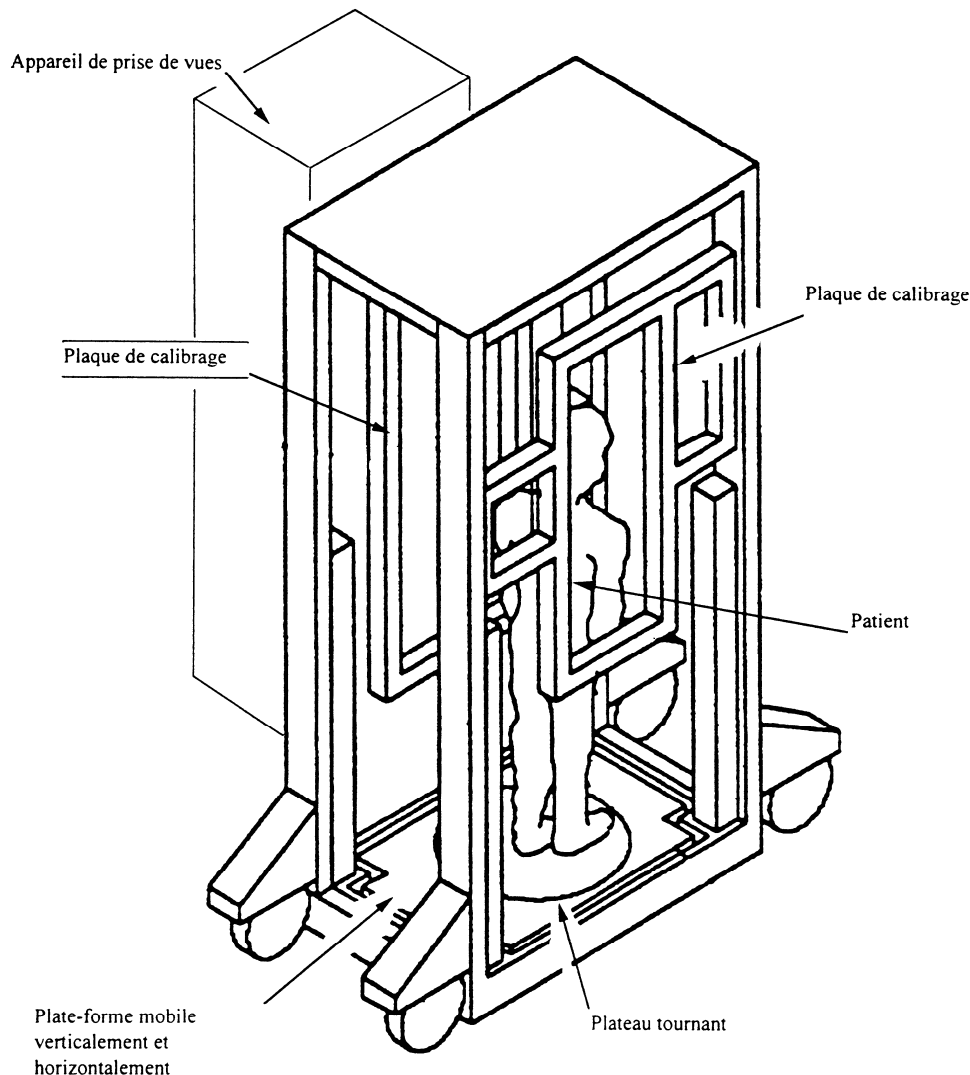


MACHINE DE RADIOGRAPHIE EN TROIS DIMENSIONS.

Présentation.

Dans le traitement des scolioses, la visualisation en trois dimensions du rachis des patients atteints de cette déformation de la colonne vertébrale est un apport important pour l'orthopédiste.

L'image en trois dimensions du rachis est construite sur station de travail à partir de radiographies conventionnelles fournies par un appareil classique de prises de vues. Cette reconstruction tridimensionnelle est élaborée à partir de deux clichés du rachis pris pour deux positions du patient. Le patient effectue une rotation de 90° entre ces deux prises de vues.



Le dispositif étudié dont une vue générale est donnée ci-dessus permet de :

- maintenir le patient pendant le cycle de prise de vues,
- présenter le patient à hauteur de l'appareil de prises de vues,
- amener le patient au plus près de l'appareil de prises de vues,
- faire tourner de 90° (autour d'un axe vertical) le patient sans mouvement de sa part.

