

## Proposition de corrigé

Concours : Concours Centrale-Supélec

Année : 2022

Filière : MP

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](#) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles).

**La distribution et la publication de ce document sont strictement interdites !**

### Conditions de diffusion

Ce document n'a pas vocation à être diffusé, et sa consultation est exclusivement réservée aux adhérents de l'UPSTI.

Les adhérents peuvent en revanche s'en inspirer librement pour toute utilisation pédagogique.

Si vous constatez que ce document est disponible en téléchargement sur un site tiers, veuillez s'il vous plaît nous en informer [à cette adresse](#), afin que nous puissions protéger efficacement le travail de nos adhérents.

### Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

L'équipe UPSTI

# SLED

Corrigé UPSTI

## 1 Support d'étude



FIGURE 1 – Réduction du phénomène du « coup du lapin » par l'usage d'un appui-tête (Référence : R.T. Shone).

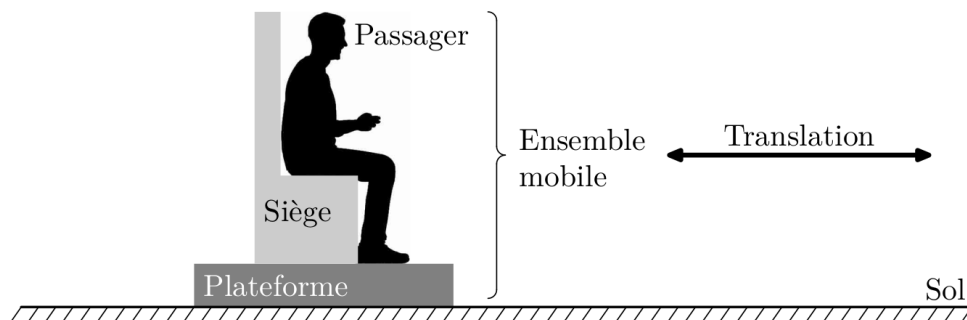


FIGURE 2 – Principe retenu pour la conception du Sled.

## 2 Pré-dimensionnement du Sled 0.3g

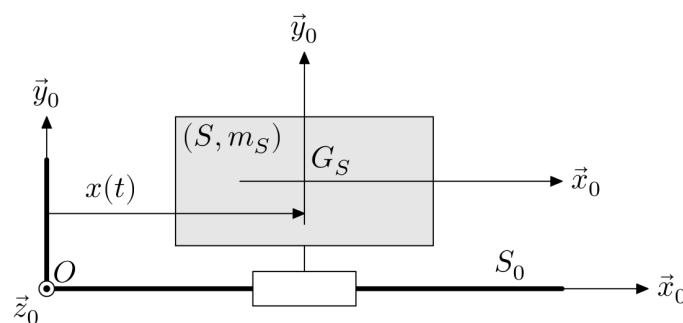


FIGURE 3 – Modélisation cinématique de l'ensemble mobile  $S$  en liaison avec le bâti  $S_0$ .

### 2.1 Encombrement spatial du Sled 0.3g

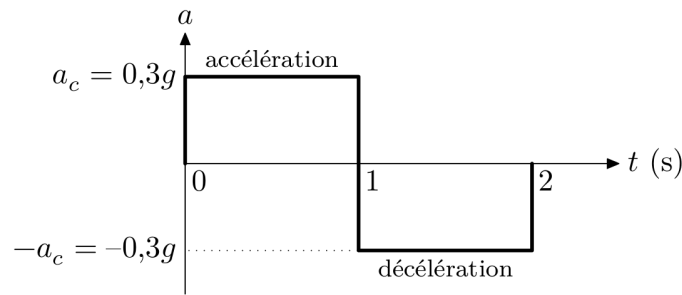


FIGURE 4 – Évolution de l'accélération au cours du temps.

**- Objectif**

L'objectif est de vérifier que la course du Sled est compatible avec une utilisation dans une salle d'expérimentation.

**Q 1.** Déterminer l'expression littérale de la vitesse  $v(t)$  en fonction de l'accélération  $a_c$ , dans la première phase d'accélération.

Lors de la première phase d'accélération on a :  $\frac{dv(t)}{dt} = a_c \Leftrightarrow dv(t) = a_c dt$

D'où :

$$\begin{aligned} \int_0^t dv(t) &= \int_0^t a_c dt \\ [v(t)]_0^t &= [a_c \times t]_0^t \\ v(t) - v(0) &= a_c \times (t - 0) \end{aligned}$$

$$v(t) = a_c \times t$$

**Q 2.** En déduire la valeur maximale, notée  $V_{\max}$  et exprimée en  $\text{m.s}^{-1}$ , de la vitesse atteinte par l'ensemble mobile  $S$  au bout d'une seconde avec une accélération constante de  $0.3g$ . Conclure sur le respect de l'exigence Id = 1.1.2.

La fonction  $v(t)$  étant continue et croissante, sa valeur maximale est à la fin de la phase d'accélération, soit :

$$V_{\max} = v(1) = a_c \times 1 = 0.3g \times 1$$

A.N. :

$$V_{\max} = 0.3 \times 9.81 \times 1 = 2.9 \text{ m.s}^{-1} < 3 \text{ m.s}^{-1} \text{ (exigence Id 1.1.2)}$$

Donc l'exigence Id 1.1.2 est bien respectée.

**Q 3.** Déterminer la distance maximale théorique, notée  $x_{\max}$  et exprimée en m, parcourue par l'ensemble mobile  $S$  au cours d'un essai complet. Vérifier le respect de l'exigence Id = 1.2.

Lors d'un essai complet, il y a une phase d'accélération qui dure une seconde à  $\ddot{x} = a_c$  et une phase de décélération à  $\ddot{x} = -a_c$ . On en déduit alors pour chaque phase, les résultats suivants :

Phase d'accélération  $\varphi_1$  : pour  $t \in [0; 1]$ Phase de décélération  $\varphi_2$  : pour  $t \in [1; 2]$ 

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}_{\varphi_1} &= a_c = 0.3g & \ddot{x}_{\varphi_2} &= -a_c = -0.3g \\
 \dot{x}_{\varphi_1} &= v(t) = 0.3g \times t \rightarrow v(1) = V_{\max} = 0.3g \times 1 & \dot{x}_{\varphi_2} &= -0.3g \times (t-1) + v(1) \\
 x_{\varphi_1}(t) &= 0.3g \times \frac{t^2}{2} + x(0) \rightarrow x(1) = \frac{0.3}{2}g & x_{\varphi_2}(t) &= -0.3g \times \frac{(t-1)^2}{2} + v(1) \times (t-1) + x(1)
 \end{aligned}$$

Enfinement on a :  $x_{\max} = x_{\varphi_2}(2) = -\frac{0.3}{2}g + 0.3g \times 1 \times 1 + \frac{0.3}{2}g$

$$x_{\max} = 0.3g \times 1 \times 1$$

A.N.

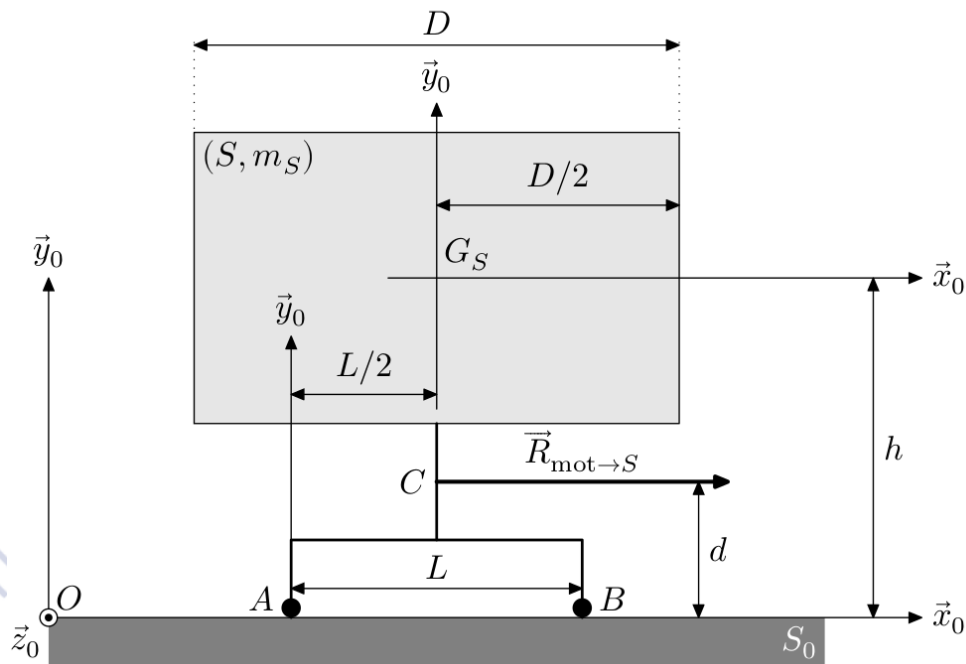
$$x_{\max} = 2.9 \text{ m} < 4.5 \text{ m (exigence Id 1.2)}$$

Donc l'exigence Id 1.2 est bien respectée.

## 2.2 Dimensionnement spatial de l'ensemble mobile

### - Objectif

L'objectif est de vérifier la sécurité des passagers et de valider l'emprise au sol du Sled.

FIGURE 5 – Paramétrage de l'ensemble mobile  $S$  du Sled.

### 2.2.1 Détermination de l'effort normal $Y_B$

**Q 4.** Isoler l'ensemble mobile  $S$  et effectuer l'inventaire des actions mécaniques extérieures qui s'appliquent sur cet ensemble.

On isole  $S$ , le bilan des actions mécaniques à  $S$  est :

- la pesanteur :  $\{T_{\text{pes} \rightarrow S}\} = \left\{ \frac{-m_S g \vec{y}_0}{\vec{0}} \right\}_{G_S}$
- l'action du sol sur  $S$  en  $A$  :  $\{T_{A_{S_0} \rightarrow S}\} = \left\{ \frac{Y_A \vec{y}_0}{\vec{0}} \right\}_A$
- l'action du sol sur  $S$  en  $B$  :  $\{T_{B_{S_0} \rightarrow S}\} = \left\{ \frac{Y_B \vec{y}_0}{\vec{0}} \right\}_B$
- l'action mécanique motrice :  $\{T_{\text{mot} \rightarrow S}\} = \left\{ \frac{\vec{R}_{\text{mot} \rightarrow S} = R \vec{x}_0}{\vec{0}} \right\}_C$

**Q 5.** Exprimer  $\vec{\delta}_{G_S, S/S_0}$ , le moment dynamique en  $G_S$  de l'ensemble mobile  $S$  dans son mouvement par rapport au bâti  $S_0$ . En déduire l'expression littérale du moment dynamique au point  $A$  de l'ensemble mobile  $S$  dans son mouvement par rapport au bâti  $S_0$  en fonction de l'accélération  $a_c$ , de la masse  $m_S$  et d'un paramètre géométrique.

Le moment dynamique en  $G_S$  de l'ensemble  $S$  s'exprime comme suit :

$$\vec{\delta}_{G_S, S/S_0} = \left. \frac{d\vec{\sigma}_{G_S, S/S_0}}{dt} \right|_{R_0} + m_S \vec{V}_{G_S} \wedge \vec{V}_{G_S, S/S_0} = \left. \frac{d\vec{\sigma}_{G_S, S/S_0}}{dt} \right|_{R_0}$$

Or :

$$\vec{\sigma}_{G_S, S/S_0} = \vec{I}_{G_S, S/S_0} \cdot \vec{\Omega}_{S/S_0} + m_S \overrightarrow{G_S G_S} \wedge \vec{V}_{G_S, S/S_0} = \vec{I}_{G_S, S/S_0} \cdot \vec{\Omega}_{S/S_0}$$

Si on considère qu'on a une liaison glissière de  $S/S_0$ , alors  $\{\mathcal{V}_{S/S_0}\} = \left\{ \frac{\vec{0}}{v(t)\vec{x}_0} \right\}_{G_S}$ , donc  $\vec{\Omega}_{S/S_0} = \vec{0}$

Donc  $\vec{\sigma}_{G_S, S/S_0} = \vec{0}$ , d'où :

$$\vec{\delta}_{G_S, S/S_0} = \vec{0}$$

D'après le théorème de Varignon, on a :

$$\begin{aligned} \vec{\delta}_{A, S/S_0} &= \vec{\delta}_{G_S, S/S_0} + \overrightarrow{AG_S} \wedge m_S \vec{a}_{G_S, S/S_0} \\ &= \vec{0} + \begin{pmatrix} \frac{L}{2} \\ h \\ 0 \end{pmatrix}_{\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0} \wedge m_S \begin{pmatrix} a_c \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0} \\ \vec{\delta}_{A, S/S_0} &= -m_S \times h \times a_c \times \vec{z}_0 \end{aligned}$$

**Q 6.** Appliquer le théorème du moment dynamique, à l'ensemble mobile  $S$ , au point  $A$ , en projection selon  $\vec{z}_0$ . En déduire l'expression littérale de la composante  $Y_B$  du contact ponctuel en  $B$  en fonction de l'accélération  $a_c$ , de  $g$ , de la masse  $m_S$ , de paramètres géométriques et de  $R$ .

