Q1 $H_S(p) = \frac{Q(p)}{I(p)} = \frac{K_S}{1+T_S p} = \frac{3{,}75.10^{-4}}{1+0{,}104\,p}$

Q2 On transforme par Laplace les 2 equations fournies :

$Q(p) = S_p X(p) + \frac{V_0}{B} p\,P(p) \Rightarrow \boxed{P(p) = \frac{B}{V_0 p}\left[Q(p) - S_p X(p)\right]}$

$\left[\Pi p^2 + d p + \pi\right] X(p) = S\,P(p) \Rightarrow \boxed{\frac{X(p)}{P(p)} = \frac{S}{\pi + d p + \Pi p^2}}$

on en déduit : $\boxed{H_3(p) = \frac{X(p)}{P(p)} = \frac{S/\pi}{1 + \frac{d}{\pi}p + \frac{\Pi}{\pi}p^2}}$ $\boxed{H_2(p) = S_p}$ $\boxed{H_1(p) = \frac{B}{V_0 p}}$

$H_V(p) = \frac{P(p)}{Q(p)} = \frac{H_1(p)}{1 + H_1(p)H_2(p)H_3(p)} = \frac{B/V_0 p}{1 + \frac{B}{V_0 p} S_p \frac{S}{\pi + d p + \Pi p^2}}$

$(p) = \frac{B(\pi + d p + M p^2)}{B S^2 p + V_0 p(\pi + d p + \Pi p^2)} = \frac{\frac{B}{p}\,\frac{\pi}{B S^2 + \pi V_0}\,\frac{1 + \frac{d}{\pi}p + \frac{\Pi}{\pi}p^2}{1 + \frac{d V_0}{B S^2 + \pi V_0}p + \frac{\Pi V_0}{B S^2 + \pi V_0}p^2}}{}$

$\boxed{K_V = \frac{\pi B}{\pi V_0 + B S^2}} = \frac{3{,}1.10^8 \times 1500.10^6}{3{,}1.10^8 \times 0{,}1028 + 1500.10^6 \times 0{,}137^2} = \underline{7{,}175.10^9}$ $Pa.m^{-3}.s$ $N.s.m^{-5}$

$\boxed{a_1 = \frac{d}{\pi} = \frac{2{,}8.10^3}{3{,}1.10^8} = 9.10^{-6}\,s = a_1}$ $\boxed{a_2 = \frac{M}{\pi} = \frac{10^3}{3{,}1.10^8} = 3{,}22.10^{-6}\,s^2 = a_2}$

$\boxed{\quad = \frac{d V_0}{B S^2 + \pi V_0} = \frac{2{,}8.10^3 \times 0{,}1028}{1500.10^6 \times 0{,}137^2 + 3{,}1.10^8 \times 0{,}1028} = 4{,}8.10^{-6}\,s = b_1}$

$\boxed{\quad = \frac{\pi V_0}{B S^2 + \pi V_0} = \frac{10^3 . 0{,}1028}{1500.10^6 \times 0{,}137^2 + 3{,}1.10^8 \times 0{,}1028} = 1{,}71.10^{-6}\,s^2 = b_2}$

$H_{BO}(p) = \frac{U_m(p)}{\varepsilon(p)} = \underbrace{H_{Cor}(p)}\, H_S(p) H_V(p) \underbrace{H_{Cap}(p)}_{K_C} = H_{Cor}(p)\,\frac{K_S K_V K_C}{p(1+T_S p)}\,\frac{1 + a_1 p + a_2 p^2}{1 + b_1 p + b_2 p^2}$

La marge de phase vaut 80° donc > à 60° du CdCF

La pulsation de coupure à 0dB vaut $\omega_{c0} = 4\,rad/s \ll 40\,rad/s$

Le système est précis car de classe 1

$D_1\% = 100\,\frac{36-26}{26} = 100 \times \frac{10}{26} = 38\% > 10\%$

le cahier des charges n'est pas respecté.

