Véhicule d'exploration de Mars IARES : Corrigé

Modélisation du moteur :

1. (1) $U(p) = E(p) + R.I(p) + L.p.I(p)$ (2) $E(p) = K_e\Omega_m(p)$

   (3) $K_c I(p) = C_m(p)$ (4) $J_{me}.\mathrm{p}.\Omega_m(p) = C_m(p)$

2. $H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{K_c}{K_c.K_e+R.J_{me}.p+L.J_{me}.p^2} = \frac{\frac{1}{K_e}}{1+\frac{R.J_{me}}{K_c.K_e}.p+\frac{L.J_{me}}{K_c.K_e}.p^2}$

   Fonction de transfert du deuxième ordre

   Gain statique $Km = \frac{1}{K_e}$, pulsation propre $\omega 0 = \sqrt{\frac{K_c.K_e}{L.J_{me}}}$ et amortissement $\zeta = \frac{1}{2}\frac{R.J_{me}}{\sqrt{L.J_{me}K_c.K_e}}$.

3. $\mathrm{K_m} = \frac{1}{0{,}026} = 38{,}5\ \mathrm{rad.s^{-1}/V}$, $\omega 0 = \sqrt{\frac{0{,}0255*0{,}026}{0{,}5.10^{-3}*3{,}32.10^{-6}}} = 632\ rad/s$

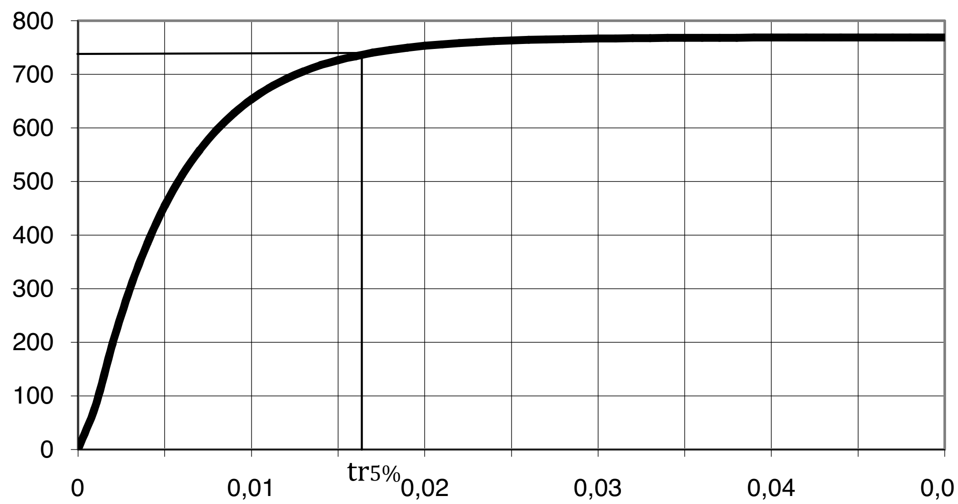
   $\zeta = \frac{1}{2}\frac{1{,}1*3{,}32.10^{-6}}{\sqrt{0{,}5.10^{-3}*3{,}32.10^{-6}*0{,}0255*0{,}026}} = 1{,}74$

4. ζ >1 donc on est en régime apériodique.

   La tangente à l'origine est nulle.

   La valeur finale est de 38,5*20=770 rad/s.

   Pour $\zeta = 1{,}74$, tr5%. $\omega 0$ = 10 donc tr5% = $\frac{10}{632} = 0{,}016s$ pour 0.95*770=731.5 rad/s



5. $H(p) = \frac{38{,}5}{1+\frac{2*1{,}74}{632}p+\frac{1}{632^2}p^2} = \frac{38{,}5}{1+55.10^{-4}p+2{,}5.10^{-6}p^2} = \frac{38{,}5}{(1+5.10^{-3}p)(1+5.10^{-4}\mathrm{p})} = \frac{38{,}5}{\left(1+\frac{p}{200}\right)\left(1+\frac{\mathrm{p}}{2000}\right)}$

6. Le terme $\mathrm{e}^{-2000\mathrm{t}}$ est négligeable devant le terme $\mathrm{e}^{-200\mathrm{t}}$. On peut donc négliger le pole p=-2000.

