

1.) Introduction

Cette partie constitue une étude préliminaire nécessaire au dimensionnement des moteurs actionnant les roues. Les valeurs des variables articulaires, leurs dérivées première et seconde sont connues. L'étude proposée illustre la démarche permettant d'aboutir aux équations conduisant au choix du moteur.

Dans toute cette partie, la plateforme est animée d'un mouvement de translation rectiligne par rapport au sol.

2.1.) Caractéristiques des éléments

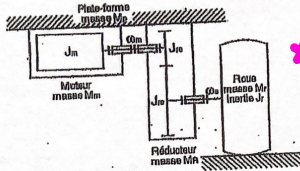


figure 7 :Caractéristiques du motoréducteur

2.1.A.) Roue

La masse d'une roue est notée M_r et l'inertie d'une roue autour de son axe de rotation est notée J_r .

2.1.B.) Réducteur (un par roue)

Le réducteur a une masse notée M_r . Le rapport de réduction N relie la vitesse angulaire d'entrée ω_m (côté moteur) à la vitesse angulaire de sortie ω_r (côté roue) par la relation $N = \frac{\omega_m}{\omega_r}$. L'inertie de l'arbre d'entrée du réducteur autour de son axe est notée J_m et l'inertie de l'arbre de sortie autour de son axe est notée J_s .

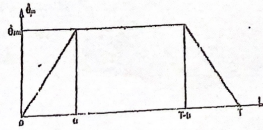
On notera l'inertie équivalente sur l'arbre de sortie $J_{eq} = J_s N^2 + J_m$.

2.1.C.) Moteur de roue

Le moteur a une masse notée M_m et l'inertie du rotor autour de son axe de rotation est notée J_m . Le couple exercé par le stator, considéré lié à la plateforme, sur le rotor du moteur est noté C_m .

La position du rotor par rapport au stator est noté θ_m et la vitesse de rotation $\dot{\theta}_m$ avec $\dot{\theta}_m = \dot{\theta}_m$.

Le cycle donnant la consigne en vitesse du moteur en fonction du temps est décrit ci-dessous.



2.1.D.) Plate-forme

La plate-forme et les systèmes embarqués ont une masse totale M_p .

2.1.E.) Application numérique

	Masse (en kg)	Inertie par rapport à l'axe de rotation (en kg m²)	Rapport de réduction
Roue	$M_r = 5$	$J_r = 0,05$	
Réducteur	$M_r = 2$	$J_{eq} = 0,1$	$N = 2000$
Moteur	$M_m = 2$	$J_m = 3 \cdot 10^{-4}$	
Plate-forme	$M_p = 118$		

On note Σ le système matériel constitué de la plate-forme, des systèmes embarqués et des six sous-ensembles motoréducteur et roue.

La plate-forme est animée d'un mouvement de translation rectiligne dans un plan horizontal

caractérisé par : $\forall p \in \Sigma \quad \begin{cases} \vec{\omega}(S/R) = 0 \\ \vec{v}(O_p, S/R) = V_1 \vec{x}_p \end{cases} \quad \text{avec} \quad \vec{x}_p = \vec{x}_0$

$i = 1, 2, 3$	$\theta_i = 0$	$\dot{\theta}_i = 0$	$\ddot{\theta}_i = 0$	$\ddot{\phi}_i = 0$
$i = 4, 5, 6$	$\theta_i = \pi$	$\dot{\theta}_i = 0$	$\ddot{\theta}_i = 0$	$\ddot{\phi}_i = 0$

Q9. En supposant un roulement sans glissement entre la roue et le sol, donner, dans ce cas particulier, la valeur $\dot{\phi}_i$ en fonction de V_1 .

Q10. Donner une interprétation de J_{eq} .

Q11. Calculer l'énergie cinétique de Σ/R_0 . On pourra calculer successivement l'énergie cinétique d'une roue, d'un réducteur, d'un moteur, de la plate-forme.

Q12. Donner l'expression de la puissance des efforts extérieurs P_{ext} exercés sur Σ .

Q13. Donner l'expression de la puissance des efforts intérieurs à Σ (P_{int}), en supposant les liaisons parfaites.

