = n > 0 \rightarrow$ mécanisme hyperstatique de degré n ;
 $h = n < 0 \rightarrow$ mécanisme « hypostatique » (dit mobile, pas d'équilibre possible).

C'est grave, docteur, d'être hyperstatique ?

Faut-il toujours rendre un mécanisme isostatique ?

Réponse : oui et non !!! Ça dépend pour qui et pour quoi faire !!

Non : peut-être que ces inconnues de liaisons ne nous intéressent pas !!

Non : on peut **modifier le modèle (changement de liaisons) en rajoutant des degrés de liberté à une ou plusieurs liaisons.**

Non : cela est parfois recherché pour « rigidifier » un mécanisme (dans le cas où les efforts mis en jeu sont importants - aéronautique, santé, ponts...).

Oui : car ces inconnues de liaisons amènent à un non-assemblage des différents solides. Dans ce cas, il faut **spécifier des contraintes géométrique et dimensionnelle.**

Contraintes	Caractéristique(s)	Diminution de h	Composante(s) supprimée(s)
Entraxe	1 distance	1	1 résultante
Parallélisme	2 angles	2	2 moments
Coaxialité	2 distances et 2 angles	4	2 résultantes et 2 moments

À RETENIR !!!

Modélisation des mécanismes

Approche cinématique de la théorie des mécanismes

Approche statique de la théorie des mécanismes

Isostatisme ?

À RETENIR !!

	Appr. cinématique	Appr. statique
Nombre de pièces d'un mécanisme	N_P	N_P
Nombre de liaisons	N_L	N_L
Nombre cyclomatique	$\gamma = N_L - N_P + 1$	
Nombre d'équations	$E_c = 6 \gamma$	$E_s = 6 (N_P - 1)$
Nombre d'inconnues de liaisons	I_c	I_s
Degré de mobilité d'un mécanisme	$m = m_u + m_i$	$m = m_u + m_i$
Degré d'hyperstatisme	$h = m - I_c + E_c$	$h = m - E_s + I_s$

Pour calculer m ou h , l'approche cinématique est à **conseiller** (calculs plus simples).

Pour déterminer les conditions géométrique et dimensionnelle, l'approche statique (ou l'approche assemblage – montage) est à **conseiller** (raisonnement plus simple) en exagérant d'éventuels défauts.

Exemple 1

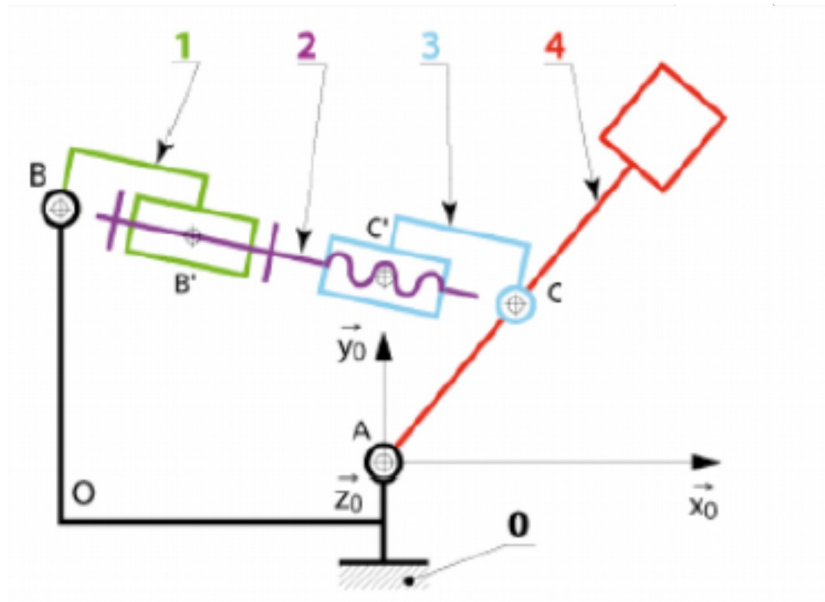
Modélisation
des
mécanismes

Approche
cinématique
de la théorie
des
mécanismes

Approche
statique de la
théorie des
mécanismes

Isostatisme ?

À RETENIR !!



Approche cinématique

Graphe de liaisons

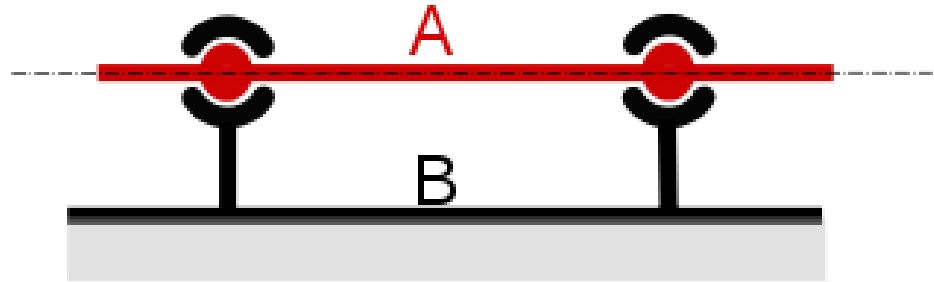
Approche statique

Quelle(s) liaison(s) faut-il modifier pour rendre le « mécanisme » isostatique ?

Quelle contrainte faut-il mettre en place pour avoir un « mécanisme » isostatique ?

Exemple 2

Modélisation
des
mécanismes



Graphe de liaisons

Approche cinématique

Approche statique

Approche
cinématique
de la théorie
des
mécanismes

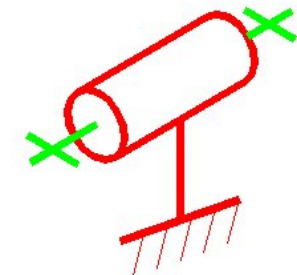
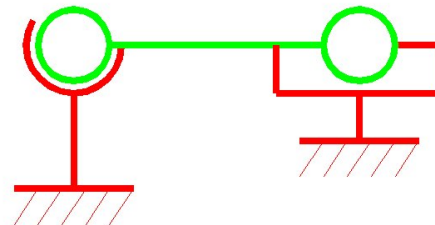
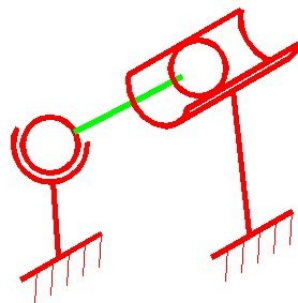
Quelle liaison faut-il modifier pour avoir un « mécanisme » isostatique ?

Approche
statique de la
théorie des
mécanismes

Quelle contrainte faut-il mettre en place pour avoir un « mécanisme » isostatique ?

Schéma cinématique équivalent isostatique (minimal)

Liaison équivalente



Isostatisme ?

À RETENIR !!