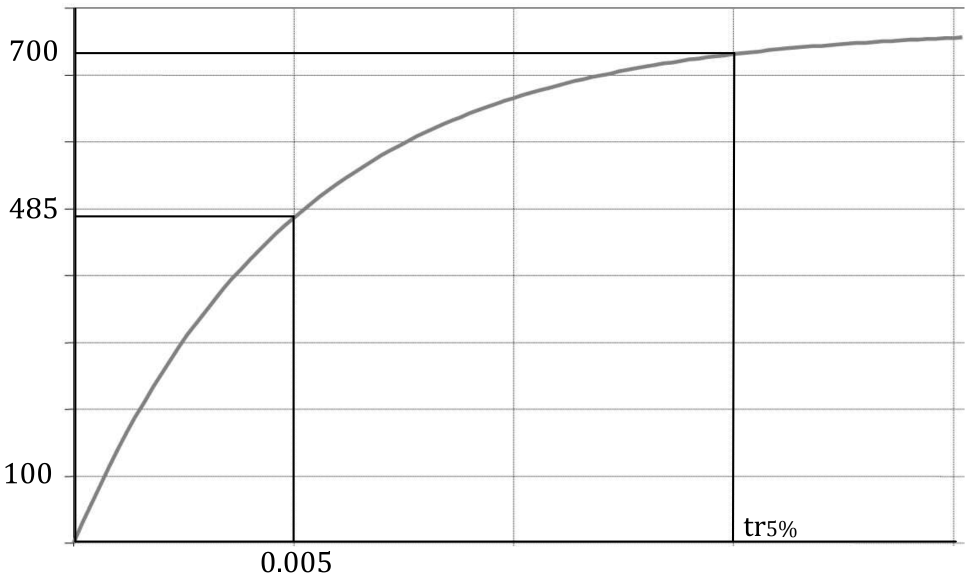
   La fonction de transfert peut donc être assimilée à une fonction du premier ordre.

   $\mathrm{H(p)} = \frac{\mathrm{K_m}}{(1+\mathrm{T_1p})} = \frac{38.5}{(1+0.005\mathrm{p})}$ donc$\Omega\mathrm{m} = \mathrm{H(p)} * \mathrm{E(p)} = \frac{38{,}5}{\left(1+\frac{p}{200}\right)} * \frac{20}{\mathrm{p}} = 770\left(\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{p}} + \frac{\mathrm{B}}{1+\frac{p}{200}}\right)$

$\Omega m = 770\left(\frac{1}{p} - \frac{1/200}{1+\frac{p}{200}}\right) = 770\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p+200}\right)$ donc $\omega m(t) = 770(1 - e^{-200t})$

La constante de temps est T=0.005s est atteinte pour $\omega m(T) = 0.63$*770=485 rad/s.

Le temps de réponse à 5% tr5%=3T=3*0.005=0.015s.



Régulation de vitesse :

7. $F1(p) = \frac{F.T.C.D}{1+F.T.B.O} = \frac{A..K.H(p)}{1+A.Kg.K.H(p)} = \frac{A.K.38,5}{A.K.38.5.Kg + (1+T_1.p).(1+T_2.p)}$

$$\boxed{F1(p) = \frac{\frac{A.K.38,5}{1+A.K.38,5.Kg}}{1+\frac{T_1+T_2}{1+A.K.38,5.Kg}p + \frac{T_1.T_2}{1+A.K.38,5.Kg}p^2}}$$

$$\boxed{K_S = \frac{A.K.38,5}{1+A.K.38,5.Kg} = \frac{192,5.K}{1+19,25K}}$$

$$\boxed{\omega 0 = \sqrt{\frac{1+A.K.38.5.Kg}{T_1.T_2}} = \sqrt{\frac{1+19,25.K}{2.5.10^{6}}}} \quad \text{et} \quad \boxed{\xi = \frac{T_1+T_2}{2\sqrt{T_1.T_2.(A.K38,5.Kg)}} = \frac{2.75}{\sqrt{2,5.(1+19,25.K)}}}$$

8. $\xi = \frac{2.75}{\sqrt{2,5.(1+19,25.K)}} = 0.7$ ➔ $\boxed{K = K_0 = 0,268}$,

$$\boxed{\omega 0 = \sqrt{\frac{1+0,268*19,25}{2.5.10^{-6}}} = 1571.4 \text{rad.s}^{1}} \quad \text{et} \quad \boxed{K_S = \frac{192,5*0.268}{1+19,25*0.268K} = 8,4\,\text{rad/s/V}}$$