Q6. Correction Proportionnelle $H_{Cor}(p) = K_{Cor}$

$H_{BO}(p) = \frac{K}{p(1+T_S p)}\,\frac{1 + a_1 p + a_2 p^2}{1 + b_1 p + b_2 p^2}$ avec $K = K_{Cor} K_S K_V K_C$

On veut $\omega_{c0} = 40\,rad/s$ soit $|H_{BO}(j\omega_{c0})| = 1$

$\Leftrightarrow \frac{K^2}{\omega_c^2(1+T_S^2\omega_c^2)}\,\frac{(1-a_2\omega_c^2)^2 + a_1^2\omega_c^2}{(1-b_2\omega_c^2)^2 + b_1^2\omega_c^2} = 1 \Rightarrow \boxed{K_{Cor} = 20{,}18}$

La phase vaut alors $\varphi(\omega_c) = -90° - \text{Arctan}\,T_S\omega_c + \text{Arctan}\left(\frac{a_1\omega_c}{1-a_2\omega_c^2}\right) - \text{Arctan}\left(\frac{b_1\omega_c}{1-b_2\omega_c}\right)$

$\boxed{\varphi(\omega_c) = -148°} \Rightarrow \boxed{MP = 32°}$

Document DR3 : $\omega_c = 40\,rad/s \Rightarrow |H_{BO}| = -27\,dB \Rightarrow K_{Cor} = 10^{27/20} = 22{,}4$

$\Rightarrow \varphi = -150° \Rightarrow MP = 30°$

Q7. $p_c(t) = P_c$ échelon $\boxed{\varepsilon_S = 0}$ car FTBO de classe 1

en effet $\varepsilon_S = \lim_{p\to 0} p\,\frac{P_c}{p}\cdot\frac{1}{1+FTBO} = \lim_{p\to 0} P_c\,\frac{1}{1+\frac{K}{p}} = 0$!

Q8. DR3 $\Rightarrow D_1\% = \frac{36-26}{26} \times 100 = 38\%$

$\frac{27{,}3}{26}$ $\frac{}{}$ $\frac{}{24{,}7}$ $t_{5\%} = 0{,}125\,s$ $p(\infty) = 26.10^6\,Pa$

$\Rightarrow 24{,}7.10^6 < p < 27{,}3.10^6 \pm 5\%$

Q9. $H_{BF}(p) = \frac{P(p)}{P_c(p)} = \frac{H_{Cor} H_S H_V H_{CAP}}{1 + H_{Cor} H_S H_V H_{CAP}} = \frac{K_{Cor}\frac{K_S}{1+T_S p}\frac{K_V}{p}\frac{1+a_1 p+a_2 p^2}{1+b_1 p+b_2 p^2} K}{1 + K_C K_{Cor}\frac{K_S}{1+T_S p}\frac{K_V}{p}\frac{1+a_1 p+a_2 p}{1+b_1 p+b_2 p}}$

$H_{BF}(p) = \frac{K_C K_{Cor} K_S K_V (1 + a_1 p + a_2 p^2)}{(1+T_S p)\,p(1+b_1 p+b_2 p^2) + K_C K_{Cor} K_S K_V (1 + a_1 p + a_2 p^2)}$

$$BF(p) = \frac{1}{1+\left[a_1+\frac{1}{K_{cor}K_S K_V K_C}\right]p+\left[a_2+\frac{b_1+T_S}{K_{cor}K_S K_V K_C}\right]p^2+\frac{b_2+T_S b_1}{K_{cor}K_S K_V K_C}p^3+\frac{b_2 T_S}{K_{cor}K_S K_V K_C}p^4}$$

$a_1' = a_1 = 9.10^{-6}\,s$; $a_2' = a_2 = 3,2.10^{-6}\,s^2$

$b_1' = 0,013\,s$; $b_2' = 5,13.10^{-4}\,s^2$; $b_3' = 2,15.10^{-8}\,s^3$; $b_4' = 9.10^{-10}\,s^4$

$\zeta = \frac{1}{K_C} = \frac{1}{1,25.10^{-7}} = 8.10^6$

Q10 Tous les pôles sont à partie réelle négative, la marge de phase vaut $MP = 32° < 60°$ → Système STABLE.