On supposera identiques les actions exercées par les six moto-réducteurs sur les axes des roues.

Q14. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à Σ , donner l'expression du couple C_m fonction du temps. Montrer que $C_m(t) = J_{eq} \ddot{\theta}_m(t)$ avec J_{eq} inertie globale équivalente au niveau de l'arbre moteur. Donner la valeur de J_{eq} .

2.1.F.) Application au cycle consigne de vitesse

$\dot{\theta}_m$ correspond $V_1 = 0,10 \text{ m/s}$, $t_1 = 0,05 \text{ s}$.

Calculer $\dot{\theta}_m$. Donner l'allure du couple $C_m(t)$. Commenter le résultat obtenu.

La plate-forme est animée d'un mouvement de translation rectiligne dans un plan incliné d'angle α par rapport au plan horizontal. mouvement caractérisé par :

Handwritten calculations and diagrams:

$$M_T = M_p + 6M_r + 6M_r + 6M_r = 172 \text{ kg}$$

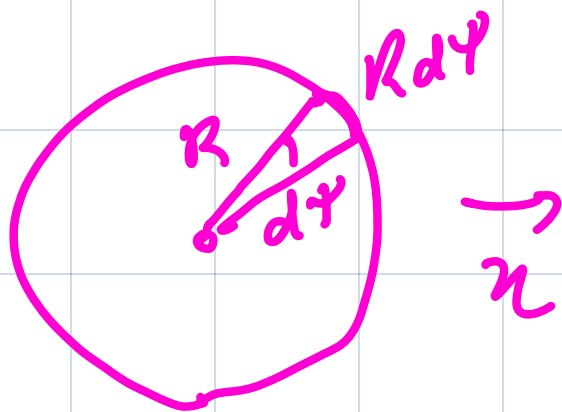
$$R = 0,2 \text{ m}$$

$$V_1 = R \dot{\psi}$$

$$V_1 = R \dot{\psi} \quad \text{"} V = R \omega \text{"}$$



$$V_1 = R \omega R(57)$$



$$\kappa = R \psi$$

$$\psi = 2\pi \quad (1\text{th}) \quad \kappa = 2\pi R$$

d/dt

$$\kappa^0 = R \dot{\psi}^0 = V_1$$

RAG: $\kappa \neq R \psi \Rightarrow \kappa^0 \neq R \dot{\psi}^0$

~~$$\frac{\omega_1}{\omega_2} \neq \frac{R_1}{R_2}$$~~

~~$$\frac{\omega_1}{\omega_2} \neq \frac{D_2}{D_1}$$~~

$$R_i w_i = R_j w_j$$

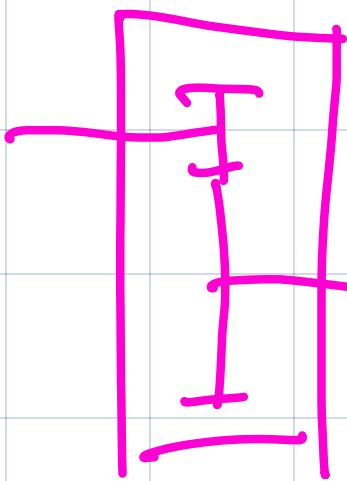
Réducteur

$$N = 2000 = \frac{w_e}{w_s} + \pi$$

$$w_s = \frac{w_e}{2000}$$

J_{re}

$\frac{w_e}{w_m}$



$$w_s = w_{rove}$$

J_{rs}

$$w_m = N w_{s(s)}$$

$$E_c(\text{Red/p}) = \frac{1}{2} J_{re} \underbrace{w_e^2} + \frac{1}{2} J_{rs} \underbrace{w_s^2}$$