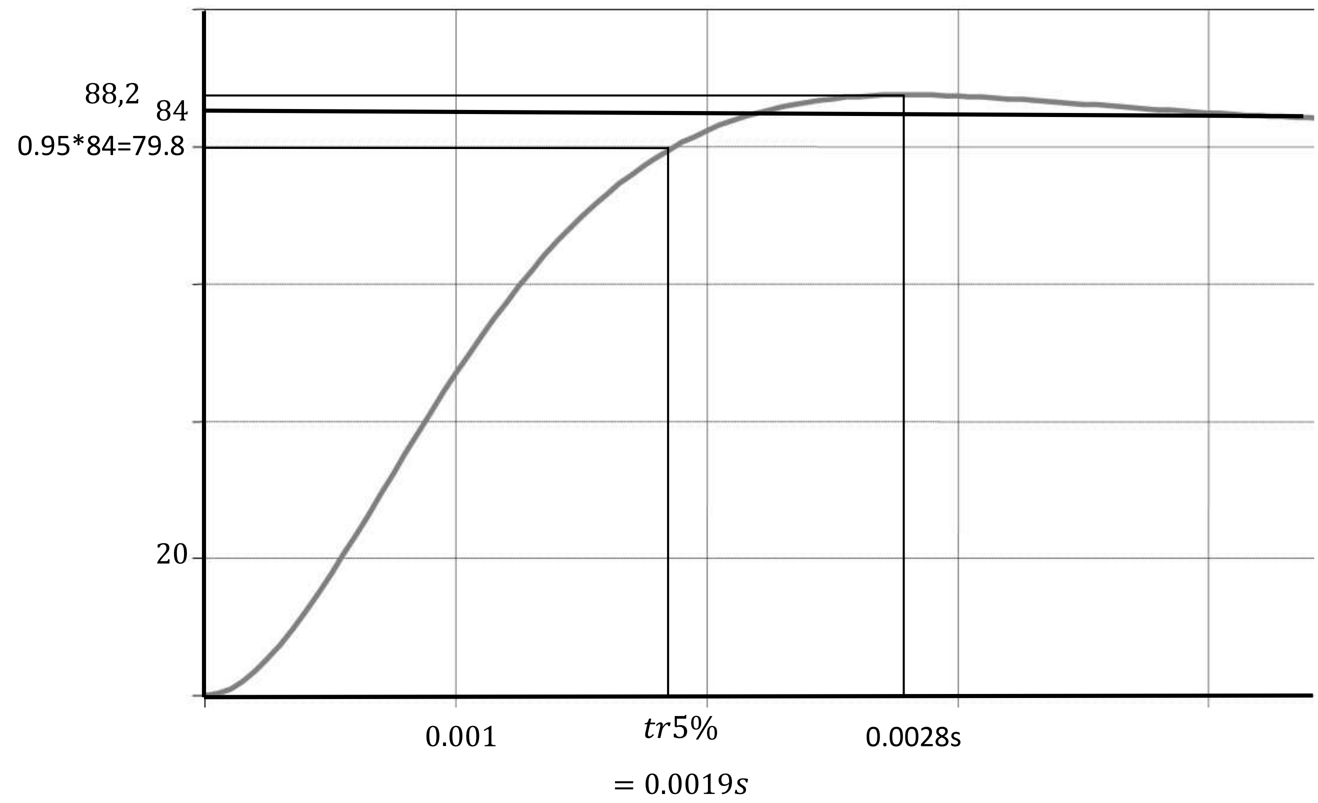
$$F_1(p) = \frac{8,4}{1+\frac{2*0.7}{1572}p + \frac{1}{1572^2}p^2} = \frac{8,4}{1+8.9.10^{-4}p + 4.10^{-7}p^2}$$

9. La valeur finale est ωm(∞)=10*8,4 = 84 rad/s, le premier dépassement est D1%=5% car ζ=0.7.

La pseudo période vaut $T = \frac{2\pi}{\omega 0\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{2\pi}{1571\sqrt{1-0.7^2}} = 0,0056s$.