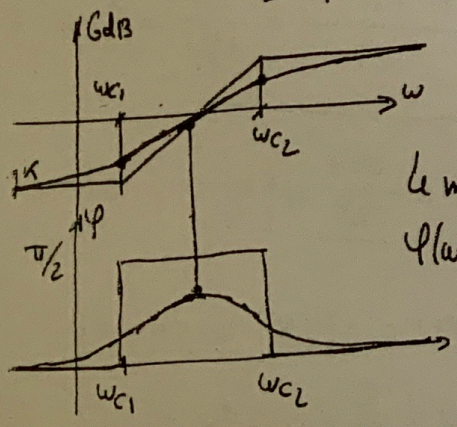
$D_1\%$ est trop grand : $38\% > 10\%$ → le CDCF n'est pas respecté.

On peut supposer un 2e ordre dominant

$$H_{BF}(p) = \frac{1}{K_C}\frac{1+a_1'p+a_2'p^2}{1+b_1'p+b_2'p^2} = \frac{1}{K_C}\frac{p_1p_2(1+a_1'p+a_2'p^2)}{(p-p_1)(p-p_2)}$$

Q11. $H_{cor}(p) = K_{cor}\frac{1+Tp}{1+aTp}$ avec $a<1$

2 cassures : $\omega_{c_1} = \frac{1}{T}$ et $\omega_{c_2} = \frac{1}{aT}$



$G_{dB} = 20\log K_{cor}\sqrt{\frac{1+T^2\omega^2}{1+a^2T^2\omega^2}}$

$\varphi = \text{Arctan}\,T\omega - \text{Arctan}\,aT\omega$

Le maximum est obtenu pour $\boxed{\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}}$

$\varphi(\omega_m) = \text{Arctan}\frac{1}{\sqrt{a}} - \text{Arctan}\frac{a}{\sqrt{a}} = \varphi_m$

Soit $\tan\varphi_m = \frac{\frac{1}{\sqrt{a}}-\frac{a}{\sqrt{a}}}{1+\frac{a}{a}} = \boxed{\frac{1-a}{2\sqrt{a}}}$

Le gain vaut alors $G_{dB}(\omega_m) = 20\log K_{cor}\sqrt{\frac{1+1/a}{1+a}} = 20\log K_{cor}\sqrt{\frac{1}{a}}$

Tel correcteur avance la phase dans la bande de fréquence prise entre les 2 cassures ⇒ AUGMENTATION de la MP

Q12. $\tan\varphi_m = \frac{1-a}{2\sqrt{a}}$ avec $\varphi_m = 60-32 = 28°$ ⇒ $\boxed{a = 0,136}$

$4(\tan\varphi_m)^2 a = 1+a^2-2a$ ⇒ $a^2 - [2+4(\tan\varphi_m)^2]a + 1 = 0$ ($4(\tan\varphi_m)^2 = 3,13$)

⇒ $a = 2,176$ ou $0,136$ (>1 !)

Donc $\omega_m = \omega_c = 40 = \frac{1}{T\sqrt{a}}$ ⇒ $T = \frac{1}{40\sqrt{a}} = \frac{1}{40\sqrt{0,136}} = \boxed{0,042\,s = T}$

Pour $\omega = \omega_c = \omega_m$: $|H_{BO}(j\omega_c)|_{dB} = 20\log K_{cor} + 20\log\sqrt{1+T^2\omega_c^2} - 20\log\sqrt{1+a^2T^2\omega_c^2} - 27_{dB} = 0$ (Q6)

⇒ $\text{Log}\,K_{cor} = -\log\sqrt{1+T^2\omega_c^2} + \log\sqrt{1+a^2T^2\omega_c^2} + \frac{27}{20}$

⇒ $\boxed{K_{cor} = 13,4}$

Q13 $MP = 60°$ $t_{5\%} = 0,1\,s$

$D_1\% = \frac{2}{26}\times 100 = 7,6\% < 10\%$

Le cahier des charges est respecté !

Q14. Un intégrateur en amont de la perturbation efface l'influence de celle-ci.