

Sauf mention contraire, tout est à savoir.

Espaces vectoriels

Espaces vectoriels, rappels de sup

- Espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels, exemples de référence;
- Applications linéaires, noyau, image, opérations dans $\mathcal{L}(E, F)$ et $\mathcal{L}(E)$, isomorphismes, formule de binôme;
- Familles libres, familles liées, familles génératrices;
- Bases, applications linéaires et bases;
- Produit d'un nombre fini d'ev; dimension;
- Somme, somme directe d'une famille de sous-ev;
- Base adaptée à un sous-ev;
- Base adaptée à $E = \bigoplus_{i=1}^p E_i$;
- $\dim(\sum_{i=1}^p E_i) \leq \sum_{i=1}^p \dim(E_i)$, avec égalité si et seulement si la somme est directe.
- Projections, symétries
- Sous-espaces stables, endomorphismes induits.

Algèbre

Définition, exemples et morphismes d'algèbre.

Espaces vectoriels de dimension finie, rappels de sup

- **Dimension finie**
 - Espaces vectoriels de dimension finie;
 - Existence d'une base, extraction d'une base, théorème de la base incomplète, exemples de référence;
 - Cardinal d'une famille libre, génératrice et dimension, application : polynôme interpolateur de Lagrange;
 - Sous-espaces vectoriels et dimension;
 - Rang d'une famille de vecteurs.
- **Applications linéaires et dimension finie**

- Rang d'une application linéaire;
- Théorème du rang;
- Caractérisation de la bijectivité par la dimension;
- Rang et composition.

Calcul matriciel

- **Calcul matriciel, révision de sup**

LES MATRICES NILPOTENTES SERONT POUR LE PROCHAIN PROGRAMME.

- Définition , définition des matrices E_{ij} , I_n , addition et multiplication par un scalaire, toute matrice est combinaison linéaire des E_{ij} ;
- Produit de matrices et écriture à l'aide du produit matriciel faisant intervenir les lignes et les colonnes , $E_{ij}E_{kl}$, formule du binôme; puissances et polynômes de matrices.
- Matrices transposées et opérations;
- Matrices inversibles, opérations, inverse d'une matrice 2×2 ;
- Matrices diagonales : produit, inversibilité, inverse;
- Matrices triangulaires : produit et inversibilité;
- Matrices symétriques et antisymétriques. Toute matrice se décompose de façon unique comme la somme d'une matrice symétrique et antisymétrique.
- Matrices par blocs et opérations;
- Trace d'une matrice, linéarité, invariance par transposition, $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$.

Représentation matricielle

- **Matrice d'une application linéaire, matrice d'une famille de vecteurs, révisions de sup**

- Matrice d'une famille de vecteurs dans une base, d'une application linéaire dans deux bases, d'un endomorphisme dans une base;
- Traduction matricielle de $y = f(x)$, $\lambda f + \mu g$, $g \circ f$, f^{-1} , ...
- Interprétation d'une matrice triangulaire, diagonale, matrice d'une projection ou d'une symétrie dans une base adaptée;
- Traduire matriciellement la stabilité d'un sous-ev à l'aide de matrices par blocs;
- Image et noyau d'une matrice.

- **Changement de base(s) révisions de sup**

- Matrices de passage et leurs inverses.
- Formules de changement de base : pour les coordonnées d'un vecteur, pour la matrice d'une application linéaire, pour la matrice d'un endomorphisme.
- Matrices semblables; retraduction à l'aide de matrices de passage lorsque l'on a une matrice d'un endomorphisme;
- Invariance du rang et de la trace par similitude;
- Trace d'un endomorphisme.

Banque CCINP

60, 64, 71, 87, 90