L'instant du premier maximum est $\frac{T}{2} = 0.0028s$ et le premier maximum vaut 1.05*84=88.2rad/s

Le temps de réponse à 5% est $tr5\% = \frac{3}{\omega 0} = \frac{3}{1571} = 0.0019s$



10. $G1(p) = C(p).A.H(p).Kg = K.A.Kg.H(p) = \frac{38{,}5*5*0.1*K}{(1+0{,}5.10^{-3}p)(1+5.10^{-3}p)} = \frac{19.25K}{(1+0{,}5.10^{-3}p)(1+5.10^{-3}p)}$

11. $\varepsilon(p)=\Omega c(p)-\Omega im(p) \Rightarrow \varepsilon(p)= \Omega c(p)-Kg.H(p).A.C(p).\varepsilon(p) \Rightarrow \varepsilon(p) = \Omega c(p)-G1(p).\varepsilon(p)$

$\varepsilon(p)(1+G1(p))= \Omega c(p) \Rightarrow \varepsilon(p)=\frac{\Omega c(p)}{1+G1(p)}$

$\Omega c(p)=\frac{10}{p}$; $\varepsilon s=\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p.\varepsilon(p) = \lim_{p\to 0} p.\frac{\Omega c(p)}{1+G1(p)} = \lim_{p\to 0} p.\Omega c(p)\frac{1}{1+G1(p)}$

$\varepsilon s=\lim_{p\to 0} p.\frac{10}{p}\frac{1}{1+\frac{19.25K}{(1+0{,}5.10^{-3}p)(1+5.10^{-3}p)}} = \lim_{p\to 0} 10\frac{(1+0{,}5.10^{-3}p)(1+5.10^{-3}p)}{19.25K+(1+0{,}5.10^{-3}p)(1+5.10^{-3}p)}$

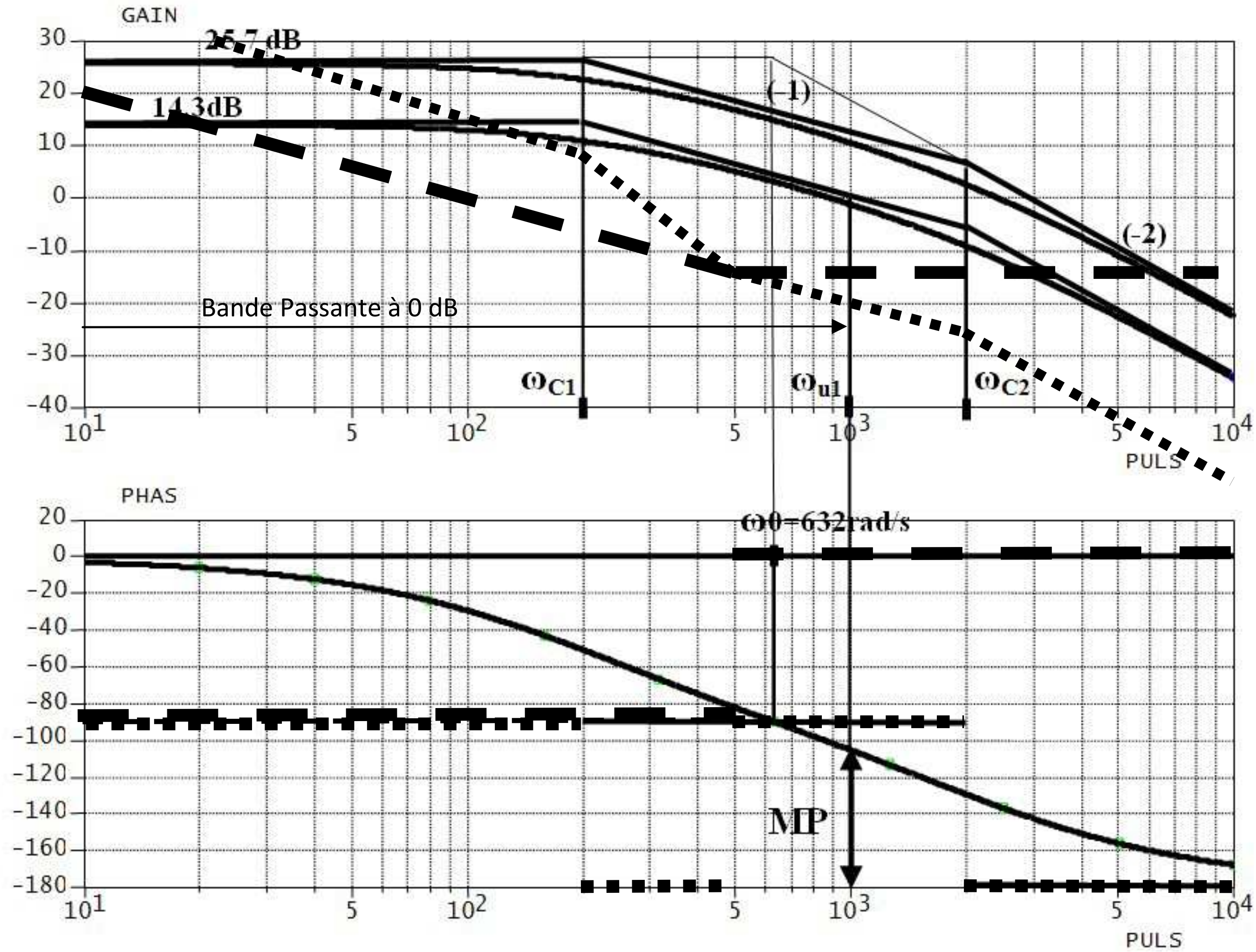
$\varepsilon s=\frac{10}{1+19.25K}$; pour K=0.27, $\varepsilon s=\frac{10}{1+19.25*0.27} = 1.61 \neq 0$

