TABLE BASCULANTE

Le schéma cinématique (figure 1) modélise une table basculante saisissant une plaque en position horizontale pour l'incliner de 110°. Le système de préhension de la plaque n'est pas étudié.

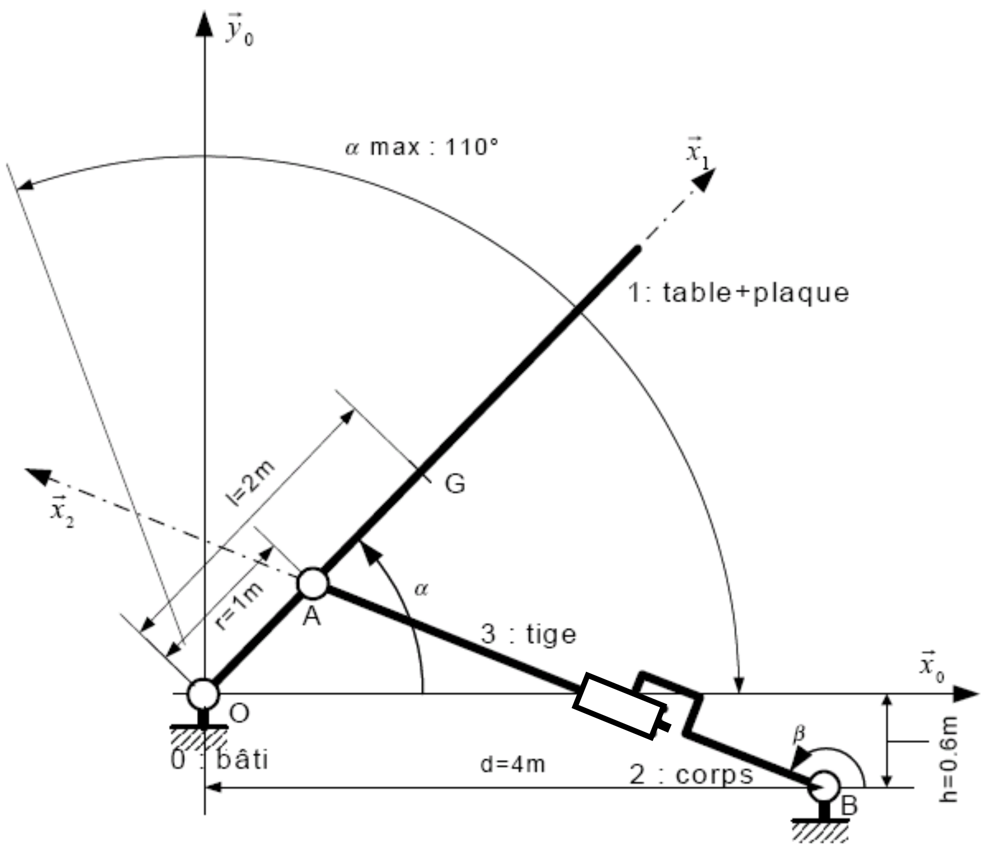


Figure 1 Schéma cinématique du système de basculement de table

FONCTIONNEMENT

Un vérin constitué du corps 2 et de la tige 3 permet d'entrainer en rotation la table 1.
La translation de la tige 3 par rapport au corps 2 entraine la rotation de la table 1.

PARAMETRAGE

Au bâti 0 est associé le repère $(O, \vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$.

La plaque et la table sont modélisées par un unique solide 1 auquel on attache le repère $(O, \vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_0})$.

On associe au corps 2 du vérin le repère $(B, \vec{x_2}, \vec{y_2}, \vec{z_0})$.

On pose $\alpha = (\vec{x_0}, \vec{x_1})$, $\beta = (\vec{x_0}, \vec{x_2})$, $\delta = (\vec{x_1}, \vec{x_2})$, $\overrightarrow{OB} = d\vec{x_0} - h\vec{y_0}$, $\overrightarrow{OA} = r\vec{x_1}$, $\overrightarrow{BA} = x\vec{x_2}$.
d,h et r sont des constantes ; α, β et x sont des variables.
d=4m, h=0.6m, r=1m, l=2m.
L'amplitude α du débattement de la table est de 110° et l'angle minimum est de 0°.