$$w_e = N w_s$$

$$E_c(\text{Red/p}) = \frac{1}{2} J_{re} N^2 w_s^2 + \frac{1}{2} J_{rs} w_s^2$$

$$= \frac{1}{2} \left[\widehat{J_{re} N^2} + J_{rs} \right] w_s^2$$

$$\underbrace{\quad}_{J_{eq}(\text{Red} \rightarrow s)} \leftarrow$$

$$w_e = \frac{w_e}{1}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} J_{ne} \omega_e^2 + \frac{1}{2} J_{ns} \frac{1}{N^2} \omega_e^2 \\
 &= \frac{1}{2} \left[J_{ne} + \underbrace{\frac{J_{ns}}{N^2}}_{J_{eq}(Red \rightarrow e)} \right] \omega_e^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_c(\Sigma/R) &= E_c(P/R) + E_c(b_{ions}/R) \\
 &\quad + E_c(b_{movers}/R) + E_c(b_{red}/R)
 \end{aligned}$$

$$E_c(P/R) = \frac{1}{2} \underline{M_p} v_1^2$$

$$E_c(b_{ions}/R) = \frac{1}{2} \left[\underline{6 \Pi_n} v^2 + 6 \underline{J_n} \omega_{ns}^2 \right]$$

$$E_c(b_{\Pi}/R) = \frac{1}{2} \left[\underline{6 \Pi_m} v^2 + 6 \underline{J_m} \omega_m^2 \right]$$

$$E_c(b_{Red}/R) = \frac{1}{2} \left[\underline{6 \Pi_R} v^2 + 6 \underline{J_{eq}} \omega_s^2 \right]$$

$$E_c(\varepsilon/R) = \frac{1}{2} \left(\Gamma_p + 6(\Gamma_n + \Gamma_R + \Gamma_m) \right) V_n^2 \\ + \frac{1}{2} \left[6J_m + 6(J_{eq} + J_n) \frac{1}{N^2} \right] W_m^2$$

$$\left(W_m = N W_n \quad \text{et} \quad V_1 = R W_n \right. \\ \left. \left(W_m = N \frac{V_1}{R} \right) \right)$$

$$E_c(\varepsilon/R) = \frac{1}{2} m_{eq}(\varepsilon) V_1^2$$

$$\text{ou } E_c(\varepsilon/R) = \frac{1}{2} \frac{J_{eq}(\varepsilon \rightarrow m)}{m_{eq}(\varepsilon)} W_m^2$$

$$E_c(\varepsilon/R) = \frac{1}{2} \left[\Gamma_p + 6(\Gamma_n + \Gamma_R + \Gamma_m) \right. \\ \left. + \left(6J_m \frac{N^2}{N^2} + 6(J_{eq} + J_n) \frac{1}{N^2} \right) \frac{N^2}{R^2} \right] V_n^2$$

$$m_{eq}(\varepsilon) = \Gamma_p + 6(\Gamma_n + \Gamma_R + \Gamma_m) \\ + \left(6J_m N^2 + 6(J_{eq} + J_n) \right) \frac{1}{R^2}$$

$$R = 0,12 \text{ m}$$

m_{fiducie}

$$m_{\text{neelle}} = 118 + 6(2 + 2 + 5) = 172 \text{ kg}$$

$$m_{\text{fiducie}} = \left(6 \cdot 3 \cdot 10^{-6} (2000)^2 + 6(0,1 + 0,05) \right) \frac{1}{0,12^2}$$

$$= 1822 \text{ kg} = 1,8 \text{ t}$$

$$m_{\text{eq}(\Sigma)} = 1994 \text{ kg} \approx 2 \text{ t}!$$

~~$$\rightarrow P_{\text{eq}} = m_{\text{eq}} g = 20000 \text{ N}!$$~~

$$\hookrightarrow P_{\text{verlucht}} = m_{\text{neelle}} g = 1720 \text{ N}$$

$$E_c(\Sigma/R) = \frac{1}{2} J_{\text{eq}(\Sigma \rightarrow m)} \omega_m^2$$

$$= \frac{1}{2} \left[6 J_m + 6(J_{\text{eq}} + J_R) \right] \frac{1}{R^2}$$

$$+ \underbrace{(I_p + 6(I_A + I_R)) \frac{R^2}{R^2}}$$

$$J \omega_m^2$$

$$V_1 = R \omega_n = R \frac{\omega_m}{N}$$

Inertie reelk

$$J_{eq}(\varepsilon \rightarrow m) = \frac{6 J_m N^2 + 6 (J_{eq} + J_a)}{N^2} \leftarrow$$

$$+ \underbrace{(\pi_p + 6(\pi_n + \pi_k)) \frac{R^2}{N^2}}_{\text{Inertie "fictive"}}$$