Pour réaliser ces fonctions, le dispositif est constitué d'une plate-forme réglable en hauteur, d'un plateau tournant, d'un système de déplacement en translation du plateau tournant et d'un dispositif de maintien du patient.

Les calculs de l'image tridimensionnelle à partir des clichés nécessitent l'existence d'un référentiel de mesurage. Celui-ci est fourni par deux plaques de calibrage entre lesquelles le patient est installé. Ces deux plaques sont réalisées à partir de deux plaques de « Plexiglas » dans lesquelles sont incluses des billes de plomb imperméables aux rayons X.

Analyse fonctionnelle de la machine.

Question 1 : Compléter, sur le document réponse 1, l'actigramme relatif à la fonction globale de la machine de radiographie en trois dimensions.

Question 2 : Compléter, sur le document réponse 1, le diagramme relatif à la fonction globale en indiquant un seul niveau de décomposition de cette fonction et les moyens techniques associés.

Étude de l'asservissement du sous-ensemble de rotation.

La figure ci-dessous montre la commande du mouvement de rotation du plateau 4 par rapport à l'élévateur 3. L'actionneur est un moteur électrique à courant continu. Il entraîne en rotation l'arbre d'entrée 5 (non représenté) d'un réducteur de vitesse constitué d'un train planétaire (R1) et d'un engrenage (R2) dont la roue de sortie est encastrée sur l'arbre 4 du plateau.

Une Génératrice tachymétrique peut être montée sur l'extrémité de l'arbre moteur.

Les grandeurs physiques en jeu sont les suivantes :

Vitesse angulaire de l'arbre moteur 5 / élévateur 3 : $\omega_{53}(t)$ en rad/s

Vitesse angulaire de la roue 4 / élévateur 3 : $\omega_{43}(t)$ en rad/s

Rapport de réduction du réducteur planétaire R1 : $r_1 = \frac{1}{50}$

Rapport de réduction de l'engrenage R2 : $r_2 = \frac{1}{8}$

Tension de commande du moteur : $v(t)$ en V

Intensité du courant de commande du moteur : $i(t)$ en A

Résistance totale d'induit : $R=0,2\ \Omega$

Inductance totale d'induit : $L=2.10^{-3}\ H$

Force contre-électromotrice (f_{cem}) : $e(t)$ en V

Coefficient de couple du moteur : K_c

Coefficient de f_{cem} du moteur : K_e

comme c'est souvent le cas, $K_e = K_c$, noté K : $K = 0,5\ N.m / A$

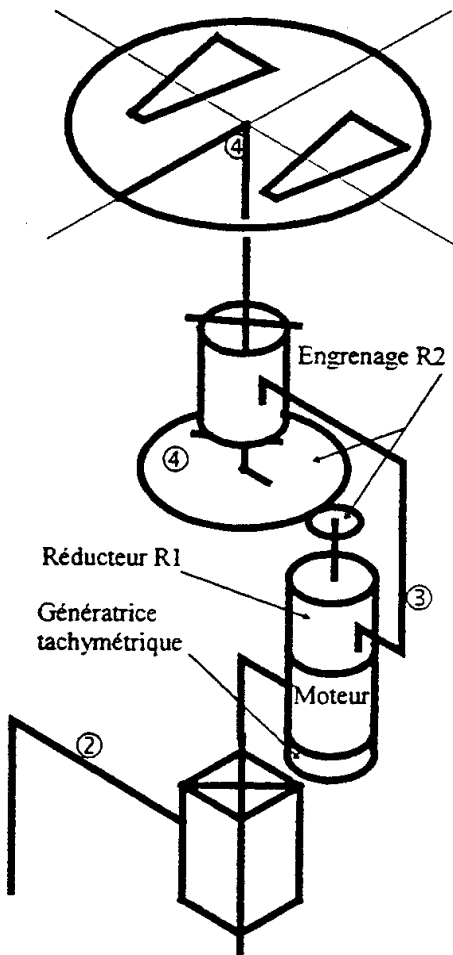
Moment du couple moteur : $c_m(t)$ en N.m