On suppose le problème plan

ETUDE GEOMETRIQUE

- Ecrire la fermeture angulaire et en déduire l'angle $\delta = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2})$.
- Ecrire la fermeture géométrique et, par projection dans la base 0, en déduire la relation d'entrée sortie $x = f(\alpha)$.
- Trouver les valeurs mini et maxi de x. En déduire la course du vérin.
- Déduire, par dérivation, de la relation d'entrée sortie géométrique $x = f(\alpha)$ la loi d'entrée sortie cinématique $\mathring{x} = g(\mathring{\alpha})$ et la vitesse de rotation de la table $\mathring{\alpha}$.
- Pour $\dot{x} = 0{,}25 m.s^{-1}$, déterminer $\mathring{\alpha}$ pour les valeurs α=0° et α=110°.

ETUDE CINEMATIQUE

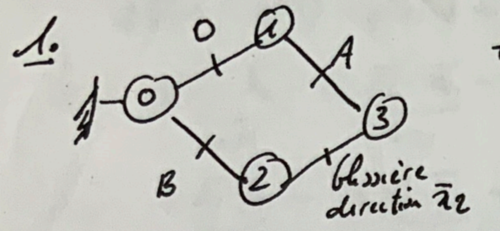
- Rédiger le graphe des liaisons.
- Exprimer les torseurs cinématiques de chaque liaison.
- Exprimer $\overrightarrow{V(A,1/0)}$ et $\overrightarrow{V(G,1/0)}$ dans la base 1. En déduire $\left\|\overrightarrow{V(A,1/0)}\right\|$ et $\left\|\overrightarrow{V(G,1/0)}\right\|$.
- Pour $\dot{x} = 0{,}25 m.s^{-1}$, déterminer $\left\|\overrightarrow{V(A,1/0)}\right\|$ et $\left\|\overrightarrow{V(A,1/0)}\right\|$ pour les valeurs α=0° et α=110°.
- Par une fermeture cinématique au point A (justifier le choix de ce point), retrouver la loi d'entrée sortie $\mathring{x} = g(\mathring{\alpha})$.
- Retrouver, par intégration, la loi sortie géométrique $x = f(\alpha)$

DOCUMENT REPONSE

α (°)	x (m)	$\mathring{\alpha}$ (rad/s)	$\left\|\overrightarrow{V(A,1/0)}\right\|$ en m/s	$\left\|\overrightarrow{V(A,1/0)}\right\|$ en m/s

Table Basculante

1.



en O, A et B : pivot d'axe $\vec{z}$

2. $\mathcal{V}(1/0) = \{\dot{\alpha}\vec{z},\ \vec{0}\}_O$

$\mathcal{V}(3/1) = \{\omega_{231}\vec{z},\ \vec{0}\}_A$

$\mathcal{V}(3/2) = \{\vec{0},\ +\dot{x}\,\vec{x}_2\}\ \forall P$

$\mathcal{V}(2/0) = \{\dot{\beta}\vec{z},\ \vec{0}\}_B$

3. Fermeture de chaîne en A pour eliminer ω_{231}

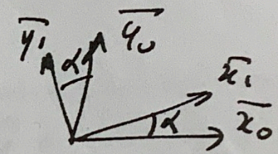
$\mathcal{V}(3/1) + \mathcal{V}(1/0) = \mathcal{V}(3/2) + \mathcal{V}(2/0)$

$\vec{\Omega} :\ \omega_{231}\vec{z} + \dot{\alpha}\vec{z} = \vec{0} + \dot{\beta}\vec{z} \Rightarrow \boxed{\omega_{231} = \dot{\beta} - \dot{\alpha}}$

$\vec{V}$: en A $\rightarrow\ \vec{0} + \vec{AO}\wedge\vec{\Omega}(1/0) = +\dot{x}\,\vec{x}_2 + \vec{AB}\wedge\dot{\beta}\vec{z}$

$\cdot\vec{AB}$ pour eliminer $\dot{\beta}$: $(\vec{AO}\wedge\dot{\alpha}\vec{z})\cdot\underbrace{\vec{AB}}_{\vec{AO}+\vec{OB}} = +\dot{x}\,\vec{x}_2\cdot\vec{AB} + 0$