Inertie "fictive"

$$I_{\text{inertie reelk}} = 1,82 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

$$I_{\text{inertie fictive}} = 1,72 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^2$$

$$J_{eq}(\varepsilon \rightarrow m) = 2 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2 \leftarrow$$

$$E_c(\varepsilon/R) = \frac{1}{2} m_{eq}(\varepsilon) V^2 \quad m_{eq}(\varepsilon) \approx 2t$$

$$\frac{dE_c}{dt}(\varepsilon/R) = m_{eq}(\varepsilon) V \dot{V} \quad \propto \quad \propto$$

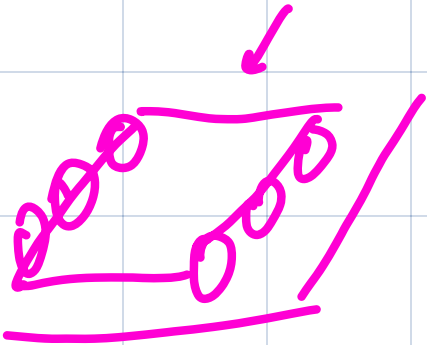
$$E_c(\varepsilon/R) = \frac{1}{2} J_{eq}(\varepsilon \rightarrow m) \omega_m^2$$



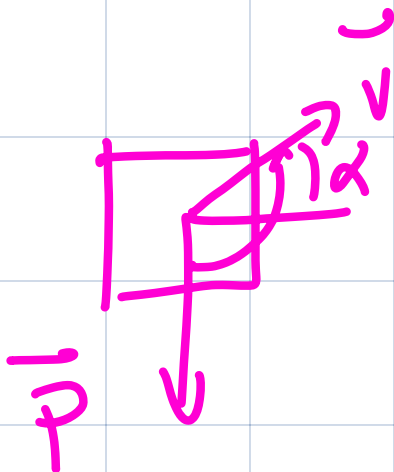
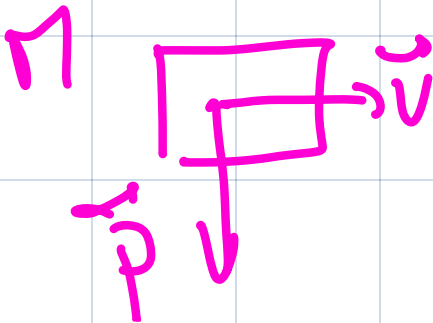
$$\frac{dEC}{dt}(\epsilon/R) = T_{eq}(\epsilon \rightarrow R) \omega_m \dot{\omega}_m$$

$$\left(V = R \frac{\omega_m}{N} \right) \leftarrow \epsilon$$

$$P_{ext}(\epsilon/R) = P(pis \rightarrow \epsilon/R) + P(Sol \rightarrow Rows/Sol) + P(Sol \leftarrow Rows) + P(\text{air} \rightarrow \epsilon/Sol)$$



$$P(pis \rightarrow \epsilon/R) = \vec{P} \cdot \vec{V} = 0 \quad \text{si Sol Horizontal}$$



$$\begin{aligned} \vec{P} \cdot \vec{V} &= PV \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= -PV \sin\alpha \end{aligned}$$

$$P_{int}(\varepsilon) = 6 P_m = 6 C_m \omega_m (\eta) \\ + \cancel{P_{losses}} \\ \circ \text{car L.P. } \left(\begin{array}{l} \sin \omega t \\ \rightarrow \eta \end{array} \right) \\ \left(\eta 6 P_m \right)$$