D'après le théorème du moment dynamique appliqué en  $A$ , en projection sur  $\vec{z}_0$ , on a :

$$\left( \vec{\mathcal{M}}_{A, \text{pes} \rightarrow S} + \vec{\mathcal{M}}_{A, B_{S_0} \rightarrow S} + \vec{\mathcal{M}}_{A, \text{mot} \rightarrow S} \right) \cdot \vec{z}_0 = \vec{\delta}_{A, S/S_0} \cdot \vec{z}_0$$

Il faut donc déplacer les torseurs du bilan des actions mécaniques extérieures en  $A$  :

- $\{T_{\text{pes} \rightarrow S}\} = \left\{ \begin{matrix} -m_S g \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{G_S} = \left\{ \begin{matrix} -m_S g \vec{y}_0 \\ \overrightarrow{AG_S} \wedge -m_S g \vec{y}_0 = -m_S \times g \times \frac{L}{2} \vec{z}_0 \end{matrix} \right\}_A \quad \left( \text{avec : } \overrightarrow{AG_S} = \frac{L}{2} \vec{x}_0 + h \vec{y}_0 \right)$
- $\{T_{A_{S_0} \rightarrow S}\} = \left\{ \begin{matrix} Y_A \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A$
- $\{T_{B_{S_0} \rightarrow S}\} = \left\{ \begin{matrix} Y_B \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} Y_B \vec{y}_0 \\ \overrightarrow{AB} \wedge Y_B \vec{y}_0 = L \times Y_B \vec{z}_0 \end{matrix} \right\}_A \quad \left( \text{avec : } \overrightarrow{AB} = L \vec{x}_0 \right)$
- $\{T_{\text{mot} \rightarrow S}\} = \left\{ \begin{matrix} R \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_C = \left\{ \begin{matrix} R \vec{x}_0 \\ \overrightarrow{AC} \wedge R \vec{x}_0 = -d \times R \vec{z}_0 \end{matrix} \right\}_A \quad \left( \text{avec : } \overrightarrow{AC} = \frac{L}{2} \vec{x}_0 + d \vec{y}_0 \right)$

Le théorème du moment dynamique appliqué en  $A$  projeté sur  $\vec{z}_0$  s'écrit alors :

$$-m_S \times g \times \frac{L}{2} + L \times Y_B - d \times R = -m_S \times h \times a_c$$

Finalement, on obtient l'expression littérale de la composante  $Y_B$  :

$$Y_B = \frac{m_S \left( g \times \frac{L}{2} - h \times a_c \right) + d \times R}{L}$$

$$Y_B = m_S \left( \frac{g}{2} - \frac{h \times a_c}{L} \right) + \frac{d \times R}{L}$$

## 2.2.2 Détermination de la longueur $L$

**Q 7.** Donner la condition sur  $Y_B$  qui traduit le non-basculé autour de l'axe  $(A, \vec{z}_0)$  de l'ensemble mobile  $S$  lors de la phase d'accélération.

La condition traduisant le non-basculé est :

$$Y_B > 0$$

**Q 8.** Après avoir explicité le système isolé et précisé le théorème utilisé, déterminer l'expression littérale de  $R$ , en fonction de la masse  $m_S$  et de l'accélération  $a_c$ .

On isole l'ensemble mobile  $S$  du Sled et on applique le théorème de la résultante dynamique projeté sur l'axe  $\vec{x}_0$  :

$$R = m_S \times \vec{a}_{G_S, S/S_0} \cdot \vec{x}_0$$

$$R = m_S \times a_c$$

**Q 9.** En déduire la longueur minimale du guidage entre l'ensemble mobile  $S$  et le bâti  $S_0$  en fonction de l'accélération  $a_c$ , de  $g$  et de paramètres géométriques pour garantir le non-basculé autour de l'axe  $(A, \vec{z}_0)$  lors de la phase d'accélération.

En prenant en compte la condition de non-basculé et le résultat du théorème de la résultante dynamique appliquée à  $S$  en projection sur  $\vec{x}_0$ , on obtient :

$$m_S \left( \frac{g}{2} - \frac{h \times a_c}{L} \right) + \frac{d \times m_S \times a_c}{L} > 0$$

$$L > \frac{2a_c}{g}(h - d)$$

### 2.2.3 Validation des exigences associées à la sécurité des passagers et à l'encombrement

**Q 10.** Au regard de l'expression littérale de la longueur minimale du guidage de l'ensemble mobile  $S$ , indiquer s'il est nécessaire d'adapter cette longueur aux différentes masses de passagers, volontaires ou mannequins.

La longueur étant indépendante de la masse de l'ensemble isolé  $S$ , on en déduit qu'il n'est pas nécessaire d'adapter cette longueur  $L$  aux différentes masses de passagers, volontaires ou mannequins.

**Q 11.** Déterminer la valeur numérique minimale de la dimension longitudinale  $L$  du guidage entre l'ensemble mobile  $S$  et le bâti  $S_0$  afin de garantir le respect de l'exigence Id = 1.3 lors de la phase d'accélération définie.

L'exigence Id = 1.3 de non-basculement donne que la dimension longitudinale minimale est :

$$L_{\min} = \frac{2a_c}{g}(h - d) = \frac{2 \times 0.3g}{g}(h - d)$$

A.N.

$$L_{\min} = 2 \times 0.3 \times (1100 - 220) = 528 \text{ mm}$$

**Q 12.** Conclure quant au respect de l'exigence Id = 1.2.

L'exigence Id = 1.2 impose une dimension maximale du Sled de 4.5 m.

Or la dimension du Sled est  $X + L_{\min}$  d'où l'application numérique :

$$X + L_{\min} = 2.9 + 0.528 = 3.428 \text{ m} < 4.5 \text{ m}$$

L'exigence Id = 1.2 est donc bien respectée.

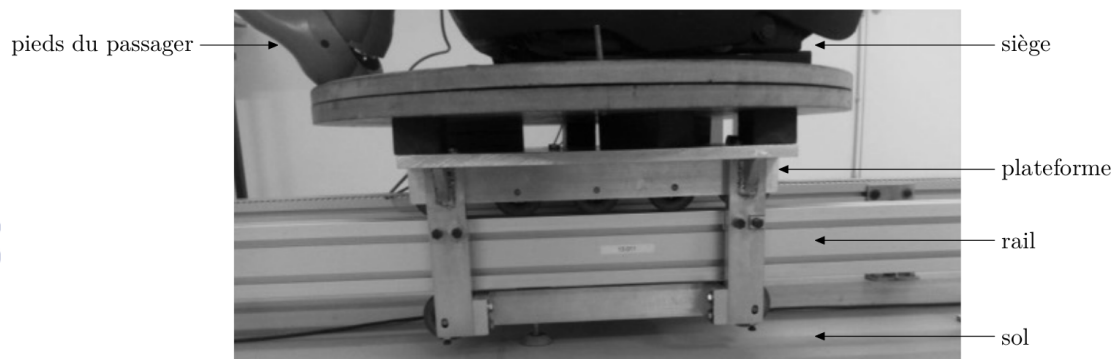


FIGURE 6 – Solution retenue pour la réalisation de la liaison glissière entre l'ensemble mobile et le bâti.

### 3 Mise en place d'un modèle numérique pour le Sled 0.3g

#### 3.1 Commande en vitesse sans correction

##### - Objectif -

L'objectif consiste dans un premier temps à valider, à partir d'un modèle, le principe d'une structure d'asservissement en vitesse, sur une commande en accélération.

**Q 13.** Quels sont les rôles respectifs des blocs A et B du modèle n°1 (FIGURE 20) ?

Le bloc A est un intégrateur :  $A(p) = \frac{1}{p}$ .

Le bloc B est un dérivateur :  $B(p) = p$ .

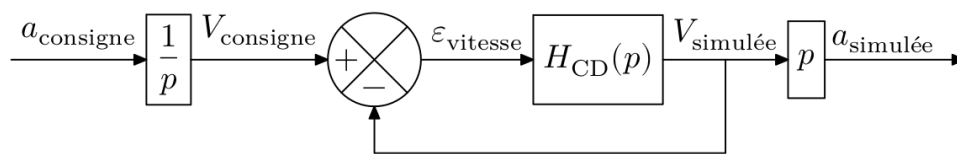


FIGURE 7 – Modélisation n°1 du Sled sous forme de schéma bloc à retour unitaire.

Pour effectuer la commande en accélération du modèle n°1 (FIGURE 20), les ingénieurs du bureau d'études proposent de travailler sur la commande en vitesse.

**Q 14.** Justifier cette proposition en déterminant la fonction de transfert en accélération  $H_{acc}(p)$  en fonction de  $H_{BF}(p)$ . Conclure sur l'intérêt de cette proposition.

$$H_{acc}(p) = \frac{1}{p} \times H_{BF}(p) \times p = H_{BF}(p)$$

L'intérêt de cette proposition est de pouvoir contrôler le système en vitesse, à l'aide d'une mesure d'accélération (plus simple à implémenter sur le système à l'aide d'un accéléromètre qui fournit directement l'accélération du solide  $S$ ).

Une première simulation avec ce modèle n°1 (FIGURE 20) permet d'obtenir le diagramme de Bode de l'asservissement en vitesse en boucle ouverte  $H_{BO}(p)$ , proposé en FIGURE 8.

**Q 15.** Évaluer graphiquement les marges de stabilité du système et conclure sur le respect de l'exigence Id = 1.1.1.1.1.1.

L'exigence Id = 1.1.1.1.1 requiert une marge de gain  $M_{gain} > 7$  dB et une marge de phase  $M_{\varphi} > 30^\circ$ .

En FIGURE 8, on remarque que le gain n'est jamais positif ou nul, la marge de phase est donc infinie (ou n'existe pas). De même, la phase n'atteint jamais la valeur de  $-180^\circ$ , on peut observer une asymptote, la marge de gain est donc infinie (ou n'existe pas).

L'exigence Id = 1.1.1.1.1 est donc respectée.

Une résonance de +1.1 dB par rapport à l'asymptote horizontale située à  $-41.5$  dB est observée à la pulsation de  $49.4 \text{ rad.s}^{-1}$ .

**Q 16.** Calculer les valeurs numériques des paramètres  $K_{BO}$ ,  $\omega_{0BO}$  et  $\xi_{BO}$  de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{BO}(p)$  de l'asservissement en vitesse.