$\big(\underbrace{-r\vec{x}_1\wedge\dot{\alpha}\vec{z}_1}_{r\dot{\alpha}\vec{y}_1}\big)\cdot\big(-r\vec{x}_1 + d\vec{x}_0 - h\vec{y}_0\big) = +\dot{x}\,\vec{x}_2\cdot(-x\vec{x}_2)$



$+r\dot{\alpha}\,\vec{y}_1\cdot d\vec{x}_0 - r\dot{\alpha}\vec{y}_1\cdot h\vec{y}_0 = -x\dot{x}$

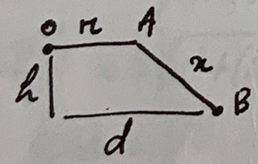
$r d\dot{\alpha}\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha) - rh\dot{\alpha}\cos\alpha = -x\dot{x}$

Soit $\boxed{+x\dot{x} = +rd\dot{\alpha}\sin\alpha + rh\dot{\alpha}\cos\alpha}$

En Integrant : $\dfrac{x^2}{2} = -rd\cos\alpha + rh\sin\alpha + c^{ste}$

ou $x^2 = -2rd\cos\alpha + 2rh\sin\alpha + c^{ste}$

$\alpha = 0$:

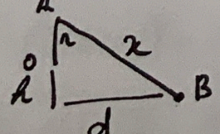


$\Rightarrow x^2 = h^2 + (d-r)^2$

$\Rightarrow h^2 + (d-r)^2 = -2rd + c^{ste}$

$\Rightarrow \boxed{c^{ste} = h^2 + d^2 + r^2}$

$\alpha = \frac{\pi}{2}$



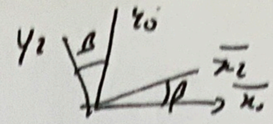
$x^2 = d^2 + (h+r)^2$

$\Rightarrow d^2 + (h+r)^2 = +2rh + c^{ste}$

$\Rightarrow \boxed{c^{ste} = h^2 + d^2 + r^2}$

$\boxed{x^2 = h^2 + d^2 + r^2 - 2rd\cos\alpha + 2rh\sin\alpha}$

4. $\vec{OA}+\vec{AB}+\vec{BO}=\vec{0}$



$$r\vec{x}_1+(-x\vec{x}_2)-d\vec{x}_0+h\vec{y}_0=\vec{0}$$

$$/\vec{x}_0 : \ r\underbrace{\vec{x}_1\cdot\vec{x}_0}_{\cos\alpha}-x\underbrace{\vec{x}_2\cdot\vec{x}_0}_{\cos\beta}-d=0 \Rightarrow \boxed{x\cos\beta=r\cos\alpha-d}$$

$$/\vec{y}_0 : \ r\underbrace{\vec{x}_1\cdot\vec{y}_0}_{\sin\alpha}-x\underbrace{\vec{x}_2\cdot\vec{y}_0}_{\sin\beta}+h=0 \Rightarrow \boxed{x\sin\beta=h+r\sin\alpha}$$

$$\rightarrow x^2=(r\cos\alpha-d)^2+(r\sin\alpha+h)^2$$

$$\rightarrow \boxed{x^2=r^2+d^2+h^2+2rh\sin\alpha-2rd\cos\alpha}$$

$$\frac{d}{dt} : \quad 2x\dot{x}=2rh\dot{\alpha}\cos\alpha+2rd\dot{\alpha}\sin\alpha$$

$$\boxed{x\dot{x}=rh\dot{\alpha}\cos\alpha+rd\dot{\alpha}\sin\alpha}$$

Fermeture Angulaire : $(\vec{x}_0,\vec{x}_1)+(\vec{x}_1,\vec{x}_3)+(\vec{x}_3,\vec{x}_2)+(\vec{x}_2,\vec{x}_0)=0$

$$\alpha+(\vec{x}_1,\vec{x}_3)+0+(-\beta)=0$$

$$\Rightarrow \boxed{(\vec{x}_1,\vec{x}_3)=\beta-\alpha}$$

---

5. $\vec{V}(A,1/0)=\vec{AO}\wedge\vec{\Omega}(1/0)=r\vec{x}_1\wedge\dot{\alpha}\vec{z}_1=\boxed{r\dot{\alpha}\vec{y}_1=\vec{v}(A,1/0)}$

$$\|\vec{V}(A,1/0)\|=r\dot{\alpha}=\cancel{r}\frac{x\dot{x}}{\cancel{r}h\cos\alpha+\cancel{r}d\sin\alpha}=\frac{x\dot{x}}{h\cos\alpha+d\sin\alpha}$$