Erreur statique constante car FTBO de classe 1 et CDCF non respecté.

Il faut une FTBO de classe 1 pour annuler l'erreur statique, donc un intégrateur dans la boucle ouverte. Un correcteur intégral permet d'annuler l'erreur statique.

12. Pour K=1 , on a $K_{DB} = 20.\mathrm{Log}(19{,}25) = 25{,}7\mathrm{dB}$. Pour K=0.27 , on a $K_{DB} = 20.\mathrm{Log}(5) = 14{,}3\mathrm{dB}$.

Les 2 cassures sont : $\omega_{c1} = 1/T_1 = 2000\ \mathrm{rad.s}^{1}$ et $\omega_{c2} = 1/T_2 = 200\ \mathrm{rad.s}^{1}$



13.

K_0=0.27	Pulsation à 0 dB	Bande passante
Asymptotique	ω_{c0}=1000 rad/s	$\omega =]0{,}1000]\ rad/s$ ou $f = \left]0, \frac{1000}{2\pi} = 159\right]$Hz.
Reel	ω_{c0}=900 rad/s	$\omega =]0{,}900]\ rad/s$ ou $f = \left]0, \frac{900}{2\pi} = 143\right]$Hz.

K=1	Pulsation à 0 dB	Bande passante
Asymptotique	ω_{c0}=2900 rad/s	$\omega =]0{,}2900]\ rad/s$ ou $f = \left]0, \frac{2900}{2\pi} = 461.5\right]$Hz.
Reel	ω_{c0}=2200 rad/s	$\omega =]0{,}2200]\ rad/s$ ou $f = \left]0, \frac{2200}{2\pi} = 350.1\right]$Hz

14. On mesure sur le bode en phase : $\varphi(\omega_{u1})$=-105°., donc $M_\varphi = 180° - 105 = 75° > 45°$.

La marge de gain est infinie. Le cahier des charges est respecté.

15. En basse fréquence, quand ω tend vers 0, le gain est constant et la phase est nulle.

En haute fréquence, quand ω tend vers l'∞, le gain tend vers – l'∞ avec une pente de -40dB/decade et la phase tend vers -180°.

La fonction de transfert $F_1(p)$ est donc du deuxieme ordre et de la forme $\frac{K_s}{1+\frac{2\xi}{\varpi_0}+\frac{p^2}{\varpi_0{}^2}}$ avec un facteur d'amortissement plus petit que 0.7 puisque l'on identifie une résonnance.

16. K_{sdb}=19,52 donc $K_s = 10^{\frac{19,52}{20}}=9,46$ et $\varphi(\omega_0)=-90°$ pour $\omega_0=2707$ rad/s

Le maximum de résonnance est de $M_{dB}=22,09=20\ Log\frac{K}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$

ou une surtension $Q_{dB}=22,09-19,52=2,57=20\ Log\frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$

Soit $\frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} = 10^{\frac{2,57}{20}}=1,344 \Rightarrow 7,23\xi^4 - 7,23\xi^2 + 1 = 0$