Moment du couple résistant équivalent ramené sur l'arbre moteur : $c_r(t)$

Moment d'inertie équivalent ramené sur l'arbre moteur : $J = 10^{-2}\ kg.m^2$

Coefficient de frottement fluide total : f en N.m.s

Dans les expressions littérales, on tiendra compte de f , mais dans les applications numériques on prendra $f = 0$



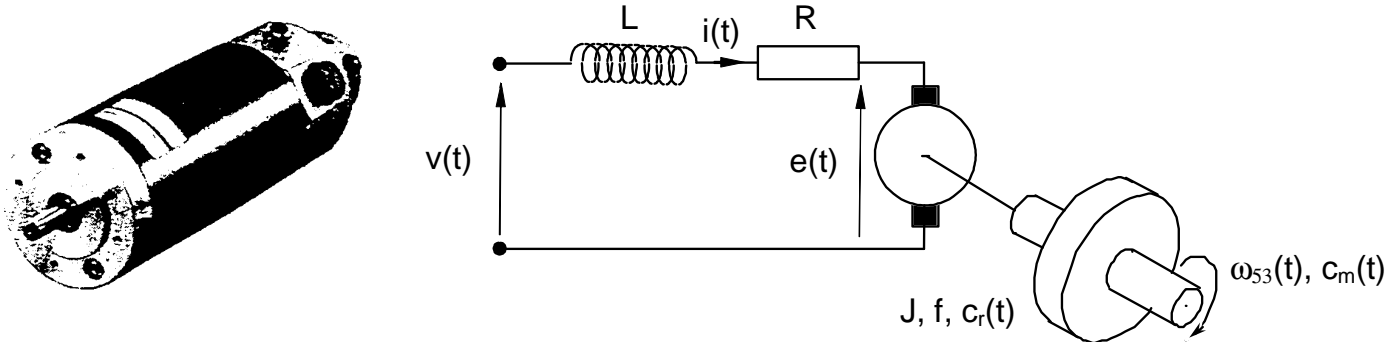
DANS LES ETUDES QUI SUIVENT, TOUTES LES FONCTIONS DE TRANSFERT DEMANDEES SERONT MISES SOUS FORME CANONIQUE.

1/ Étude du moteur seul.

Un moteur à courant continu est considéré comme un système dont l'entrée est la tension de commande de l'induit $v(t)$ et dont la sortie est la vitesse de rotation de l'arbre moteur $\omega_{53}(t)$.

Le schéma (modèle) du moteur à courant continu vous est proposé ci-dessous.

D'un point de vue électrique l'induit peut être matérialisé par une résistance en série avec une inductance et une force contre-électromotrice.

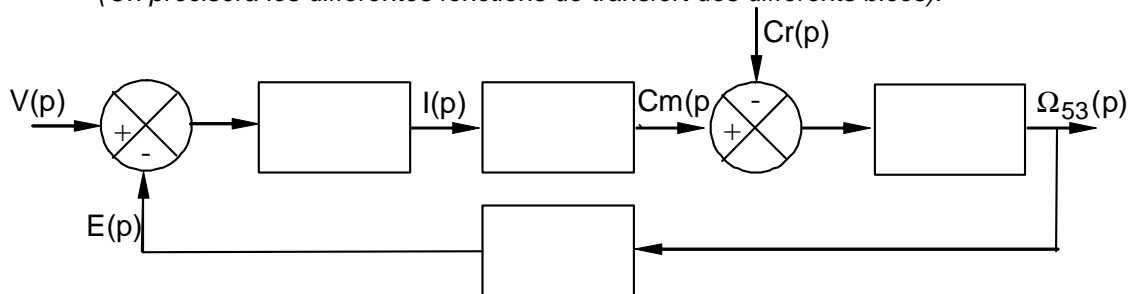


Les équations qui modélisent le fonctionnement du moteur sont les suivantes :

- Loi d'Ohm dans le circuit d'induit :
$$v(t) = e(t) + R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt} \quad (1)$$
- Équations de l'électromagnétisme dans le moteur :
$$e(t) = K_e.\omega_{53}(t) \quad (2)$$
$$c_m(t) = K_c.i(t) \quad (3)$$
- Équation de la dynamique de l'arbre moteur :
$$c_m(t) - c_r(t) - f.\omega_{53}(t) = J.\frac{d\omega_{53}(t)}{dt} \quad (4)$$

Question 3 : Les conditions initiales étant nulles, écrire les transformées de Laplace des équations (1) à (4) numérotées (1') à (4').

