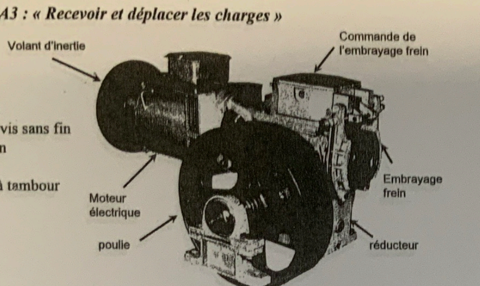
I. *Etude de la fonction A3 : « Recevoir et déplacer les charges »*

Le treuil est constitué :

- D'un moteur électrique
- D'un réducteur roue et vis sans fin
- D'une poulie de traction
- D'un volant d'inertie
- D'un embrayage frein à tambour



<u>Données de l'étude :</u>

- masse de la cabine avec sa charge maxi : $m_c = 1000$ kg
- masse du contrepoids : $m_p = 800$ kg

- moteur :

- puissance mécanique nominale : $P_m = 4{,}7$ kW
- couple moteur (supposé constant) : $C_m = 30$Nm
- vitesse de rotation en charge : $\omega_m = 1500$ tr/min

- réducteur + poulie :

- rapport de réduction du réducteur : $\lambda = 1/50$
- diamètre de la poulie : dp
- rendement de l'ensemble réducteur + poulie : η
- hypothèse : pas de glissement du câble sur la poulie

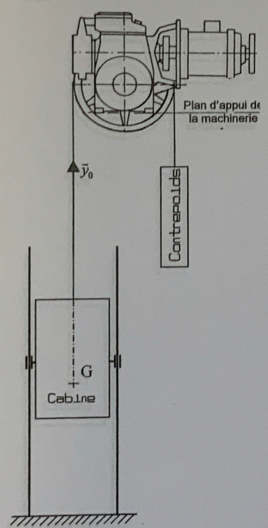
- moment d'inertie :

- poulie + roue du réducteur + axe : I_{pr}
- rotor + vis du réducteur + tambour du frein : I_m
- volant d'inertie : I_v

- câbles : masses négligées , ***donc exclus de l'étude***

- l'action du système de guidage sur la cabine est un glisseur vertical passant par G (centre de gravité de l'ensemble cabine + charge) qui a pour module F (frottement). L'action du système de guidage sur le contrepoids est négligée.

- le cahier des charges impose l'accélération $\Gamma_{max} < 0.5\,m.s^{-2}$
- la vitesse (hors phase d'accélération) est V



A. Détermination de l'inertie du volant

Pour limiter l'accélération et la décélération de la cabine, les treuils d'ascenseur sont équipés d'un volant d'inertie monté sur l'arbre moteur. L'objet de cette première étude est de déterminer les dimensions de ce volant de façon à répondre au cahier des charges en terme d'accélération.
En première approximation, le volant est considéré comme un disque plein homogène d'épaisseur *e* imposée et de diamètre D à déterminer. La masse volumique de l'acier est notée ρ.

Q 1. Donner l'expression littérale du moment d'inertie I_V du volant autour de son axe de rotation en fonction de D, e et ρ.

Pour déterminer le moment d'inertie **Iv** (et donc D) du volant, on propose d'utiliser le théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'ensemble $E = \{E_1 + E_2 + E_3\}$ avec :

E_1 : ensemble des solides en translation verticale.
E_2 : ensemble des solides solidaires de la poulie (ayant la vitesse de rotation de la poulie ω_p).
E_3 : ensemble des solides solidaires de l'arbre moteur (ayant la vitesse de rotation du moteur ω_m).

Pour la suite, le moment d'inertie du volant sera simplement noté I_V.

Remarque : Pour les questions 2 à 7, on exprimera les résultats en fonction du paramètre cinématique V, vitesse de la cabine, et non pas ω_m, vitesse de rotation du moteur.
Les calculs se feront dans le cas de la montée de la cabine à l'accélération.

Q 2. Donner l'expression de l'énergie cinétique Ec_1 de l'ensemble E_1.

Q 3. Donner l'expression de l'énergie cinétique Ec_2 de l'ensemble E_2.

Q 4. Donner l'expression de l'énergie cinétique Ec_3 de l'ensemble E_3.

Q 5. Donner l'expression littérale de la puissance des actions extérieures à l'ensemble E.

Q 6. Donner l'expression littérale de la puissance des actions intérieures.