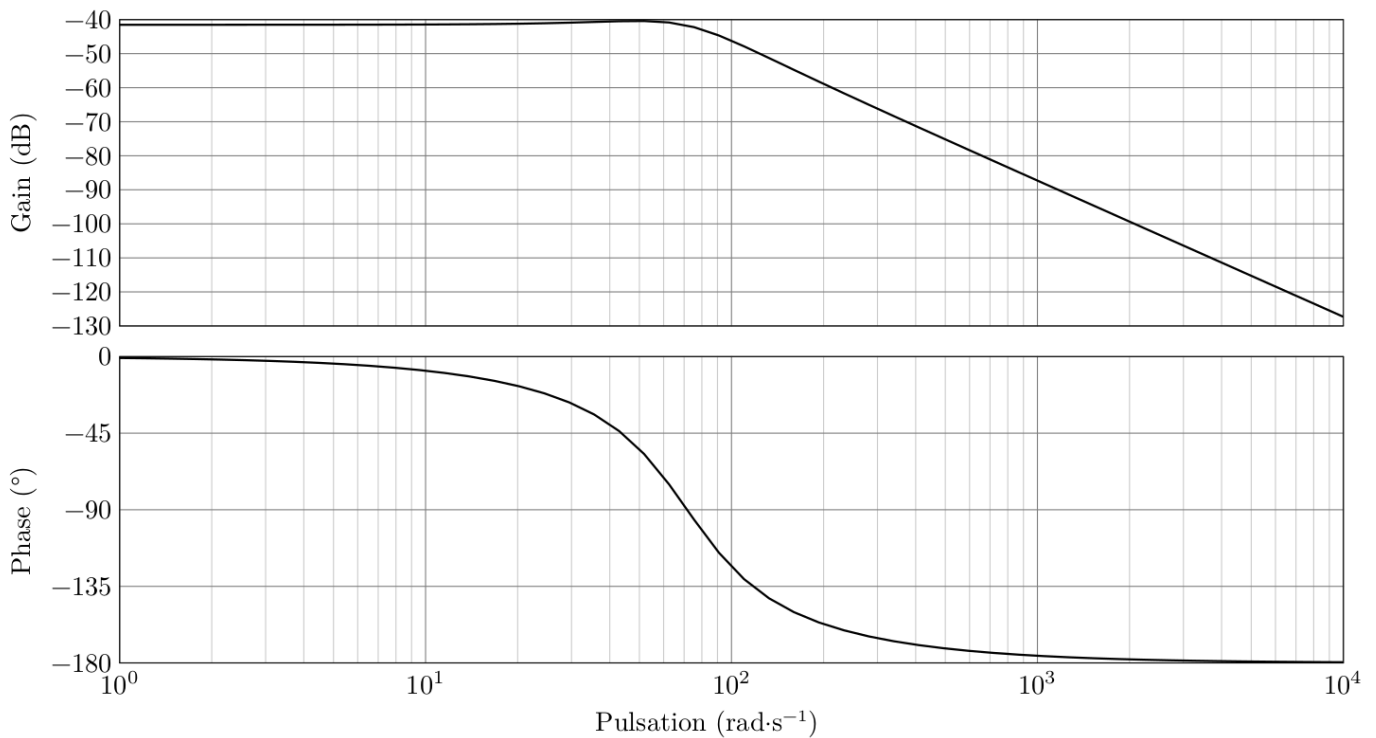


FIGURE 8 – Diagramme de Bode en boucle ouverte de l'asservissement en vitesse du modèle n°1 (FIGURE 20).

$K_{BO}$  : si l'asymptote horizontale est située à  $-41.5$  dB, alors on a

$$20\log_{10}(K_{BO}) = -41.5 \Leftrightarrow K_{BO} = 10^{-41.5/20} = 8.41 \times 10^{-3}$$

$\xi_{BO}$  : le gain en décibel lors de la pulsation de résonance permet de déterminer la valeur du facteur d'amortissement.

$$\text{On a } 20\log_{10}(|H_{BO}(j\omega_{\text{reson.}})|) = 20\log_{10}\left(\frac{K_{BO}}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega_{\text{reson.}}}{\omega_{0BO}}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{2\xi_{BO}\omega_{\text{reson.}}}{\omega_{0BO}}\right)^2}}\right)$$

d'après la relation de la pulsation de résonance  $\omega_{\text{reson.}} = \omega_{0BO} \times \sqrt{1 - 2\xi_{BO}^2}$ , on obtient le gain en décibel suivant :

$$\begin{aligned} 20\log_{10}(|H_{BO}(j\omega_{\text{reson.}})|) &= 20\log_{10}\left(\frac{K_{BO}}{\sqrt{\left(1 - \sqrt{1 - 2\xi_{BO}^2}\right)^2 + \left(2\xi_{BO}\sqrt{1 - 2\xi_{BO}^2}\right)^2}}\right) \\ &= 20\log_{10}(K_{BO}) - 20\log_{10}\left(2\xi_{BO}\sqrt{1 - \xi_{BO}^2}\right) \end{aligned}$$

d'où :

$$-20\log_{10}\left(2\xi_{BO}\sqrt{1 - \xi_{BO}^2}\right) = 1.1$$

$$\Leftrightarrow 2\xi_{BO}\sqrt{1 - \xi_{BO}^2} = 10^{-1.1/20}$$

$$\Leftrightarrow 4\xi_{BO}^2(1 - \xi_{BO}^2) = 10^{-2.2/20}$$

$$\Leftrightarrow 4\xi_{BO}^2 - 4\xi_{BO}^4 = 10^{-2.2/20}$$

$$\Leftrightarrow 4\xi_{BO}^4 - 4\xi_{BO}^2 + 10^{-2.2/20} = 0$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 4 \times 10^{-2.2/20} \simeq 3.6$$

$$\xi_{BO}^2 = \frac{-(-4) \pm \sqrt{\Delta}}{2 \times 4} = \{0.737; 0.263\}$$

$$\xi_{BO} = \{0.859; 0.513\} \quad (\text{car } \xi_{BO} \text{ est défini positivement})$$

$$\xi_{BO} = 0.513 \quad (\text{car la résonance impose } \xi_{BO} < \sqrt{2}/2 \simeq 0.707)$$

$\omega_{0\text{BO}}$  : on a simplement

$$\omega_{0\text{BO}} = \frac{\omega_{\text{reson.}}}{\sqrt{1 - 2\xi_{\text{BO}}^2}}$$

A.N. :

$$\omega_{0\text{BO}} = \frac{49.4}{\sqrt{1 - 2 \times 0.513^2}} \simeq 71.8 \text{ rad.s}^{-1}$$

**Q 17.** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{\text{BF}}(p)$  en fonction de  $K_{\text{BO}}$ ,  $\omega_{0\text{BO}}$  et  $\xi_{\text{BO}}$ . Identifier ses coefficients  $K_{\text{BF}}$ ,  $\omega_{0\text{BF}}$  et  $\xi_{\text{BF}}$  en fonction de  $K_{\text{BO}}$ ,  $\omega_{0\text{BO}}$  et  $\xi_{\text{BO}}$ .

D'après la FIGURE 7 et la formule de Black, on obtient l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée suivante :

$$\begin{aligned} H_{\text{BF}}(p) &= \frac{H_{\text{BO}}(p)}{1 + H_{\text{BO}}(p)} \\ &= \frac{\frac{K_{\text{BO}}}{1 + \frac{2\xi_{\text{BO}}}{\omega_{0\text{BO}}}p + \frac{1}{\omega_{0\text{BO}}^2}p^2}}{1 + \frac{K_{\text{BO}}}{1 + \frac{2\xi_{\text{BO}}}{\omega_{0\text{BO}}}p + \frac{1}{\omega_{0\text{BO}}^2}p^2}} \\ H_{\text{BF}}(p) &= \frac{\frac{K_{\text{BO}}}{1 + K_{\text{BO}}}}{1 + \frac{2\xi_{\text{BO}}}{\omega_{0\text{BO}}(1 + K_{\text{BO}})}p + \frac{1}{\omega_{0\text{BO}}^2(1 + K_{\text{BO}})}p^2} \end{aligned}$$

d'où l'identification suivante :

$$\begin{cases} K_{\text{BF}} = \frac{K_{\text{BO}}}{1 + K_{\text{BO}}} \\ \omega_{0\text{BF}} = \omega_{0\text{BO}} \sqrt{1 + K_{\text{BO}}} \\ \xi_{\text{BF}} = \frac{\xi_{\text{BO}}}{\sqrt{1 + K_{\text{BO}}}} \end{cases}$$

La suite du questionnement sera effectuée avec les valeurs numériques suivantes :

$$K_{\text{BO}} = 8.4 \times 10^{-3}, \quad \xi_{\text{BO}} = 0.5, \quad K_{\text{BF}} = 8.3 \times 10^{-3}, \quad \omega_{0\text{BF}} = 71.9 \text{ rad.s}^{-1}, \quad \xi_{\text{BF}} = 0.5$$

L'abaque du premier dépassement relatif en fonction du facteur d'amortissement est donné en FIGURE 9.

**Q 18.** Déterminer la valeur en % du premier dépassement et conclure au regard de l'exigence Id = 1.1.1.1.2.

Connaissant le facteur d'amortissement en boucle fermée  $\xi_{\text{BF}} = 0.5$ , on peut lire en FIGURE 9 un dépassement de 0.16 soit 16% environ.

L'exigence Id = 1.1.1.1.2 avec un dépassement qui doit être inférieur à 20% est donc bien respectée.

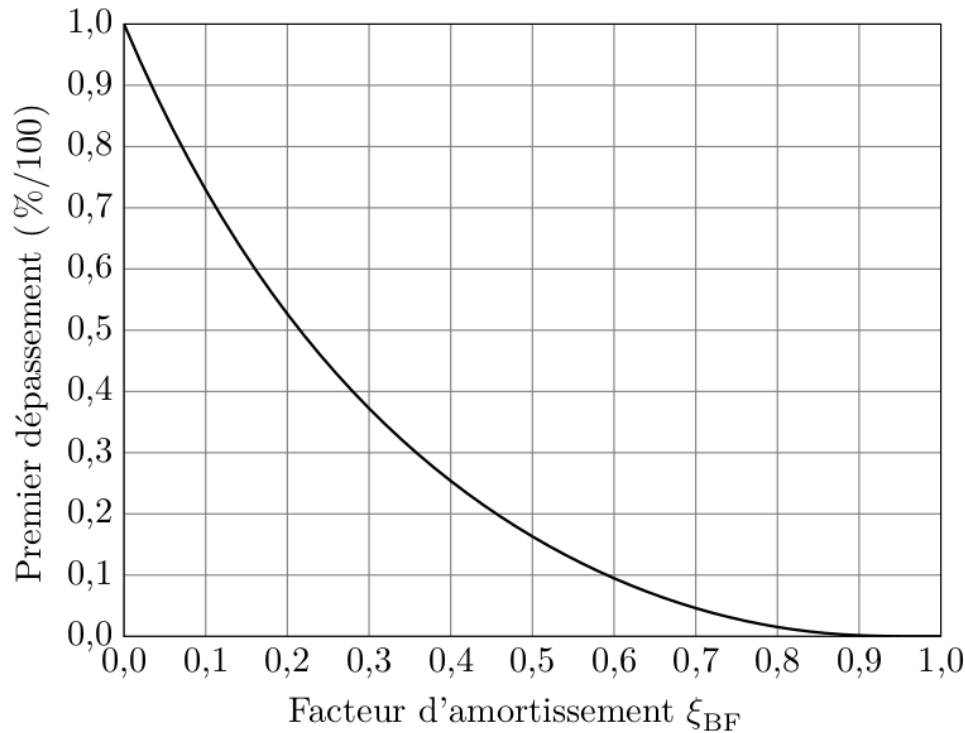


FIGURE 9 – Abaque du premier dépassement.

**Q 19.** Déterminer l'expression de l'erreur d'accélération en régime permanent  $\varepsilon_a$  suite à une entrée de type échelon en accélération d'amplitude  $0.3g$  en fonction de  $K_{BO}$ . Faire l'application numérique.

L'erreur d'accélération (à ne pas confondre avec l'écart) est défini comme suit :

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{acc} &= \lim_{t \rightarrow \infty} a_{consigne}(t) - a_{simulé}(t) \\
 &= \lim_{p \rightarrow 0} p \times (a_{consigne}(p) - a_{simulé}(p)) \quad \text{d'après le théorème de la valeur finale} \\
 &= \lim_{p \rightarrow 0} p \times (pV_{consigne}(p) - pV_{simulée}(p)) \\
 &= \lim_{p \rightarrow 0} p \times pV_{consigne}(p) (1 - H_{BF}(p)) \\
 &= \lim_{p \rightarrow 0} p \times a_{consigne}(p) (1 - H_{BF}(p)) \\
 &= \lim_{p \rightarrow 0} p \times \frac{0.3g}{p} \left( 1 - \frac{\frac{K_{BO}}{1 + K_{BO}}}{1 + \frac{2\xi_{BO}}{\omega_{0BO}(1 + K_{BO})}p + \frac{1}{\omega_{0BO}^2(1 + K_{BO})}p^2} \right) \\
 &= 0.3g \left( 1 - \frac{K_{BO}}{1 + K_{BO}} \right) \\
 \varepsilon_{acc} &= \frac{0.3g}{1 + K_{BO}}
 \end{aligned}$$

A.N. :

$$\varepsilon_{acc} = \frac{0.3 \times 9.81}{1 + 8.4 \times 10^{-3}} \simeq 2.918 \text{ m.s}^{-2}$$

**Q 20.** En déduire l'erreur relative en % et conclure sur l'exigence Id = 1.1.1.2.1.

L'erreur relative vaut :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{relatif}} &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{a_{\text{consigne}}(t) - a_{\text{simulé}}(t)}{a_{\text{consigne}}(t)} \\ &= \frac{\varepsilon_{\text{acc}}}{0.3g} \\ &= \frac{1 + K_{\text{BO}}}{0.3g} \\ &= \frac{1}{1 + K_{\text{BO}}}\end{aligned}$$

A.N. :

$$\varepsilon_{\text{relatif}} = \frac{1}{1 + 8.4 \times 10^{-3}} \simeq 0.992 \quad \text{soit : } 99.2\%$$

L'exigence Id = 1.1.1.2.1 n'est donc pas respectée.