Question 4 : Mettre le système sous la forme du schéma-bloc suivant.
(On précisera les différentes fonctions de transfert des différents blocs).

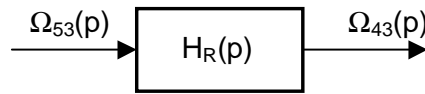


**NB : CE SCHEMA-BLOC NE REPRESENTE PAS UN SYSTEME ASSERVI
MAIS SEULEMENT LA MODELISATION D'UN MOTEUR A COURANT CONTINU.
LA BOUCLE DE RETOUR N'EST PAS UNE BOUCLE D'ASSERVISSEMENT.**

Question 5 : Exprimer de façon littérale $\Omega_{53}(p)$ en fonction de $V(p)$ pour $Cr(p) = 0$ (sans perturbation).
Exprimer de façon littérale $\Omega_{53}(p)$ en fonction de $Cr(p)$ pour $V(p) = 0$.
En déduire l'expression de $\Omega_{53}(p)$ en fonction de $V(p)$ et $Cr(p)$ (superposition des deux entrées).

2/ Étude du réducteur seul.

Question 6 : Déterminer en fonction de r_1 et r_2 la fonction de transfert $H_R(p)$ du réducteur de vitesse constitué du train planétaire R1 et de l'engrenage de sortie R2.



3/ Étude du système (moteur + réducteur) non perturbé : $C_r(p)=0$.

L'entrée du système est la tension de commande $v(t)$ et la sortie la fréquence de rotation du plateau 4 par rapport à l'élévateur 3 : $\omega_{43}(t)$

Question 7 : Déterminer l'expression de la fonction de transfert $H(p)$ de l'ensemble moteur + réducteur de vitesse.

On suppose, après simplification et calcul, que $H(p) = \frac{62,5}{(p + 50)^2 + 10^4}$

Question 8 : Déterminer la valeur des paramètres caractéristiques. Conclure.

On envoie en entrée un échelon de tension d'amplitude 100 Volt.

Question 9 : Déterminer, selon le cours, la vitesse angulaire atteinte par le plateau en régime permanent, puis retrouver ce résultat par un calcul de limite.

Question 10 : Selon les abaques situés à la fin du problème, déterminer le temps de réponse à 5%, puis l'amplitude des dépassements supérieurs à 5% (si ils existent).

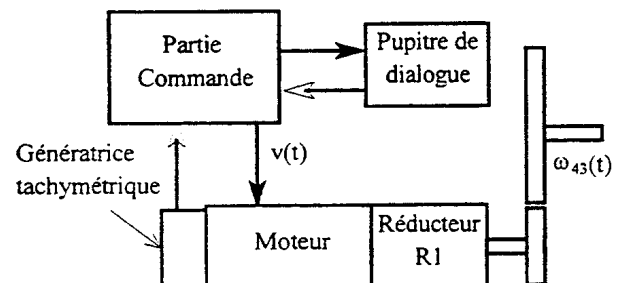
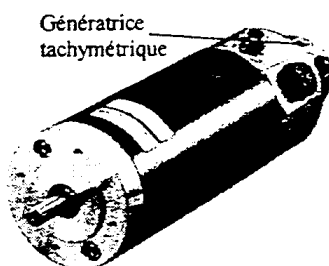
Question 11 : Donner l'allure de la réponse $\omega_{43}(t)$.

Question 12 : XXXXX

4/ Étude du système complet asservi en vitesse et non perturbé : $C_r(p)=0$.

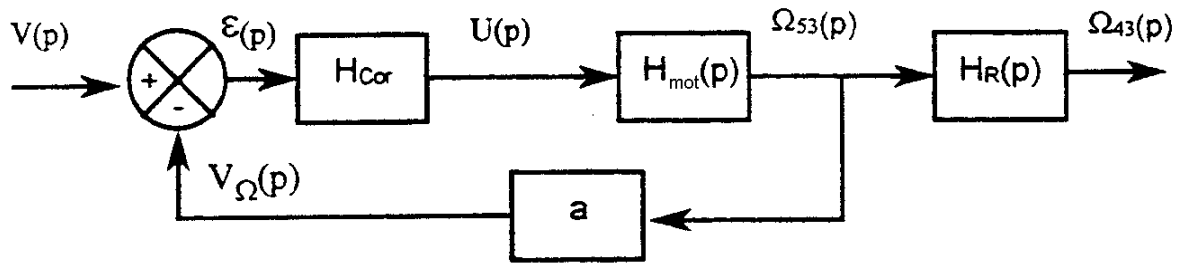
Le déplacement du sujet sans heurt d'une position à une autre doit obéir à une loi de vitesse précise choisie à l'avance. Il est donc naturel de réaliser un asservissement de vitesse sur $\omega_{43}(t)$ à partir d'une consigne de tension élaborée par la Partie Commande.