---

6. $\alpha=0$: $x=\sqrt{h^2+(d-r)^2}=\sqrt{3^2+0,6^2}=\cancel{4,833\,m}$ $3,06\,m$ | $\dot{x}=0,25$

$\alpha=\frac{\pi}{2}$: $x=\sqrt{d^2+(h+r)^2}=\sqrt{16+1,6^2}=4,308\,m$

$\alpha=0$: $\|\vec{V}(A,1/0)\|=\frac{x\dot{x}}{h}=\frac{\overset{3,06}{\cancel{4,833}}\times 0,25}{0,6}=1,27\ m.s^{-1}$

$\alpha=\frac{\pi}{2}$ $\|\vec{V}(A,1/0)\|=\frac{x\dot{x}}{d}=\frac{4,308\times 0,25}{4}=0,27\ m.s^{-1}$

---

7. $\vec{V}(G,1/0)=\vec{GO}\wedge\vec{\Omega}(1/0)=2\vec{AO}\wedge\vec{\Omega}(1/0)=2\vec{V}(A,1/0)$

ETUDE GEOMETRIQUE 10

1 ➢ Ecrire la fermeture angulaire et en déduire l'angle $\delta = (\vec{x_1}, \vec{x_2})$. $\delta = \beta - \alpha$ 1

4 ➢ Ecrire la fermeture géométrique et, par projection dans la base 0, en déduire la relation d'entrée sortie $x = f(\alpha)$. 4

$x = \sqrt{d^2 + r^2 + h^2 + 2r(h\sin\alpha - d\cos\alpha)}$

2 ➢ Trouver les valeurs mini et maxi de x. En déduire la course du vérin.

1 ➢ Déduire, par dérivation, de la relation d'entrée sortie géométrique $x = f(\alpha)$ la loi d'entrée sortie cinématique $\dot{x} = g(\dot{\alpha})$ et la vitesse de rotation de la table $\dot{\alpha}$. $x\dot{x} - r\dot{\alpha}(d\sin\alpha + h\cos\alpha) = 0$

2 ➢ Pour $\dot{x} = 0{,}25 m.s^{-1}$, déterminer $\dot{\alpha}$ pour les valeurs α=0° et α=110°.

$\dot{\alpha} = 1{,}27$ $\dot{\alpha} = 0{,}32$

ETUDE CINEMATIQUE

10

➢ Rédiger le graphe des liaisons. 1

➢ Exprimer les torseurs cinématiques de chaque liaison. 2

➢ Exprimer $\overrightarrow{V(A,1/0)}$ et $\overrightarrow{V(G,1/0)}$ dans la base 1. En déduire $\|\overrightarrow{V(A,1/0)}\|$ et $\|\overrightarrow{V(G,1/0)}\|$. 1

➢ Pour $\dot{x} = 0{,}25 m.s^{-1}$, déterminer $\|\overrightarrow{V(A,1/0)}\|$ et $\|\overrightarrow{V(A,1/0)}\|$ pour les valeurs α=0° et α=110°. 1

➢ Par une fermeture cinématique au point A (justifier le choix de ce point), retrouver la loi d'entrée sortie $\dot{x} = g(\dot{\alpha})$. 4

➢ Retrouver, par intégration, la loi d'entrée sortie géométrique $x = f(\alpha)$ 1

DOCUMENT REPONSE

α (°)	x (m)	$\dot{\alpha}$ (rad/s)	$\|\overrightarrow{V(A,1/0)}\|$ en m/s	$\|\overrightarrow{V(G,1/0)}\|$ en m/s
0	3,06	1,27	1,27	2,54
110°	4,6	0,32	0,32	0,64

$\boxed{\Delta x = 1{,}55 m}$