## 3.2 Introduction d'une correction

### - Objectif

Pour pallier le non-respect de certaine(s) performance(s) du diagramme des exigences (FIGURE A) sur le modèle n°1 (FIGURE 20), le bureau d'études a choisi de mettre en place un correcteur dans la chaîne directe, ou chaîne d'action. L'objectif est de valider le choix du correcteur ainsi que son dimensionnement.

### 3.2.1 Réglage d'un correcteur proportionnel vis-à-vis du critère de précision

**Q 21.** À partir de l'expression de  $\varepsilon$  déterminée à la question 19 montrer qu'un correcteur proportionnel de gain pur  $K_{\text{corr. gain pur}}$  placé dans la chaîne directe, ou chaîne d'action, permet d'améliorer l'erreur relative observée à la question 20.

On a  $\varepsilon_{\text{acc}} = \frac{0.3g}{1 + K_{\text{BO}}}$ , donc si on ajoute un correcteur de type gain pur, l'erreur d'accélération deviendra :

$$\varepsilon_{\text{acc}} = \frac{0.3g}{1 + K_{\text{corr. gain pur}} \times K_{\text{BO}}}$$

L'objectif étant de diminuer cette erreur, on voit que ce gain pur devra donc être supérieur à 1. Ceci améliorera alors l'erreur relative observée à la question 20.

**Q 22.** Déterminer la valeur de  $K_{\text{corr. gain pur}}$  permettant d'atteindre l'exigence Id = 1.1.1.2.1.

On cherche à avoir  $\varepsilon_{\text{relatif}} < 10\%$ , d'où d'après la question 20 et 21 :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{relatif}} &= \frac{1}{1 + K_{\text{corr. gain pur}} \times K_{\text{BO}}} < 0.1 \\ 1 + K_{\text{corr. gain pur}} \times K_{\text{BO}} &> \frac{1}{0.1} = 10 \\ K_{\text{corr. gain pur}} &> \frac{9}{K_{\text{BO}}}\end{aligned}$$

A.N. :

$$K_{\text{corr. gain pur}} > \frac{9}{8.4 \times 10^{-3}} = 1071.4$$

### 3.2.2 Réglage d'un correcteur proportionnel vis-à-vis du critère de dépassement

**Q 23.** À partir de l'expression de  $\xi_{\text{BF}}$  déterminée à la question 17, montrer qu'un correcteur proportionnel de gain pur  $K_{\text{corr. gain pur}}$  placé dans la chaîne directe, ou chaîne d'action, a une influence sur le dépassement observé à la question 18. Préciser alors le sens de variation du dépassement en fonction du gain  $K_{\text{corr. gain pur}}$ .

On avait en question 18 :  $\xi_{\text{BF}} = \frac{\xi_{\text{BO}}}{\sqrt{1 + K_{\text{BO}}}}$ , en ajoutant un correcteur proportionnel de gain pur, le coefficient d'amortissement devient :

$$\xi_{\text{BF}} = \frac{\xi_{\text{BO}}}{\sqrt{1 + K_{\text{corr. gain pur}} \times K_{\text{BO}}}}$$

On remarque que plus le  $K_{\text{corr. gain pur}}$  augmente (lorsqu'il est supérieur à 1), plus le facteur d'amortissement diminue, ce qui implique que le dépassement sera plus important (d'après la FIGURE 9).

**Q 24.** Vérifier si l'exigence Id = 1.1.1.1.2 est respectée avec la valeur de  $K_{\text{corr. gain pur}}$  déterminée à la question 22.

$$\xi_{\text{BF}} = \frac{\xi_{\text{BO}}}{\sqrt{1 + K_{\text{corr. gain pur}} \times K_{\text{BO}}}}$$

A.N. :

$$\xi_{\text{BF}} = \frac{0.5}{\sqrt{1 + 476.2 \times 8.4 \times 10^{-3}}} \simeq 0.13$$

À l'aide de la FIGURE 9, on obtient un premier dépassement d'environ 0.62, soit 62%.

L'exigence Id = 1.1.1.1.2 (dépassement inférieur à 20%) n'est donc toujours pas respectée.

### 3.2.3 Choix et réglage d'un correcteur proportionnel-intégral

Le correcteur choisi par les ingénieurs du bureau d'études est un correcteur proportionnel-intégral, noté PI, de la forme

$$C(p) = K_{\text{corr}} \left( \frac{1 + T_{\text{corr}} p}{T_{\text{corr}} p} \right) = K_{\text{corr}} \left( 1 + \frac{1}{T_{\text{corr}} p} \right) = K_{\text{corr}} \left( 1 + \frac{\omega_{\text{corr}}}{p} \right)$$

**Q 25.** À l'aide des sections 3.2.1 et 3.2.2, indiquer en quoi l'utilisation d'un correcteur proportionnel n'est pas suffisante dans le cas du Sled. Justifier le choix d'un correcteur proportionnel-intégral.

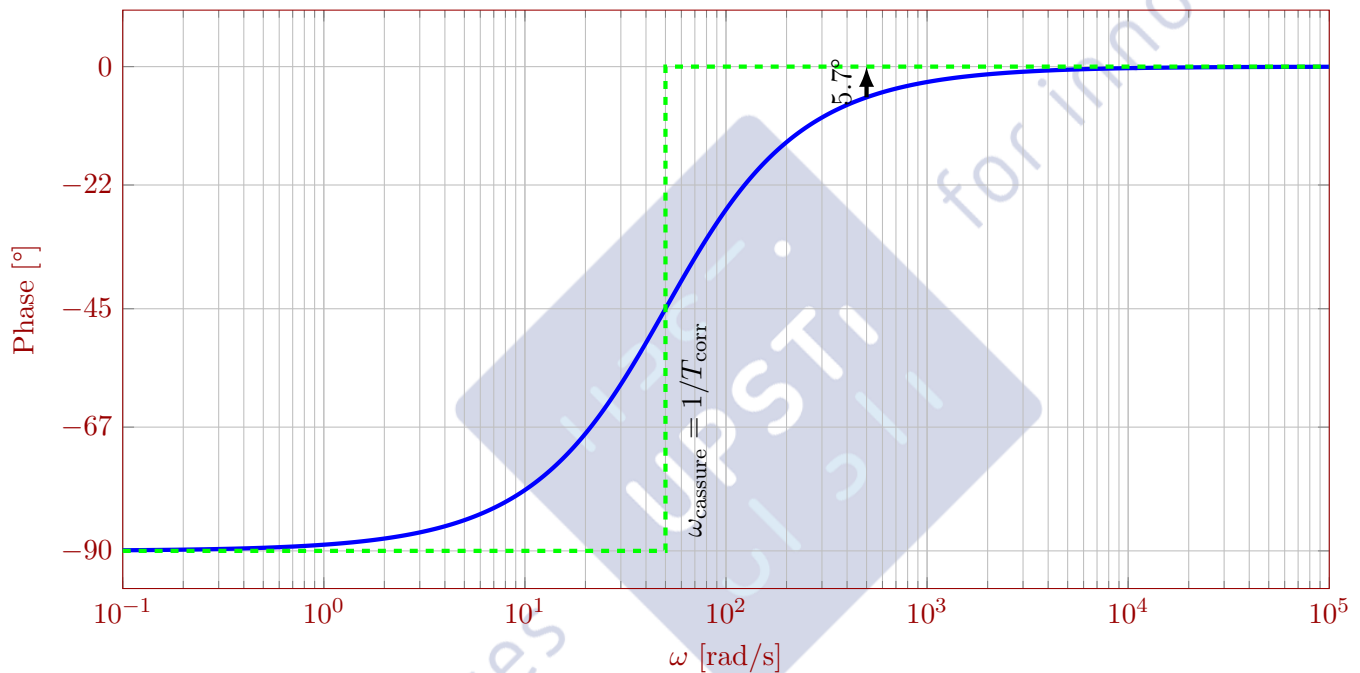
On a vu en section 3.2.1 qu'avec un correcteur proportionnel permettait de respecter l'exigence Id = 1.1.1.2.1 concernant l'écart relatif. Mais en section 3.2.2 on s'est aperçu que le critère de dépassement (exigence Id = 1.1.1.1.2) ne peut être respecté (car il faudrait diminuer  $K_{\text{corr. gain pur}}$  pour diminuer le dépassement, mais cela impliquerait que nous perdions le respect de l'exigence de précision sur l'écart relatif).

Un correcteur proportionnel-intégral permet d'augmenter la classe de la FTBO et donc d'avoir  $\varepsilon_{\text{relatif}} = 0$  et cela indépendamment de la valeur de  $K_{\text{corr. gain pur}}$ . Ainsi on peut régler  $K_{\text{corr. gain pur}}$  afin de respecter l'exigence de dépassement  $\text{Id} = 1.1.1.1.2$ .

**Q 26.** Tracer sur la copie le diagramme asymptotique de la phase du diagramme de Bode théorique du correcteur proportionnel-intégral. Préciser ses caractéristiques principales. Compléter le diagramme asymptotique de la phase avec l'allure du diagramme réel de phase du correcteur.

$$\begin{aligned} \varphi &= \arg(K_{\text{corr}}) + \arg\left(\frac{1 + jT_{\text{corr}}\omega}{jT_{\text{corr}}\omega}\right) \\ \text{La phase du correcteur s'écrit :} &= 0 + \arctan(T_{\text{corr}}\omega) - \arg(jT_{\text{corr}}\omega) \\ &= -90 + \arctan(T_{\text{corr}}\omega) \end{aligned}$$

On obtient alors le diagramme de Bode suivant pour la phase :



**Q 27.** Exprimer  $\Phi(H_{\text{BO}}(\omega_{c0} \text{ dB}))$  en fonction de  $MP$ .

$$\Phi(H_{\text{BO}}(\omega_{c0} \text{ dB})) = -180^\circ + MP$$

```

1  import numpy as np

2  def H_BO_nc(Omega):
3      # Définition de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée
4      K_BO      = 8.4e-3 # gain en boucle ouverte non corrigée
5      omega0_BO = 71     # pulsation propre en boucle ouverte non corrigée
6      Xi_BO     = 0.5    # facteur d'amortissement en boucle ouverte non corrigée
7      u = Omega/omega0_BO # pulsation réduite
8      FTBO_nc = K_BO/(1 + 2*Xi_BO*(1j*u) - u**2)
9      return FTBO_nc

10 def reglage_PI(H_BO_nc,M_phi):
11     # Détermination des paramètres du correcteur P.I. à l'aide de deux paramètres :
12     # H_BO_nc : Fonction de transfert en BO du système non corrigé
13     # M_phi : Marge de phase souhaitée après réglage du correcteur
14     epsilon=0.5
15     pas = 0.001
16     Omega= 10**np.arange(0,3+pas,pas) # Pulsation de 10^0 à 10^3 en rad.s-1
17     GdB_BO_nc = 20*np.log10(np.absolute(H_BO_nc(Omega))) # Gain en dB de la fonction
18                                                         # en BO non corrigée
19     Phi_BO_nc = np.angle(H_BO_nc(Omega),'deg') # Phase en ° de la fonction
20                                                         # en BO non corrigée
21     Phi_recherchée_avant_correction= M_phi - 180 + 5.7
22     i=0
23     while i<len(Phi_BO_nc) and abs(Phi_BO_nc[i]-Phi_recherchée_avant_correction)>epsilon:
24         i=i+1
25     if i!=len(Phi_BO_nc):
26         Omega_corr=Omega[i]/10 # Calcul de la pulsation de cassure du correcteur
27         T_corr=1/Omega_corr # Calcul de la constante de temps du correcteur
28         K_corr=10**(-GdB_BO_nc[i]/20)# Calcul du gain du correcteur
29         return K_corr,T_corr

```

FIGURE 10 – Code python de détermination du réglage du correcteur PI.