On assure le réglage de la stabilité, de la précision et de la rapidité par un correcteur (de fonction de transfert $H_{cor}(p)$).



Le placement de ce correcteur et l'asservissement en vitesse de l'ensemble conduit à concevoir le système comme l'indique le schéma-bloc de la page suivante.

On munit l'arbre moteur d'un capteur de vitesse ou génératrice tachymétrique de gain a ($a = 0,06 \text{ V/rd/s}$).

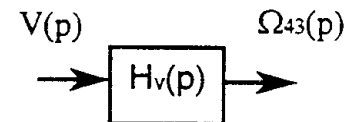


On prendra pour cette partie : $H_{\text{mot}}(p) = \frac{25000}{(p+50)^2 + 10^4}$
 $H_R(p) = 0,0025$

Utilisation d'un correcteur proportionnel.

Le correcteur utilisé est un correcteur « proportionnel ». Sa fonction de transfert est $H_{\text{cor}}(p) = K_{\text{cor}}$ où K_{cor} est une constante.

Question 13 : Mettre le schéma-bloc précédent sous la forme ci-contre. En déduire la fonction de transfert en boucle fermée du système complet $H_v(p)$ en fonction de K_{cor} .



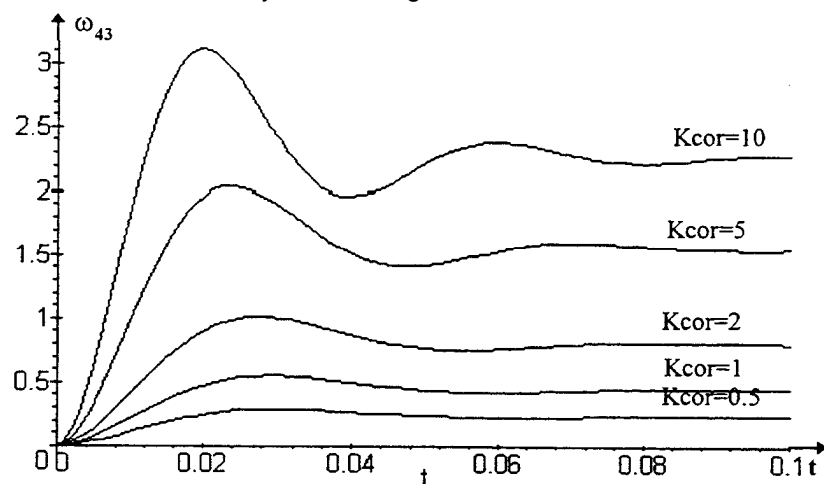
On envoie en entrée un échelon de tension d'amplitude 100 Volt.

Question 14 : Donner la vitesse angulaire atteinte par le plateau en régime permanent en fonction de K_{cor} .

Question 15 : Exprimer la valeur de l'écart statique $\varepsilon_s (= \varepsilon(+\infty))$ ou écart en régime permanent en fonction de K_{cor} .
 Pour cela déterminer l'expression de $\varepsilon(p)$, puis $\varepsilon(+\infty)$ par un calcul de limite.

Question 16 : La valeur de K_{cor} étant réglable, a-t-on intérêt à la choisir grande ou petite ? Justifier votre réponse en fonction des réponses aux deux questions précédentes.

La réponse $\omega_{43}(t)$ à l'entrée précédente est représentée ci-dessous pour différentes valeurs de K_{cor} : réponse indicielle en boucle fermée du système corrigé.



Question 17 : Comparer ces réponses à la réponse indicielle du système non corrigé, déterminée à la question 11 et conclure sur les avantages et/ou inconvénients du bouclage (ajout de la génératrice tachymétrique et du correcteur).