On pose $\xi^2 = X : 7,23X^2 - 7,23X + 1 = 0.$

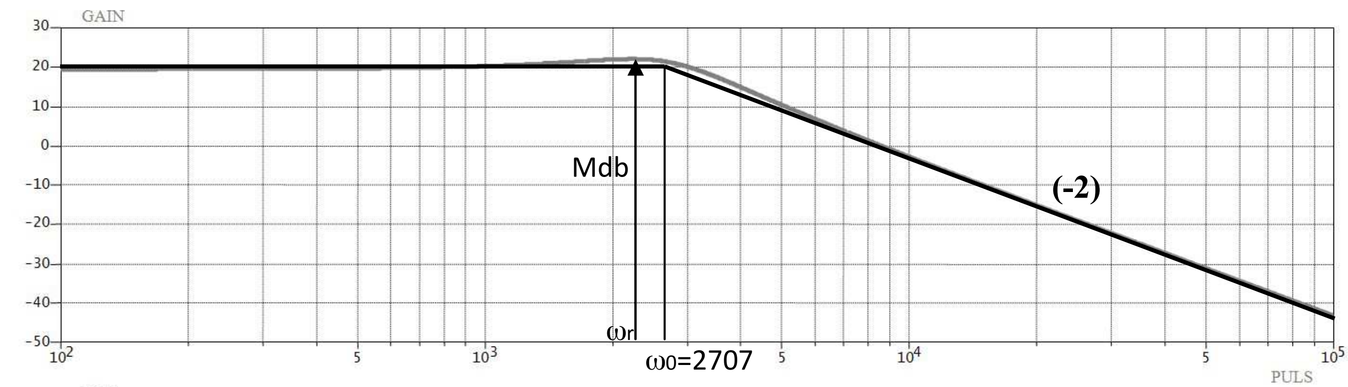
Δ=23,35 et X=0,85 donc $\xi=\pm1,45$ ou X= 0,166 donc $\xi=\pm0,4$

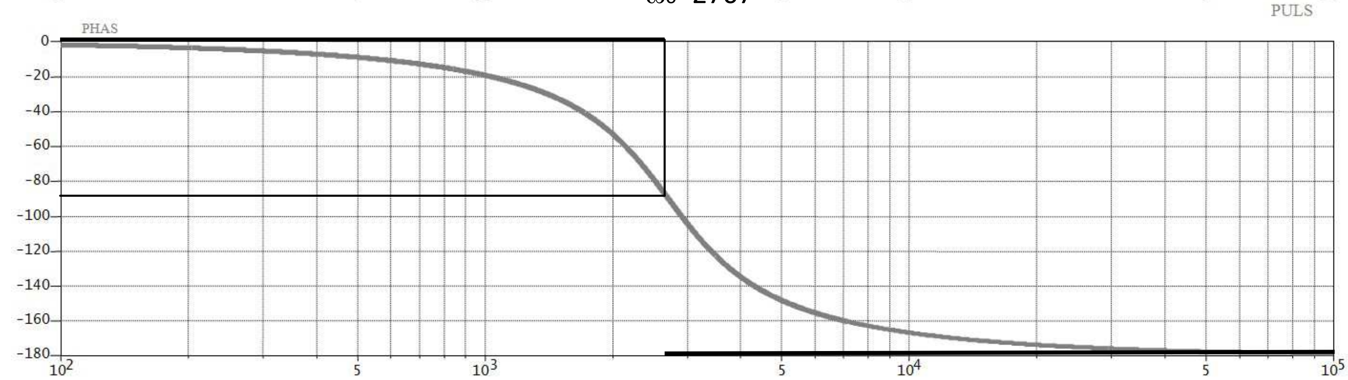
Seul $\xi=0,4$ convient car est positif et inférieur à 0,707 (résonnance)

$\omega_r=\omega_0\sqrt{1-2\xi^2}=2707*\sqrt{1-2*0,4^2}$ ➔ $\omega_r=2232,25$ rad/s

$K_s=9,46=\frac{192,5.K}{1+19,25.K}$ ➔ 9,46=K*(192,5-19,25*9,46) ➔ $K=\frac{9,46}{192,5-19,25*9,46}$ ➔ K=0,91

17. Diagrammes asymptotiques





18. $\omega_c(t) = \Omega_{c0}*\sin(\omega t)$ et $\omega_m(t)= G(\omega)*\Omega_{c0}*\sin(\omega t+\varphi)$

19. Pour ω=100, GdB=19,52, $G=10^{\frac{19,52}{20}}=9,46$ et $\varphi(100)=-1,7°=-1,7*\pi/180=-0,03$ rad

Donc si $\omega_c(t) = \Omega_{c0}*\sin(100t)$ alors $\omega_m(t)= 9,46\Omega_{c0}*\sin(100t-0,03)$

L'amplitude de l'entrée est multiplié par 9,46 et le retard est faible.