**Q 28.** Exprimer  $\Phi(H_{BO}(\omega_{c0} \text{ dB}))$  en fonction de  $\Phi(H_{BO \text{ nc}}(\omega_{c0} \text{ dB}))$ , de  $T_{\text{corr}}$  et de  $\omega_{c0} \text{ dB}$ .

$$\Phi(H_{BO}(\omega_{c0} \text{ dB})) = \Phi(H_{BO \text{ nc}}(\omega_{c0} \text{ dB})) - 90^\circ + \arctan(T_{\text{corr}}\omega_{c0} \text{ dB})$$

**Q 29.** En déduire l'expression de  $\Phi(H_{BO \text{ nc}}(\omega_{c0} \text{ dB}))$  en fonction de  $MP$ , de  $T_{\text{corr}}$  et de  $\omega_{c0} \text{ dB}$

$$\Phi(H_{BO \text{ nc}}(\omega_{c0} \text{ dB})) = -90^\circ + MP - \arctan(T_{\text{corr}}\omega_{c0} \text{ dB})$$

**Q 30.** Préciser comment est déterminée la pulsation de cassure du correcteur dans la méthode décrite dans le code Python de la FIGURE 10 (ligne 26).

La pulsation de cassure du correcteur est choisi à une décade de la pulsation de coupure à 0 dB de la fonction de transfert non corrigée. Cela implique un déphasage au niveau de la pulsation de coupure à 0 dB de  $5.7^\circ$ , ce qui a été pris en compte ligne 21.

À l'aide de l'étude précédente menée sur la correction :

**Q 31.** Retrouver la valeur  $5.7^\circ$  utilisée ligne 21 dans la méthode décrite dans le code Python de la FIGURE 10 ;

En se plaçant à une décade de la pulsation de cassure du correcteur (qui est la phase de coupure à 0 dB de la fonction de transfert non corrigée), on obtient une phase de :

$$\phi = -90 + \arctan\left(\cancel{T_{\text{corr}}} \times \frac{10}{\cancel{T_{\text{corr}}}}\right) = -90 + \arctan(10) = -90 + 84.29 = -5.69^\circ$$

**Q 32.** Représenter cette valeur sur le tracé du diagramme de Bode de la phase du correcteur PI (question 26) et indiquer à quoi correspond cette valeur.

Cette valeur correspond au déphasage induit par l'ajout d'un correcteur dont la pulsation de cassure est située à une décade avant la pulsation de coupure à 0 dB de la fonction de transfert non corrigée. Pour régler la marge de phase d'une fonction de transfert avec un correcteur PI par la méthode du décalage à une décade, il faut prendre en compte et régler une marge de phase de :

$$MP = MP_{\text{voulue}} + 5.7^\circ$$

Ce qui permet d'anticiper le déphasage du correcteur PI.

### 3.2.4 Validation des exigences

La réponse temporelle en accélération, du modèle n°1 corrigé, en réponse à la consigne d'accélération définie FIGURE 4 est donnée sur la FIGURE 12.

**Q 33.** Évaluer graphiquement la marge de phase du système corrigé et conclure au regard de l'exigence Id = 1.1.1.1.1.

On lit graphiquement une marge de phase d'environ :

$$MP = 42^\circ > 30^\circ \quad \text{exigence Id : 1.1.1.1.1}$$

Ce qui respecte l'exigence Id : 1.1.1.1.1.

**Q 34.** Évaluer le premier dépassement suite à l'échelon de consigne de  $0.3g$  et conclure au regard de l'exigence Id = 1.1.1.1.2.

Le premier dépassement que l'on peut observer en FIGURE 12 est de :

$$D\% = \frac{3.6 - 3}{3} \times 100 = 0.2 \times 100 = 20\%$$

En ayant pris  $3.6 \text{ m.s}^{-2}$ , nous avons surestimé la mesure, on peut donc valider l'exigence Id : 1.1.1.1.2 qui impose un dépassement inférieur à 20%.

**Q 35.** Conclure, en justifiant, au regard de l'exigence Id = 1.1.1.2.1.

La précision indicielle est de :



$$\text{précision} = \frac{|0.3 \times g - 3.0|}{0.3 \times g} = \left| 1 - \frac{3.0}{0.3 \times g} \right| = \left| 1 - \frac{10}{g} \right|$$

A.N.

$$\text{précision} = \left| 1 - \frac{10}{9.81} \right| = 0.019 = 1.9\% < 10\% \quad \text{exigence Id : 1.1.1.2.1}$$

On ne peut pas valider toutes les exigences avec les études réalisées jusqu'ici, mais les exigences Id : 1.1.1.1.1, Id : 1.1.1.1.2 et Id : 1.1.1.2.1 sont validées avec un correcteur PI réglé à une décade.

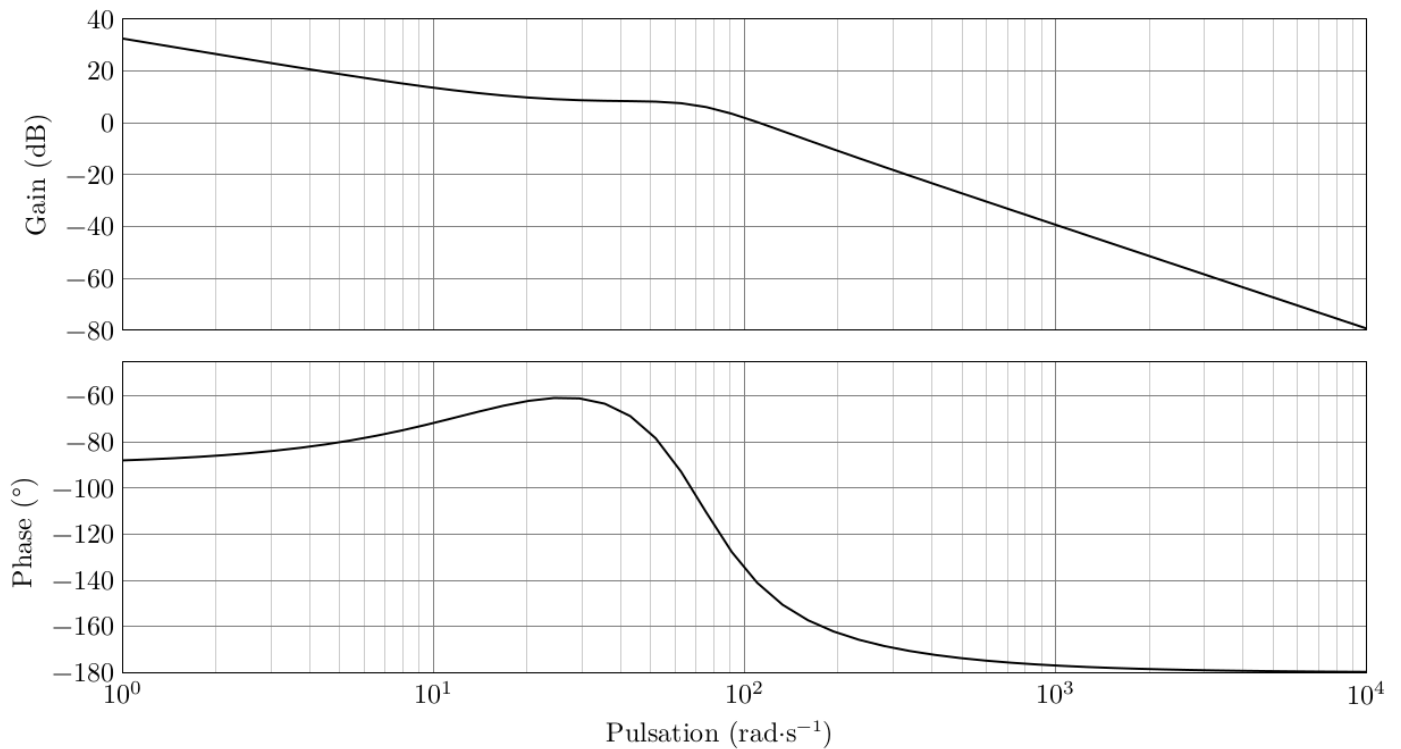


FIGURE 11 – Diagramme de Bode de la boucle ouverte de l'asservissement en vitesse avec correction.

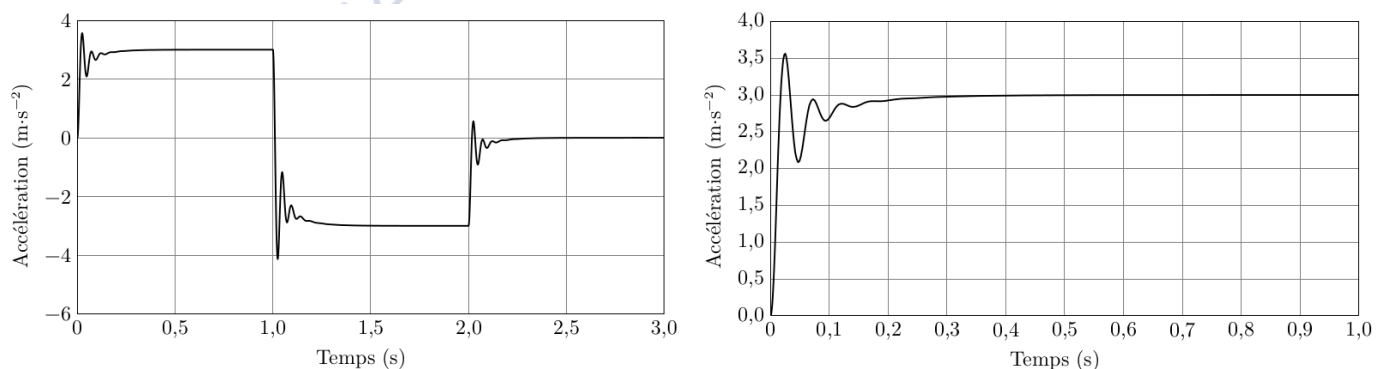


FIGURE 12 – Réponse temporelle en accélération du système corrigé (à gauche) et zoom (à droite) sur l'échelon de consigne  $0.3g$ .

Les ingénieurs du bureau d'études décident d'arrêter en l'état la modélisation du Sled  $0.3g$  qui a permis de définir une première structure de commande. Ils souhaitent à présent s'investir dans la réalisation d'un Sled et mener des expérimentations.

## 4 Réalisation d'un Sled 0.3g

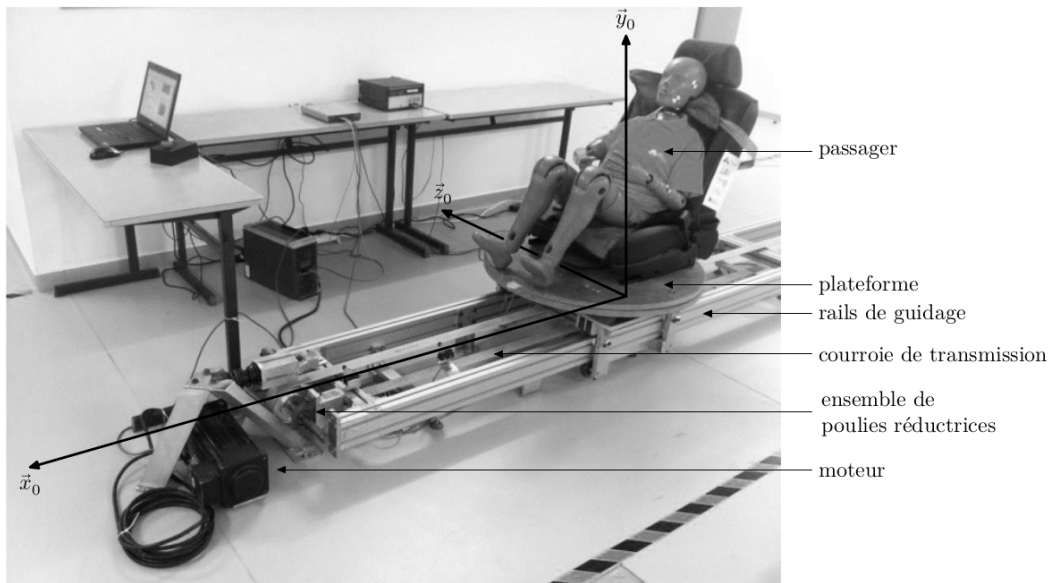


FIGURE 13 – Prototype du Sled (ou dispositif expérimental) à 0.3g.