Question 18 : Suivant les réponses indicielles représentées à la page précédente pour différentes valeurs de K_{cor} , quel est à votre avis le meilleur réglage de K_{cor} pour le système étudié ?

Utilisation d'un correcteur proportionnel-intégral.

Le correcteur utilisé est un correcteur « proportionnel - intégral », de fonction de transfert : $H_{cor}(p) = 5 \left(1 + \frac{40}{0,5p} \right)$

Question 19 : Exprimer la valeur de l'écart statique $\varepsilon_s (= \varepsilon(+\infty))$ ou écart en régime permanent du système équipé de ce nouveau correcteur.

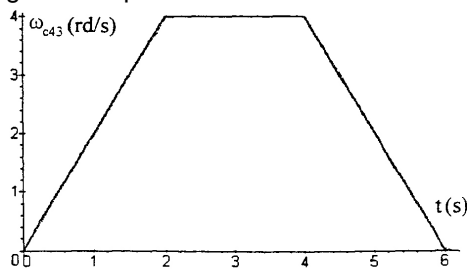
Question 20 : En déduire l'avantage que procure le caractère « intégral » de ce correcteur pour le système.

La réponse harmonique du système en boucle ouverte non corrigé et non perturbé est représentée sur le document réponse 2 sous la forme du diagramme de Bode (gain et phase).

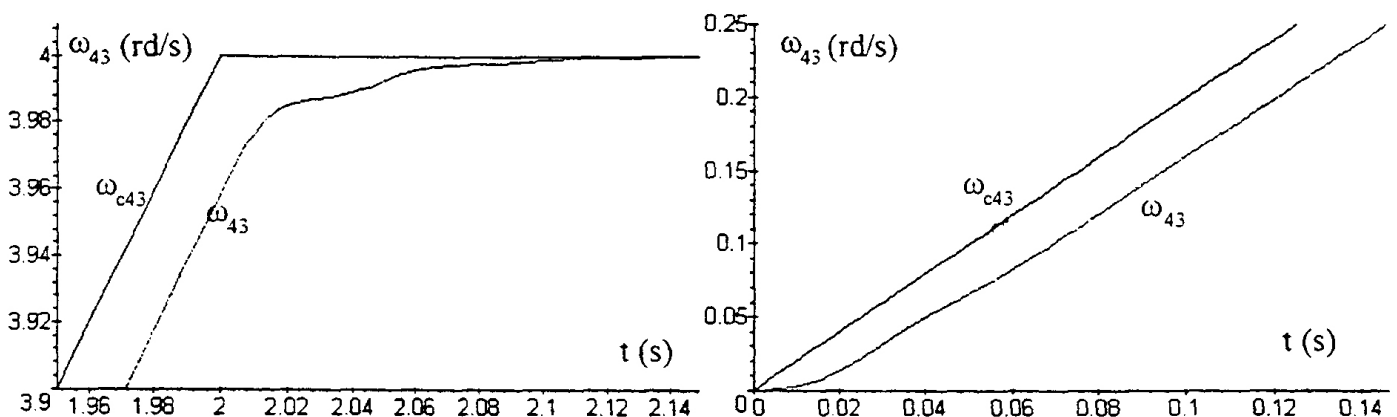
Question 21 : Par lecture du diagramme, identifier cette fonction de transfert, notée H_{boncnp} (boucle ouverte non corrigé non perturbé).

Question 22 : Tracer sur le document réponse 2, la réponse harmonique du correcteur seul. En déduire graphiquement la réponse harmonique en boucle ouverte du système corrigé et sans perturbation.

Pour la commande du mouvement de rotation du plateau, la Partie Commande du système élabore une loi de « consigne en vitesse » temporelle $\omega_{c43}(t)$ (loi en « trapèze »). Cette « entrée » et la réponse $\omega_{43}(t)$ du système corrigé sont représentées ci-dessous.



Deux grossissements de ces courbes détaillent le comportement du système



Question 23 : A l'aide de ces courbes, quantifier pour ce système :

- l'écart statique $\varepsilon_s (= \varepsilon(+\infty))$,
- le dépassement D ,
- l'écart dynamique ε_d (ou erreur de traînage),
- le retard de traînage.