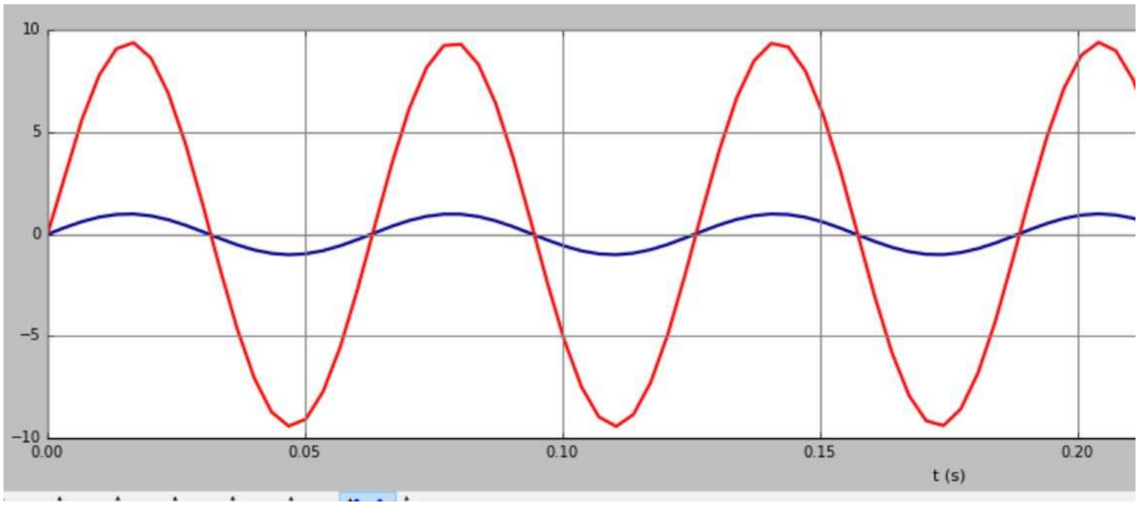
Pour ωr=2232,25, GdB=22,09, G=$10^{\frac{22,09}{20}}$=12,72 et φ(2232,5)=-64,5°=-64,5*π/180=-1,125 rad

Donc si ωc(t) = Ωc_0*sin(100t)   alors   ωm(t)= 12,72Ωc_0*sin(2232,5t-1,125)

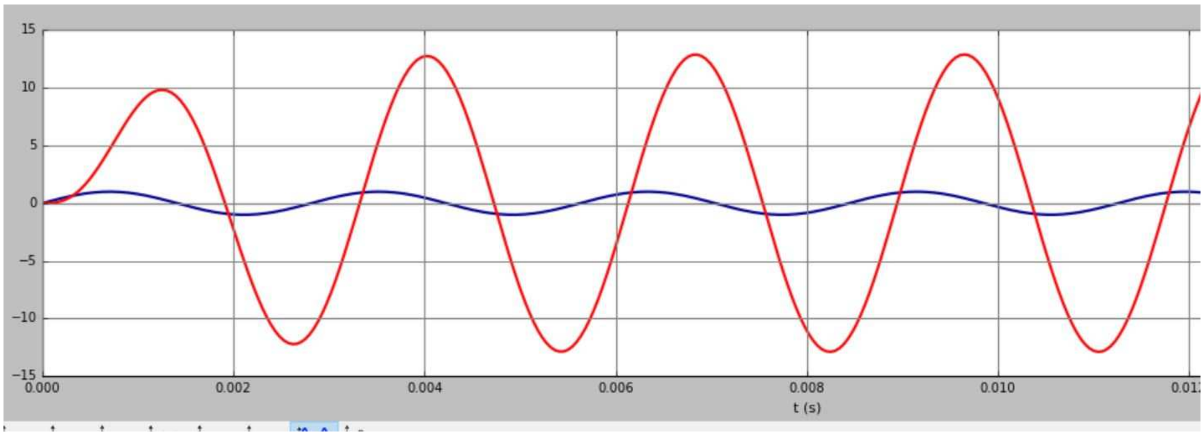
L'amplitude de l'entrée est multiplié par 12,76 et le retard est de 64,5°