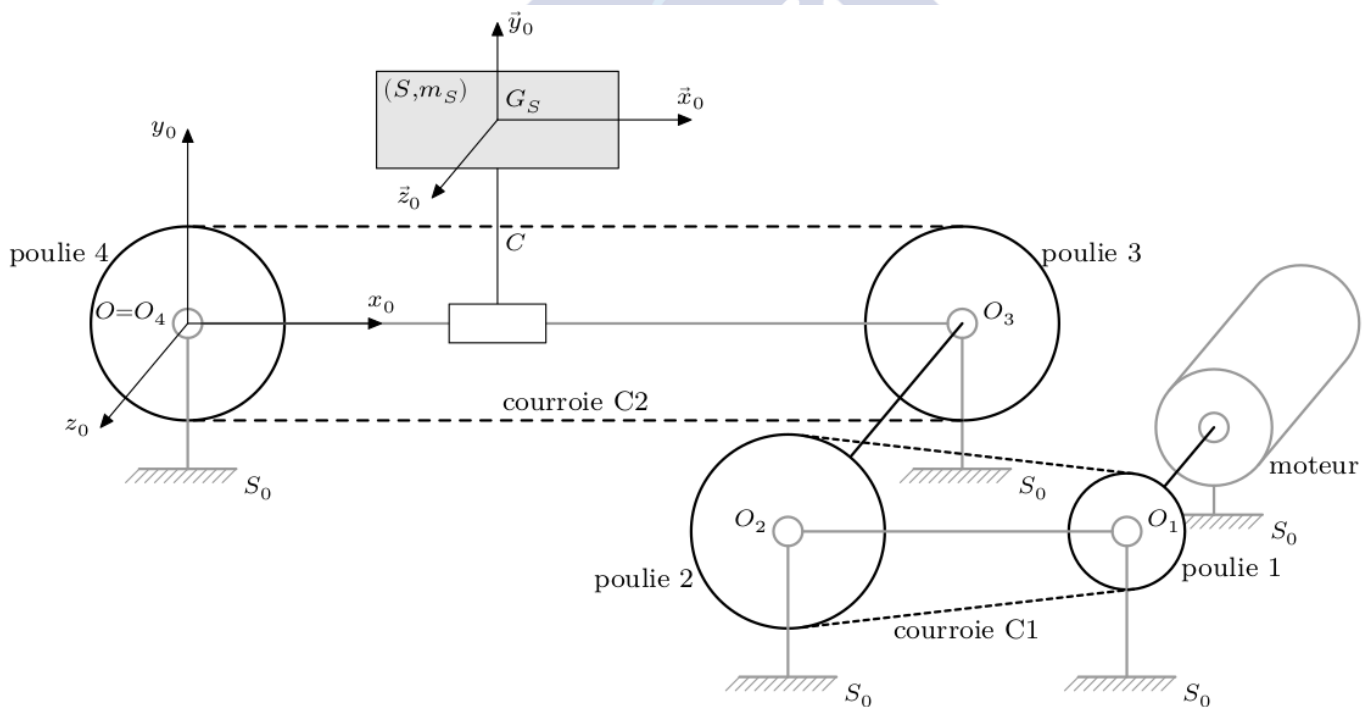


FIGURE 14 – Modélisation cinématique de la chaîne de transmission de puissance du prototype du Sled.

**Q 36.** Déterminer le rapport  $k = \frac{\omega_1(t)}{\omega_2(t)}$

$$k = \frac{\omega_1(t)}{\omega_2(t)} = \frac{D_2}{D_1} \quad (\text{en considérant une vitesse de glissement nulle entre la courroie et les poulies 1 et 2})$$

A.N.

$$k = \frac{100}{35} \simeq 2.86$$

C'est le rapport de transmission entre la poulie 1 (en entrée) et la poulie 2 (en sortie).

**Q 37.** Déterminer  $v(t)$  en fonction de  $\omega_1(t)$  et d'un paramètre géométrique. Préciser les hypothèses nécessaires à la détermination de  $k$  et de la relation entre  $v(t)$  et  $\omega_1(t)$ .

$v(t) = \vec{V}_{G_S, S/S_0} \cdot \vec{x}_0$ , or  $\vec{V}_{G_S, S/S_0} = \vec{V}_{C, S/S_0} = \vec{V}_{C, C2/S_0} = \vec{V}_{I, C2/S_0} = \vec{V}_{I, \text{poulie } 3/S_0}$  (en considérant une vitesse de glissement nulle entre la poulie 3 et la courroie C2).

Avec  $I$  le point de contact entre la courroie C2 et la poulie 3.

$$\vec{V}_{I, \text{poulie } 3/S_0} = \vec{V}_{O_3, \text{poulie } 3/S_0} + \overrightarrow{IO_3} \wedge \vec{\Omega}_{(P_3/S_0)}$$

$$\text{Or } \vec{\Omega}_{(P_3/S_0)} = \vec{\Omega}_{(P_2/S_0)} = \omega_2(t) \vec{z}_0 \quad \text{car } \vec{\Omega}_{(P_3/P_2)} = \vec{0}$$

$$\vec{V}_{I, \text{poulie } 3/S_0} = \vec{0} + \left(-\frac{D_3}{2} \vec{y}_0\right) \wedge \omega_2(t) \vec{z}_0 = -\frac{D_3}{2} \omega_2(t) \vec{x}_0, \text{ soit d'après la question 36 :}$$

$$v(t) = -\frac{D_3 \omega_1(t)}{2k}$$

**Q 38.** En fonction de  $\omega_1(t)$ , exprimer l'énergie cinétique dans leur mouvement par rapport à  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ , repère supposé galiléen attaché à  $S_0$ , de :

- la classe d'équivalence du sous-ensemble noté  $P_1 : E_c(P_1/S_0)$  ;
- la classe d'équivalence du sous-ensemble noté  $P_2 : E_c(P_2/S_0)$  ;
- la classe d'équivalence de l'ensemble mobile  $S : E_c(S/S_0)$ .

$$\begin{aligned} \bullet E_c(P_1/S_0) &= \frac{1}{2} J_{P_1} \omega_1(t)^2 ; \\ \bullet E_c(P_2/S_0) &= \frac{1}{2} J_{P_2} \omega_2(t)^2 = \frac{1}{2} J_{P_2} \frac{\omega_1(t)^2}{k^2} ; \\ \bullet E_c(S/S_0) &= \frac{1}{2} m_S v(t)^2 = \frac{1}{2} m_S \frac{D_3^2 \omega_1(t)^2}{4k^2} . \end{aligned}$$

**Q 39.** Exprimer le moment d'inertie équivalent rapporté à l'axe moteur  $(O_1, \vec{z}_0)$ , noté  $J_{\text{eq}}$ , de la chaîne de transmission de puissance composée des sous-ensembles  $P_1$ ,  $P_2$  et de l'ensemble mobile  $S$ , en fonction de  $k$ ,  $D_1$  et des différentes données inertielles propres à chaque classe d'équivalence.

$$\begin{aligned} E_c(\{P_1 + P_2 + S\}/S_0) &= \frac{1}{2} \left( J_{P_1} + \frac{J_{P_2}}{k^2} + \frac{m_S D_3^2}{4k^2} \right) \omega_1(t)^2 \\ &= \frac{1}{2} J_{\text{eq}} \omega_1(t)^2 \end{aligned}$$

Le rapport de transmission nous permet également d'écrire :  $D_3 = D_2 = k \times D_1$

Finalement, on a :

$$J_{\text{eq}} = J_{P_1} + \frac{J_{P_2}}{k^2} + m_S D_1^2$$

**Q 40.** Déterminer le couple  $C_m(t)$ . Il est attendu de préciser le système isolé, de détailler l'inventaire des différentes puissances intérieures et extérieures mises en jeu en les distinguant clairement, d'indiquer également

les puissances qui sont nulles, en donnant une justification, et de donner l'expression du théorème utilisé.

On isole le système :  $\{ P_1 + P_2 + S \}$

Le bilan des puissances internes et externes est :

- $P_{\text{externe}} = P_{\text{stator} \rightarrow \text{rotor} / S_0} = P_m = C_m \times \omega_1(t)$  ;
- $P_{\text{interne}} = -P_{\text{frottement}} = -(1 - \eta)P_m$ .

D'après le théorème de l'énergie cinétique (ou théorème de l'énergie puissance) appliqué au système isolé (et à l'aide de la question 39), on obtient la relation finale :

$$\frac{dE_c(P_1 + P_2 + S/S_0)}{dt} = P_{\text{externe}} + P_{\text{interne}}$$

$$J_{\text{eq}} \dot{\omega}_1(t) \omega_1(t) = P_m - (1 - \eta)P_m$$

$$J_{\text{eq}} \dot{\omega}_1(t) \cancel{\omega_1(t)} = \eta C_m(t) \times \cancel{\omega_1(t)}$$

$$C_m(t) = \frac{J_{\text{eq}}}{\eta} \frac{d\omega_1(t)}{dt}$$

**Q 41.** Mettre  $C_m(t)$  sous la forme  $C_m(t) = \alpha \frac{dv(t)}{dt}$  en précisant l'expression de  $\alpha$  en fonction de  $J_{\text{eq}}$ ,  $D_1$  et de  $\eta$ .

D'après la question 37, on a :  $\omega_1(t) = -\frac{2kv(t)}{D_3} = -\frac{2\cancel{k}v(t)}{\cancel{k}D_1} = -\frac{2v(t)}{D_1}$ , d'où :

$$C_m(t) = -\frac{2J_{\text{eq}}}{\eta D_1} \frac{dv(t)}{dt}$$

La suite du questionnement sera effectuée avec la valeur numérique  $J_{\text{eq}} = 0.064 \text{ kg.m}^2$ .

**Q 42.** Tracer sur la copie, l'évolution du couple moteur en fonction du temps, correspondant au graphe de vitesse donné en FIGURE 15. Préciser les valeurs caractéristiques.

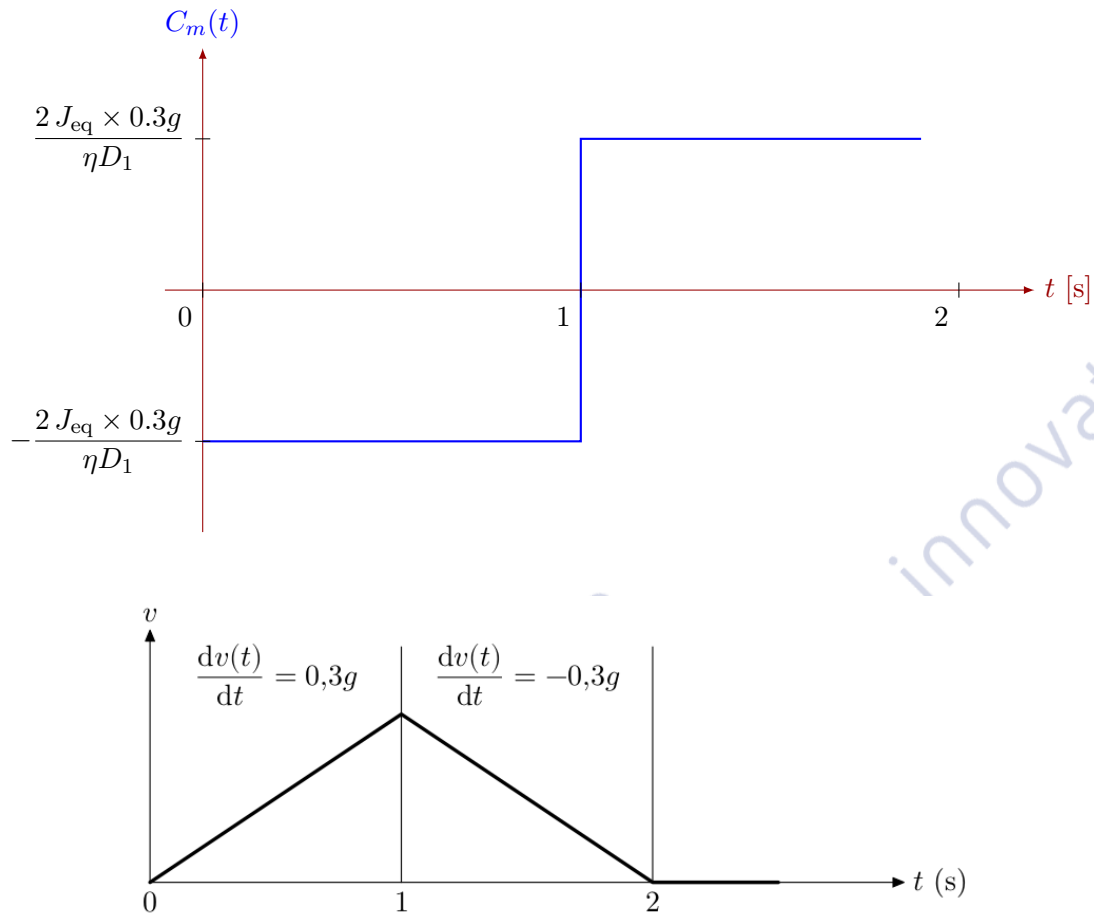


FIGURE 15 – Évolution de la vitesse de l'ensemble mobile.