T.E.C. $\frac{dE(\varepsilon/R)}{dt} = P_{ext}(\varepsilon/\omega) + P_{int}(\varepsilon)$

$$J_{eq}(\varepsilon \rightarrow \omega) \cancel{\omega_m} \dot{\omega}_m = (-P V \sin \omega t) + C_m \cancel{\omega_m} \\ \circ \text{ou} \\ (-P \frac{R}{N} \cancel{\omega_m} \sin \omega t)$$

$$\Rightarrow C_m = \underbrace{J_{eq}(\varepsilon \rightarrow \omega) \dot{\omega}_m} + \underbrace{\left(P \frac{R}{N} \sin \omega t \right)}$$

$$d = 0$$

$$C_m = 4.10^{-5} \text{ Nm}$$

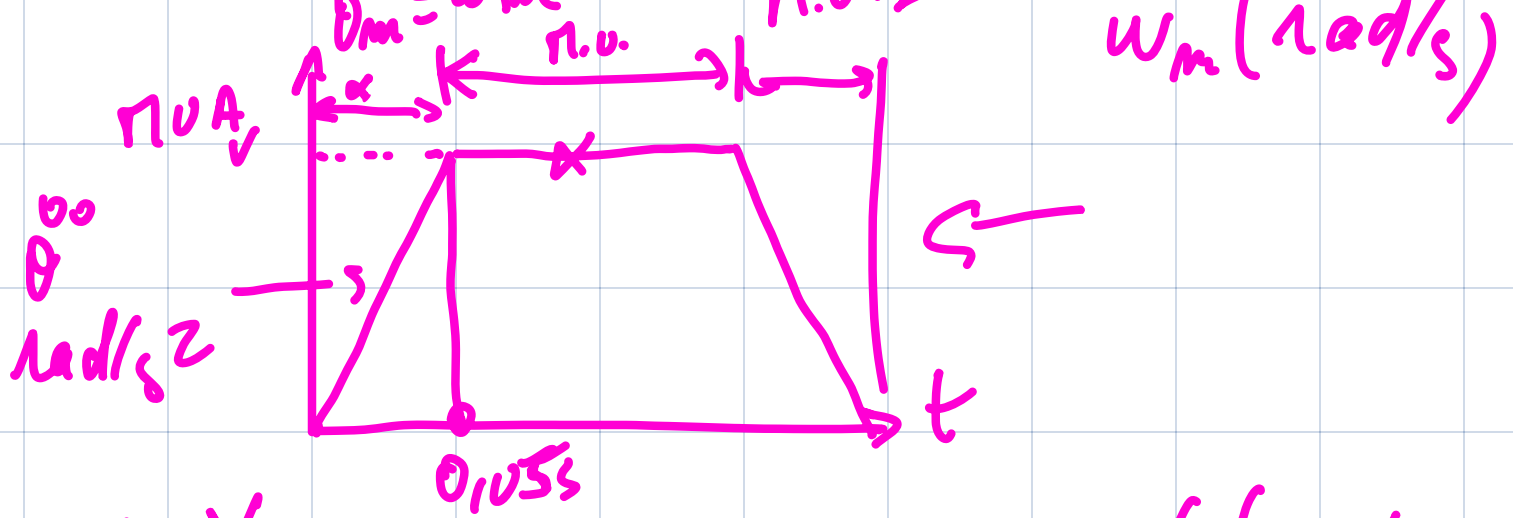
$$d = \frac{\pi}{6}$$

$$C_m = 0,086 \text{ Nm}$$

$$\dot{\omega} = \omega_m$$

$$P \text{ L.P.}$$

$$\left(\begin{array}{l} \sin \omega t \\ \rightarrow \eta \end{array} \right)$$



$$v = \frac{R}{N} \omega_m$$

$$\dot{v} = \frac{v}{t} = \frac{0.1}{0.05} = \frac{100}{0.05} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$\omega_m = \frac{N}{R} v \rightarrow \dot{\omega}_m = \frac{N}{R} \dot{v}$$

$$\dot{\omega}_m = \frac{2000}{0.12} 2 = 20000 \text{ rad/s}^2$$

$$\begin{aligned} \Gamma=0 \quad C_m &= 0.4 \text{ Nm} \\ \Gamma=\frac{\pi}{6} \quad C_m &= 0.486 \end{aligned}$$

