CONCOURS ENSAM – ESTP – ECRIN – ARCHIMEDE MP 2005
Eléments de corrigé de l'épreuve de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

FONCTION TECHNIQUE FT132 : ASSERVIR LA VITESSE DE L'AXE PHI

MODÉLISATION DU MOTEUR

Q1. Les équations transformées par Laplace sont :
Cm(p) + Cr(p) = Jeq.p.Ω(p) ; U(p) – E(p) = (R + L.p). I(p) ; E(p) = Ke. Ω(p) ; Cm(p) = Kt. I(p).

Par combinaison et en éliminant Cm(p), E(p) et I(p) de ces équations on obtient :

$$\frac{Kt}{Kt.Ke + R.Jeq.p + Jeq.L.p^2}.U(p) + \frac{R + L.p}{Kt.Ke + R.Jeq.p + Jeq.L.p^2}.Cr(p) = \Omega(p)$$ **soit sous la forme canonique :**

$$\frac{1/Ke}{1 + \frac{R.Jeq}{Kt.Ke}.p + \frac{Jeq.L}{Kt.Ke}.p^2}.U(p) + \frac{R}{Kt.Ke}.\frac{1 + \frac{L}{R}.p}{1 + \frac{R.Jeq}{Kt.Ke}.p + \frac{Jeq.L}{Kt.Ke}.p^2}.Cr(p) = \Omega(p)$$ **d'où on en déduit :**

$$Hm(p) = \frac{1/Ke}{1 + \frac{R.Jeq}{Kt.Ke}.p + \frac{Jeq.L}{Kt.Ke}.p^2}$$ **et** $$Hr(p) = \frac{R}{Kt.Ke}.\frac{1 + \frac{L}{R}.p}{1 + \frac{R.Jeq}{Kt.Ke}.p + \frac{Jeq.L}{Kt.Ke}.p^2}$$ **donc que :**

$$\boxed{Km = 1/Ke}\ ;\ \boxed{Kr = \frac{R}{Kt.Ke}}\ ;\ \boxed{\tau = \frac{L}{R}}\ ;\ \boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{Kt.Ke}{Jeq.L}}}$$ **et** $$\boxed{z = \frac{R}{2}.\sqrt{\frac{Jeq}{Kt.Ke.L}}}$$.

Applications numériques :

Km = 0,529 rad.s^{-1}.V^{-1} ; Kr = 0,370 rad.s^{-1}.N^{-1}.m^{-1} ; τ = 0,492 s ; ω_0 = 0,443 rad.s^{-1} et ; z = 2,29.(sans unité)

ÉTUDE DES PERFORMANCES EN CHAINE DIRECTE

Q2 a . $N_0 = Km.U_0.60 / 2.\pi$ et $N_{r0} = (Km.U_0 + Kr.Cr_0).60 / 2.\pi$.

Q2 b . $\Delta N = N_0 - N_{r0} = - Kr.Cr_0.60 / 2.\pi$.

Q2 c . Application numérique : $\Delta N = - 0,370.(- 25).60 / 2.\pi = 88,333$ tr.min^{-1}.

ÉTUDE DE LA BOUCLE FERMÉE

Q3. On a Cr(p).Hr(p) + ε(p).C(p).Hm(p) = Ω(p)

donc Cr(p).Hr(p) + Uc(p).C(p).Hm(p) - V(p).C(p).Hm(p) = Ω(p)

ou encore Cr(p).Hr(p) + Uc(p).C(p).Hm(p) – a.Ω(p).C(p).Hm(p) = Ω(p)

donc Cr(p).Hr(p) + Uc(p).C(p).Hm(p) = (a.C(p).Hm(p) + 1).Ω(p)

ainsi : $$Cr(p).\frac{Hr(p)}{1 + a.C(p).Hm(p)} + Uc(p).\frac{C(p).Hm(p)}{1 + a.C(p).Hm(p)} = \Omega(p)$$

d'où par identification : $$\boxed{Gr(p) = \frac{Hr(p)}{1 + a.C(p).Hm(p)}}$$ **et** $$\boxed{Gc(p) = \frac{C(p).Hm(p)}{1 + a.C(p).Hm(p)}}$$

ÉTUDE DU SYSTÈME ASSERVI NON CORRIGÉ

Q4. Comme $Gc(p) = \frac{C(p).Hm(p)}{1 + a.C(p).Hm(p)} = \frac{Km}{a.Km + (1 + \frac{2.z}{\omega_0}.p + \frac{p^2}{{\omega_0}^2})} = \frac{Km}{1 + (1 + \frac{2.z}{\omega_0}.p + \frac{p^2}{{\omega_0}^2})} = \frac{Km/2}{1 + \frac{z}{\omega_0}.p + \frac{p^2}{2.{\omega_0}^2}}$

d'où $\boxed{Gco = Km / 2}$; $\boxed{\omega_0 * = \sqrt{2}.\omega_0}$ **et** $\boxed{z* = z/\sqrt{2}}$