**Q 43.** Conclure quant au choix de moteur effectué par les ingénieurs du bureau d'études sur ce critère de couple moteur.

Le moteur choisi par les ingénieurs permet de délivrer un couple maximal de :  $C_{m\max} = 32 \text{ N.m}$ .

Le couple moteur a un couple maximal d'après la FIGURE 15 de  $C_m = \frac{2 J_{\text{eq}} \times 0.3g}{\eta D_1}$ .

A.N. :

$$C_m = \frac{2 \times 0.064 \times 0.3 \times 9.81}{0.55 \times 35 \times 10^{-3}} \simeq 19.6 \text{ N.m}$$

Le moteur a donc été dimensionné avec un coefficient de sécurité de 1.5. Le moteur choisi par les ingénieurs peut fournir le couple nécessaire à l'évolution de la vitesse de l'ensemble mobile.

#### 4.1 Analyse des essais réalisés sur le prototype du Sled pour les conditions $\pm 0.3g$

##### - Objectif

L'objectif est de vérifier si les performances du prototype ainsi motorisé sont conformes aux exigences (FIGURE A).

Pour s'affranchir de la discontinuité en accélération, les ingénieurs du bureau d'études se limitent à l'étude en régime établi en négligeant la phase de transition entre l'accélération et la décélération autour de 1 seconde.

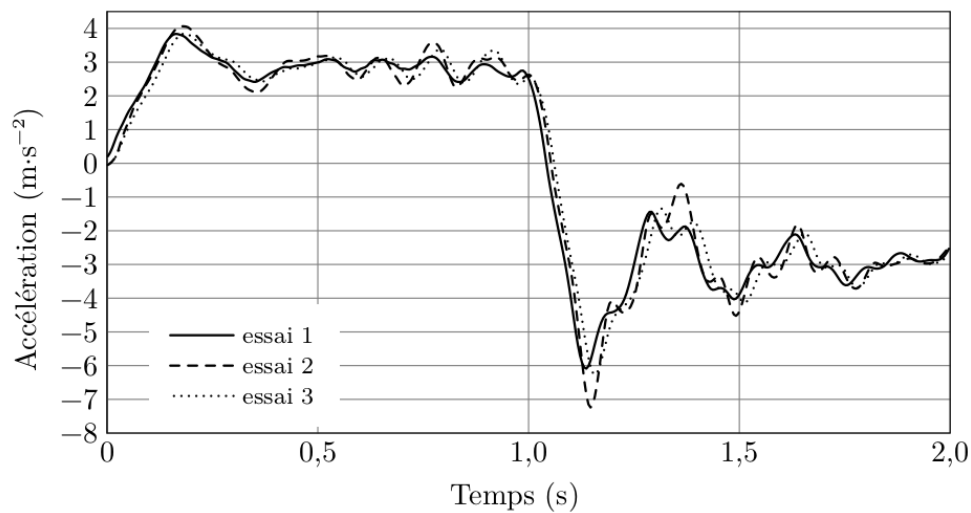


FIGURE 16 – Résultats temporels des trois essais.

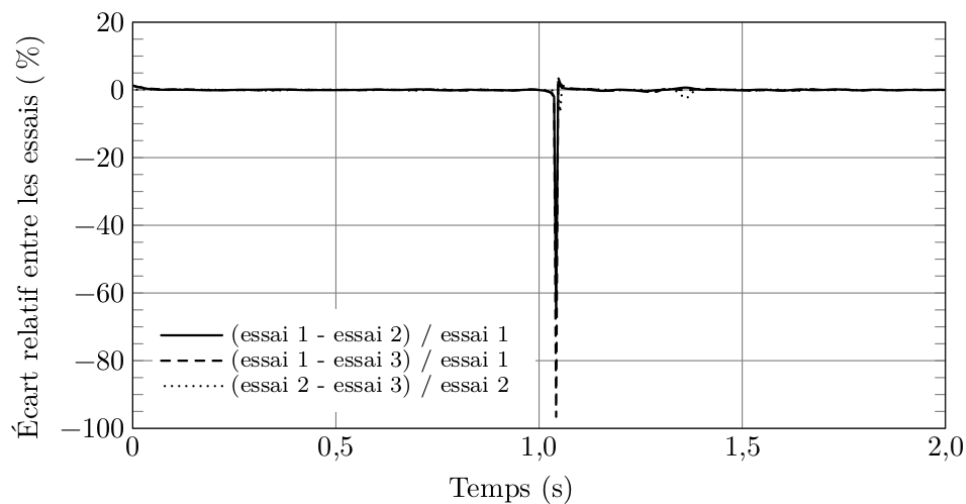
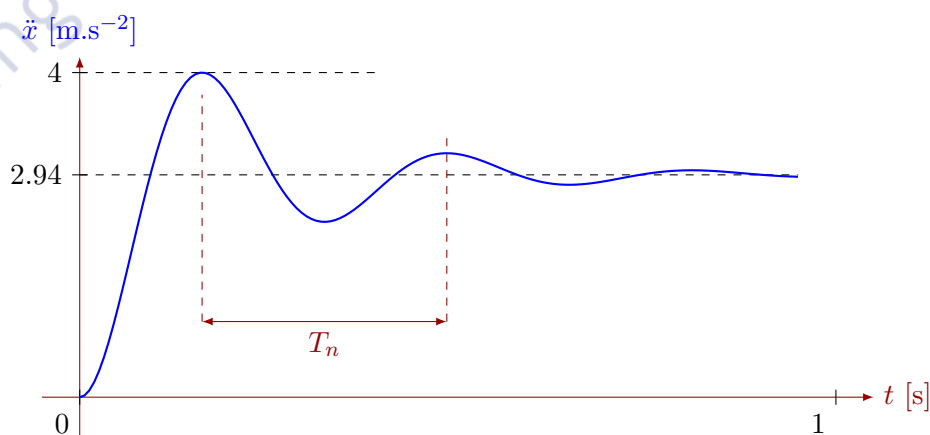


FIGURE 17 – Écarts expérimentaux relatifs entre les trois essais.

**Q 44.** Reproduire sur un croquis une des courbes de la FIGURE 16 pour l'intervalle de temps  $[0 \text{ s}, 1 \text{ s}]$ . En s'appuyant sur ce croquis et une analyse chiffrée, indiquer si l'exigence  $\text{Id} = 1.1.1.1.2$  est atteinte.



On a alors un dépassement de  $\frac{4 - 2.94}{2.94} \simeq 0.36$  soit  $36\% > 20\%$ . L'exigence Id : 1.1.1.1.2 n'est donc pas respectée.

**Q 45.** À partir de la FIGURE 17, montrer de façon chiffrée que l'exigence Id = 1.1.1.3.1 est atteinte pour les conditions d'essais et d'interprétation fixées.

On peut observer en FIGURE 16 après une seconde, que l'écart relatif entre deux essais dépasse les 5%. L'exigence Id : 1.1.1.3.1 n'est donc pas respectée.

## 4.2 Évolution du modèle multiphysique

### - Objectif

L'objectif recherché par les ingénieurs du bureau d'études est à présent d'affiner les performances du modèle multiphysique et du dispositif expérimental (ou prototype) du Sled 0.3g.

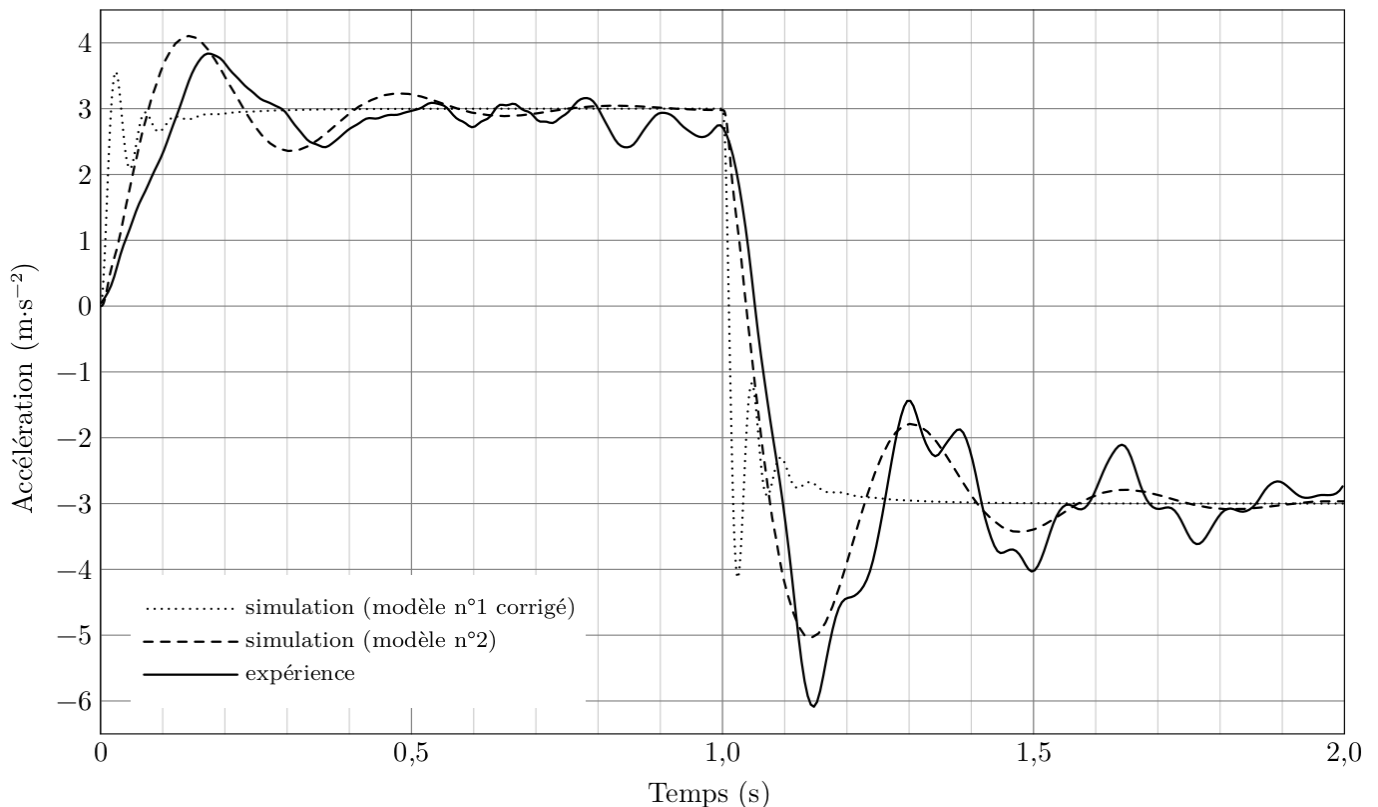


FIGURE 18 – Comparaison des résultats expérimentaux sur le prototype du Sled avec ceux issus des deux simulations.

Légende :

- « expérience », résultats expérimentaux obtenus avec le Sled ;
- « simulation (modèle n°2) », le modèle n°2 comportant la correction PI comme défini en FIGURE 21 ;
- « simulation (modèle n°1 corrigé) », modèle n°1 défini en figure 20 avec ajout d'une correction PI définie à partir de la FIGURE 10.

**Q 46.** Préciser quel composant technologique du prototype du Sled est modélisé par la zone entourée d'un

ovale en FIGURE 21 et qui permet de diminuer l'écart entre le résultat de la « simulation (modèle n°2) » et le comportement expérimental.