0,1)

$$P_m = C_m W_m$$

$$\alpha = 0 \quad C_m(N_m) \quad P_m$$

0,4

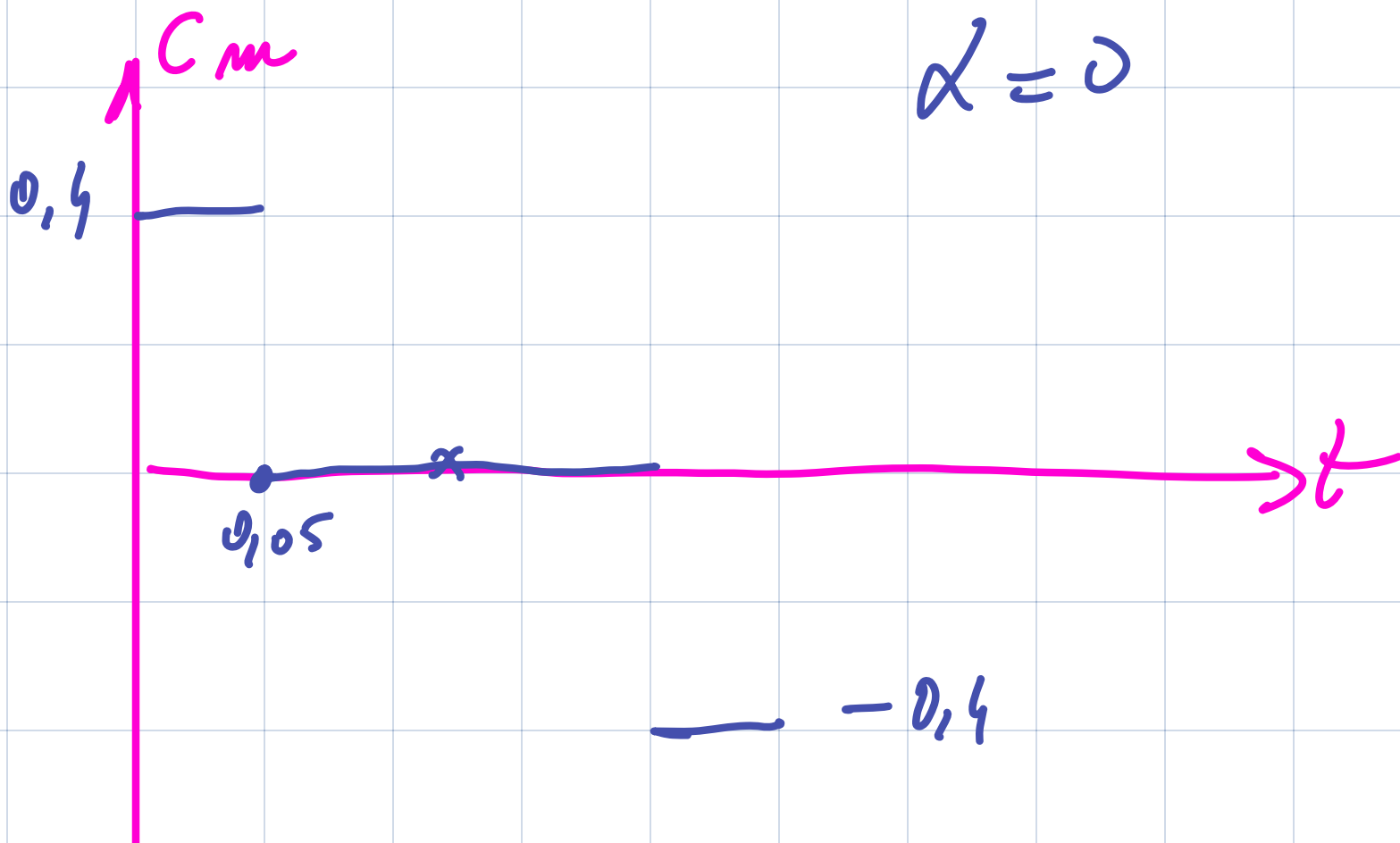
400 W

$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$

0,486

486 W

$$W_m = \frac{N}{R} V = \frac{2000}{0,2} 0,1 = 1000 \text{ and/s}$$



C_m
0,486

$d \neq 0$

0,086

t

—