donc de -1.125/2232.25=0.5 ms

Pour ω=100 et Ωc_0=100 rad/s



Pour ωr=2232 rad/s et Ωc_0=100 rad/s



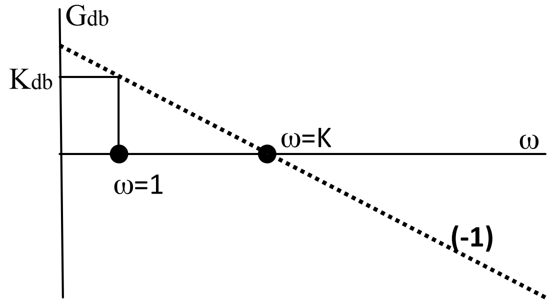
20. $\Omega c(p)=\frac{10}{p}$; $\varepsilon s=\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{p\to 0}p.\varepsilon(p)=\lim_{p\to 0}p.\frac{\Omega c(p)}{1+G1(p)}=\lim_{p\to 0}p.\Omega c(p)\frac{1}{1+G1(p)}$

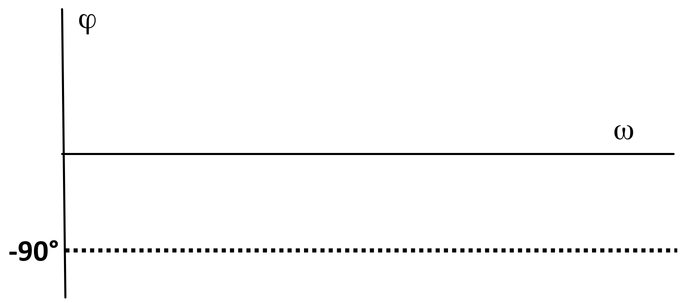
$G1(p)=C(p).A.H(p).Kg==\frac{38,5*5*0.1*K(1+Tp)}{p*(1+0,5.10^{-3}p)(1+5.10^{-3}p)}$

$$\varepsilon s=\lim_{p\to 0}p.\frac{10}{p}\frac{1}{1+\frac{19.25K(1+Tp)}{p*(1+0,5.10^{-3}p)(1+5.10^{-3}p)}}=\lim_{p\to 0}10\frac{p*(1+0,5.10^{-3}p)(1+5.10^{-3}p)}{19.25K*(1+Tp)+(1+0,5.10^{-3}p)(1+5.10^{-3}p)}$$

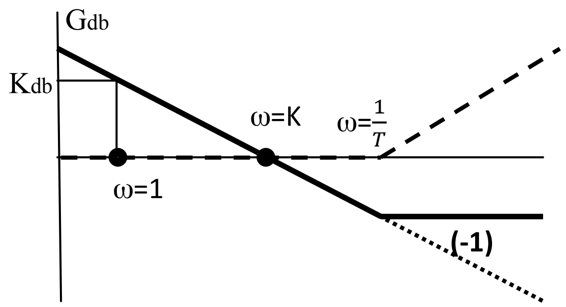
εs=0 donc CDCF respecté.

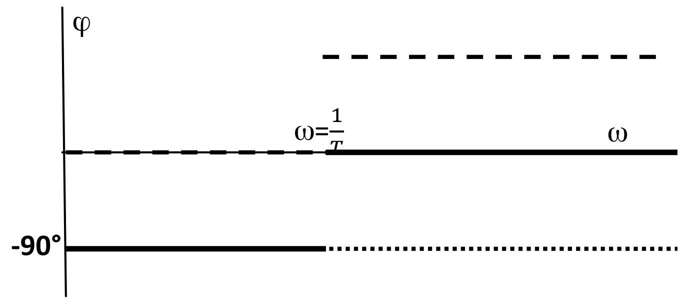
21. $C_1(p)=\frac{K}{p}$; $C1dB(\omega) = 20Log\left[\frac{K}{\omega}\right] = 20LogK - 20log(\omega)$; $\varphi = -90°$





22. $C(p) = K\frac{1+Tp}{p}$; $C1dB(\omega) = 20Log\left[\frac{K\sqrt{1+T^2\omega^2}}{\omega}\right]$; $\varphi = -90°-Arctan(\omega)$





On choisit K=100 et T = 0.002s

23. Kdb=20.Log(100)=40 dB ; $\omega=\frac{1}{T} = \frac{1}{0.002} = 500$

Correcteur C(p) :

Système corrigé G1(p) :