Le composant technologique modélisé par la zone entourée d'un ovale est la courroie C2.

for innovation



teaching sciences



## 5 Synthèse des performances réalisées par le modèle multiphysique n°2 et évolution du prototype (ou dispositif expérimental) du Sled 0.3g

### - Objectif

L'objectif est à présent de fournir aux ingénieurs une synthèse du travail réalisé et à poursuivre.

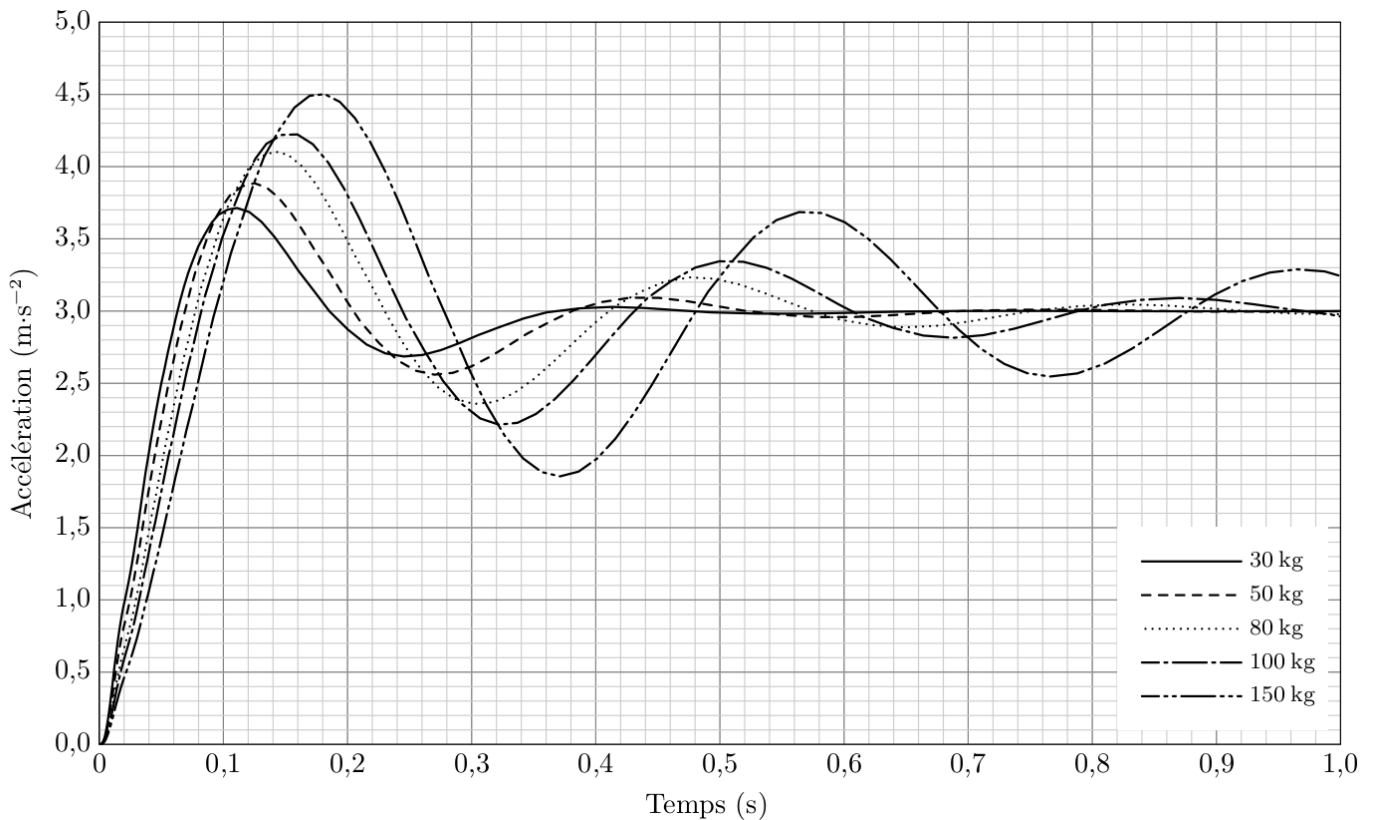


FIGURE 19 – Simulations du modèle multiphysique n°2 pour différentes masses de passagers.

**Q 47.** À partir de la FIGURE 19, parmi les exigences vérifiables, identifier et lister celles qui ne sont pas validées.

Préciser, pour chacune d'elles, à partir de quelle valeur de masse ces exigences ne sont plus vérifiées.

- Id : 1.1.1.1.1 :  $MG < 7$  dB et  $MP > 30^\circ$ . Cette exigence ne peut pas être vérifiée à l'aide de la FIGURE 19.

- Id : 1.1.1.1.2 : le premier dépassement doit être inférieur à 20%. On observe alors sur la FIGURE 19 :

$$\diamond 30 \text{ kg} : \frac{3.7 - 2.94}{2.94} \simeq 26\%$$

le premier dépassement de 30 kg étant le plus faible, l'exigence n'est donc pas validée.

- Id : 1.1.1.2.1 : la précision doit être inférieure à 10% en régime permanent :

$$\diamond 150 \text{ kg} : \frac{3.3 - 2.94}{2.94} \simeq 12\%$$

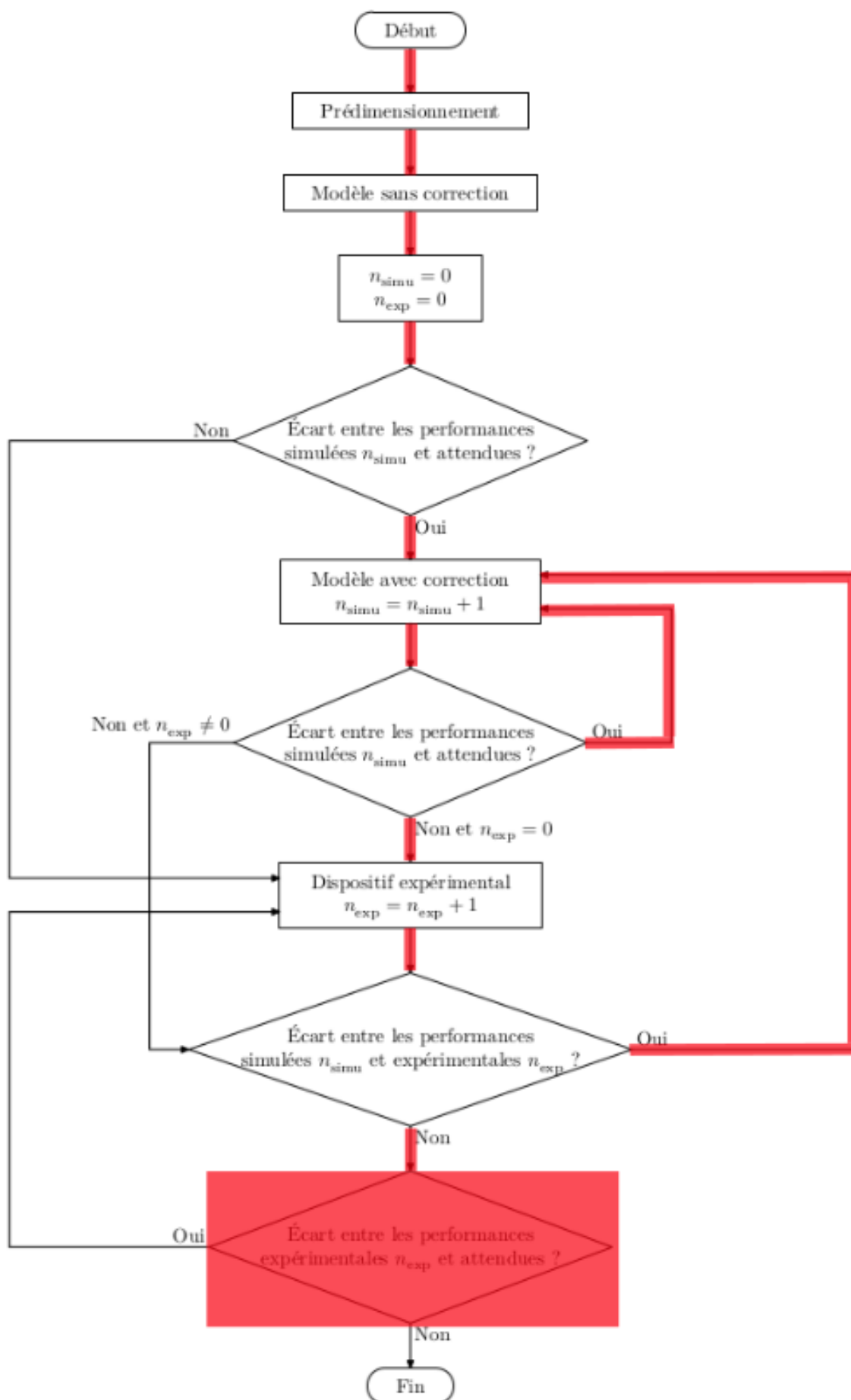
$$\diamond 100 \text{ kg} : \frac{3.1 - 2.94}{2.94} \simeq 5.4\%$$

la précision augmentant avec la diminution du poids, l'exigence est validée pour les poids inférieurs ou égaux à 100 kg.

- Id : 1.1.1.3.1 : l'écart relatif entre deux essais doit être inférieur à  $\pm 5\%$ . Cette exigence ne peut pas être vérifiée à l'aide de la FIGURE 19.
- Id : 1.1.1.4.1 : le temps de réponse à 5% doit être inférieur à 0.25 s. En observant les différentes réponses temporelles de la FIGURE 19., on remarque qu'à 0.25 s, aucun des signaux ne respecte l'exigence.

Afin de gérer l'avancement du projet de recherche, le bureau d'études a développé un graphe d'états applicable aussi bien au dimensionnement et à la réalisation du Sled 0.3g qu'à celui du Sled 1g (FIGURE B du document réponse).

**Q 48.** Retracer le parcours effectué dans cette démarche de conception en repassant en couleur, sur la FIGURE B, les liens concernés et entourer la situation dans laquelle se trouve l'avancement actuel du projet de Sled 0.3g.





innovation

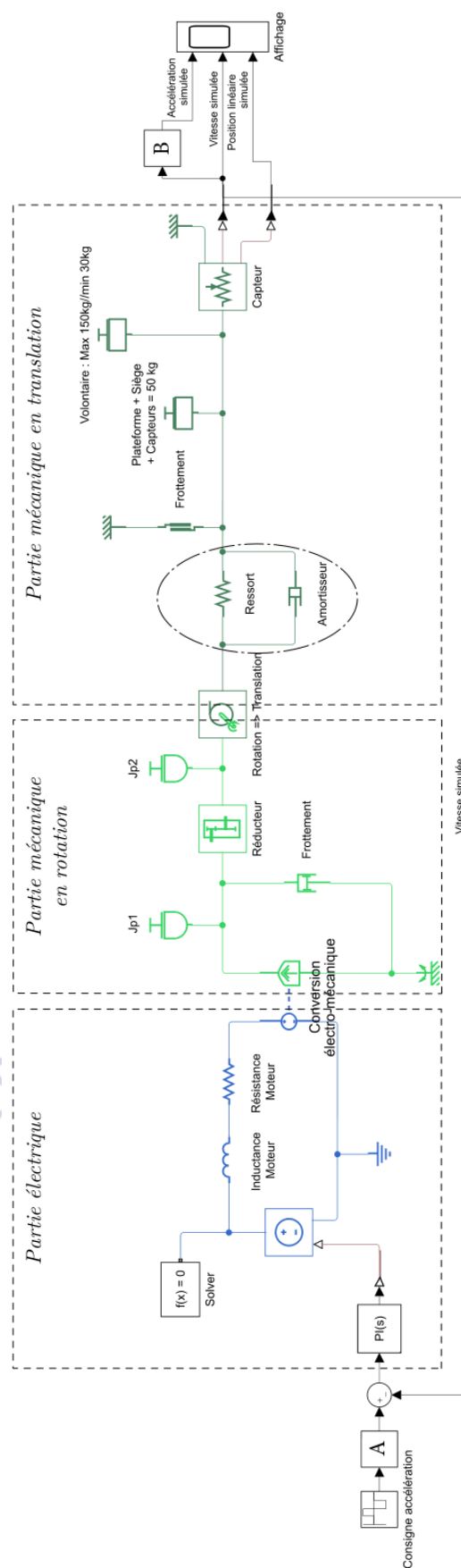


FIGURE 21 – Modèle multiphysique n°2 du Sled.