Q 7. En déduire l'expression littérale de I_V pour que Γ_{max} ne soit jamais dépassée.

Correction sujet SI CCP 2005

Q1. Donner l'expression littérale du moment d'inertie I_V du volant autour de son axe de rot fonction de D, e et ρ.

$$\boxed{I_V \geq m\frac{R^2}{2} = m\frac{D^2}{8}} \text{ avec : } \boxed{m = \rho.\pi\frac{D^2}{4}.e} \quad \boxed{I_V \geq \frac{\rho\pi e D^4}{32}}$$

Q2. Donner l'expression de l'énergie cinétique Ec_1 de l'ensemble E_1.

$$\boxed{Ec_1 = \frac{1}{2}(m_c + m_p).V^2}$$

Q3. Donner l'expression de l'énergie cinétique Ec_2 de l'ensemble E_2.

$V = R\omega$

$$\mathrm{Ec}_2 = \frac{1}{2}\mathrm{I}_{pr}\omega_p^2 \text{ avec } \omega_p = \frac{2\mathrm{V}}{\mathrm{d}_p} \Rightarrow \boxed{\mathrm{Ec}_2 = \mathrm{I}_{pr}\frac{2\mathrm{V}^2}{\mathrm{d}_p^2}}$$

$\omega = \frac{V}{R}$

Donner l'expression de l'énergie cinétique Ec_3 de l'ensemble E_3.

$$\mathrm{Ec}_3 = \frac{1}{2}(\mathrm{I}_v + \mathrm{I}_m)\omega_m^2 \text{ avec } \omega_m = \frac{\omega_p}{\lambda} \Rightarrow \boxed{\mathrm{Ec}_3 = (\mathrm{I}_v + \mathrm{I}_m)\frac{2\mathrm{V}^2}{\lambda^2 \mathrm{d}_p^2}}$$

Donner l'expression littérale de la puissance des actions extérieures à l'ensemble E.

- la pesanteur : $P_p = g.(m_p - m_c).V$
- le couple C_m des actions magnétiques du stator sur le rotor sur l'arbre moteur (couple moteu freinage) : $P_m = C_m.\omega_m = C_m\frac{2V}{\lambda d_p}$
- l'action du guidage : $P_f = -F.V$

$$\boxed{P(ext \to E/R_g) = g.(m_p - m_c).V + C_m\frac{2V}{\lambda\phi_p} - F.V}$$

Donner l'expression littérale de la puissance des actions intérieures.

$$\boxed{P(\text{inter} \to E) = -P_m(1-\eta) = C_m\frac{2V(1-\eta)}{\lambda d_p}}$$

En déduire l'expression littérale de I_V pour que $\Gamma_{\max}$ ne soit jamais dépassée.

La dérivée de l'énergie cinétique galiléenne d'un système de solide S est égale à la somme d puissances galiléennes des actions extérieures et des puissances intérieures sur le système S.

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}(\mathrm{T}(\mathrm{S}/\mathrm{Rg}))}{\mathrm{dt}} = \Sigma\left(\mathrm{P}(\text{actions ext.} \to \mathrm{S}/\mathrm{Rg}) + \mathrm{P}(\text{actions int.} \to \mathrm{S})\right)}$$

$$\frac{d(T(S/Rg))}{dt} = (m_c + m_p).V\Gamma + I_{pr}\frac{4V\Gamma}{d_p^2} + (I_v + I_m)\frac{4V\Gamma}{\lambda^2 d_p^2} \text{ d'où :}$$

$$(m_c + m_p).V\Gamma + I_{pr}\frac{4V\Gamma}{d_p^2} + (I_v + I_m)\frac{4V\Gamma}{\lambda^2 d_p^2} = C_m\frac{2V}{\lambda d_p} + g.(m_p - m_c).V - FV - (1-\eta)P_m$$

$$\Rightarrow (m_c + m_p)\Gamma + I_{pr}\frac{4\Gamma}{d_p^2} + (I_v + I_m)\frac{4\Gamma}{\lambda^2 d_p^2} = \eta.C_m\frac{2}{\lambda d_p} + g.(m_p - m_c) - F$$

$$\boxed{\Rightarrow I_v \geq \frac{\lambda^2 d_p^2}{4\Gamma}\left(\eta.C_m\frac{2}{\lambda d_p} + g.(m_p - m_c) - F - (m_c + m_p)\Gamma - I_{pr}\frac{4\Gamma}{d_p^2}\right) - I_m}$$