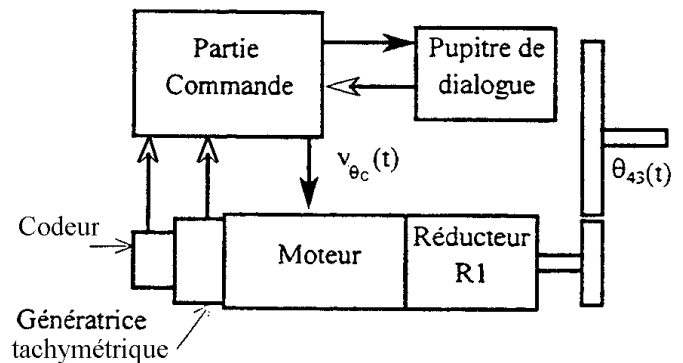
Expliquer à partir de ces grandeurs si le comportement du système « en poursuite » et « en régulation » est conforme à ce que l'on peut en attendre.

5/ Étude du système complet asservi en vitesse, en position et non perturbé : $Cr(p)=0$.

La prise d'origine de la position (ou positionnement angulaire) du plateau 4 par rapport à l'élévateur 3 est réalisée sur l'appareil par un indexage mécanique.

Une autre solution consiste à rajouter un asservissement « en position » du mécanisme. Pour cela, l'arbre moteur est muni d'un codeur donnant sa position angulaire $\theta_{53}(t)$ par rapport à l'élévateur 3.

La consigne en tension élaborée par la Partie Commande est maintenant $V_{\theta c}(p)$.

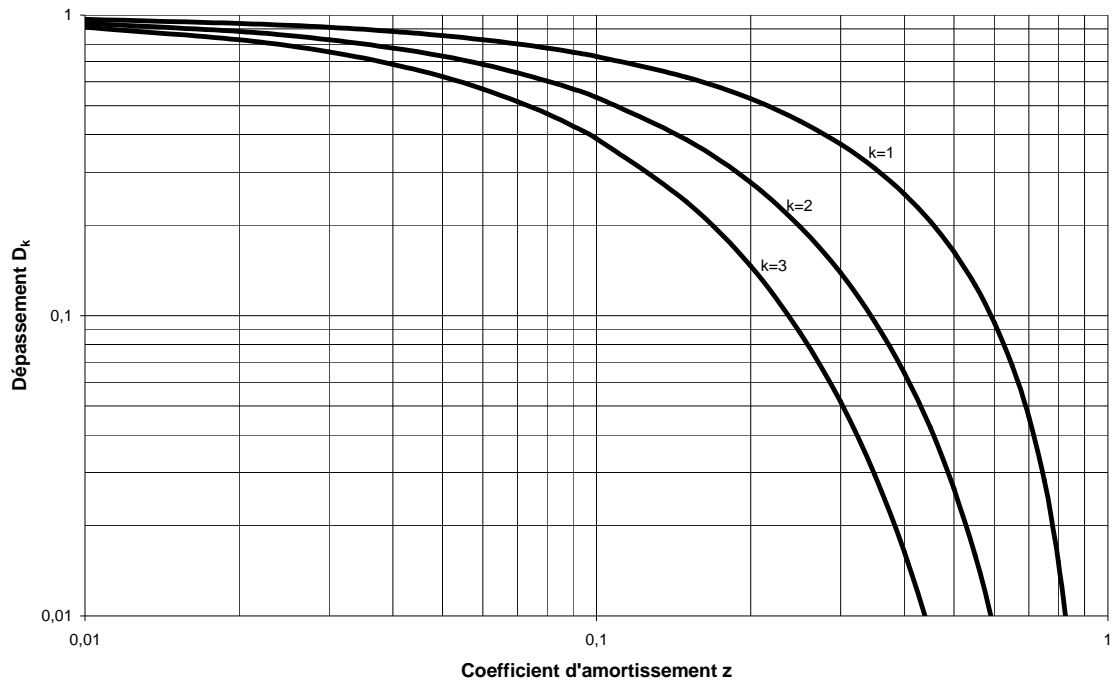


Question 24 : Compléter le schéma-bloc du document réponse 3, afin de réaliser l'asservissement en position du système.

Attention la sortie n'est plus $\Omega_{43}(p)$ mais $\theta_{43}(p)$.

On notera b la transmittance du codeur.

Abaque des dépassements transitoires



Temps de réponse réduit d'un système du 2^{ème} ordre.