De même $Gr(p) = \frac{Hr(p)}{1 + a.C(p).Hm(p)} = Kr.\frac{1 + \tau.p}{a.Km + (1 + \frac{2.z}{\omega_0}.p + \frac{p^2}{{\omega_0}^2})} = Kr.\frac{1 + \tau.p}{1 + (1 + \frac{2.z}{\omega_0}.p + \frac{p^2}{{\omega_0}^2})} = \frac{Kr}{2}.\frac{1 + \tau.p}{1 + \frac{z}{\omega_0}.p + \frac{p^2}{2.{\omega_0}^2}}$

d'où $\boxed{Gro = Kr / 2}$

Applications numériques : $Gco = 0{,}265\ rad.s^{-1}.V^{-1}$; $Gro = 0{,}185\ rad.s^{-1}.N^{-1}.m^{-1}$;

ω_0* = 1,414.0,443 = 0,626 $rad.s^{-1}$ et z* = 2,29 / 1,414 = 1,62 (sans unité).

Q5. Les deux systèmes à comparer sont des seconds ordres ayant des facteurs d'amortissements et des pulsations propres différents.
Mais, comme en même temps $\omega_0 * = \sqrt{2}.\omega_0 > \omega_0$ **et 1 < z* < z, le système asservi non corrigé est incontestablement plus rapide que la chaîne directe.**
On en déduit donc que le système asservi non corrigé est plus rapide que la chaîne directe.

a) Étude de la stabilité du système asservi non corrigé

Q6. $H_a(p) = a.C(p).H_m(p)$ donc numériquement : $H_a(p) = \frac{V(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{1}{(1 + 10.p).(1 + 0{,}5.p)}$ **.**

Q7. a.Voir le document réponse DR2 pour les tracés.
Les pulsations de cassures sont : $\omega_A = 1/\tau_A = 1/10 = 0{,}1\ rad.s^{-1}$ et $\omega_B = 1/\tau_B = 1/0{,}5 = 2\ rad.s^{-1}$,
les gains sont : en A de 20.log(0,5) = – 6 dB, en B de – 32 dB et en C de – 60 dB,
les pentes des asymptotes sont :
de 0 pour les pulsations inférieures à 0,1 $rad.s^{-1}$,
de – 20 dB/décade pour les pulsations comprises entre 0,1 $rad.s^{-1}$ et 2 $rad.s^{-1}$,
de – 40 dB/décade pour les pulsations supérieures à 2 $rad.s^{-1}$.
les valeurs de phases asymptotiques sont :
de 0 pour les pulsations inférieures à 0,1 $rad.s^{-1}$,
de – 90° pour les pulsations comprises entre 0,1 $rad.s^{-1}$ et 2 $rad.s^{-1}$,
de – 180° pour les pulsations supérieures à 2 $rad.s^{-1}$.

b. Par une translation verticale de + 6 dB pour les gains (les diagrammes des phases sont identiques).

c. ΔG = + 6 dB et $\Delta\varphi$ = 0.

b) Sensibilité à la perturbation du système asservi non corrigé

Q8. $\Delta N = N_0 - N_{r0} = -$ Gro.Cr_0.60 / 2.π = - (Kr / 2).Cr_0.60 / 2.π.

Application numérique : ΔN = - (0,370 / 2).(- 25).60 / 2.π = 44,166 $tr.min^{-1}$.

ÉTUDE DU SYSTÈME ASSERVI CORRIGÉ

a) Correction proportionnelle

Q9. La fonction de transfert : $H_b(p) = \frac{V(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K_p}{(1+10.p).(1+0,5.p)}$ **.**

Q10. On trouve ω_1 voisine de 2 rad.s^{-1} et donc $G_{dB\text{-}b}(\omega_1)$ d'environ $20.\log(K_p) - 35$ dB (constructions en orange).
Q11.a. Il faut que $G_{dB\text{-}b}(\omega_1) = 20.\log(K_p) - 35$ dB $= 0$ soit $20.\log(K_p) = 35$ dB donc que $K_p = 10^{35/20} = 56,234$

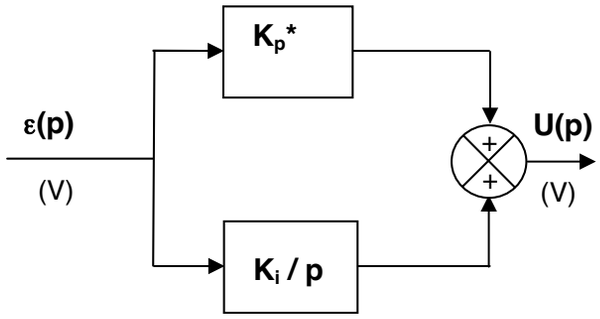
Q11.b. Voir le document réponse DR2 pour le tracé.

Q11.c . La marge de gain est infinie.

b) Correction proportionnelle et intégrale

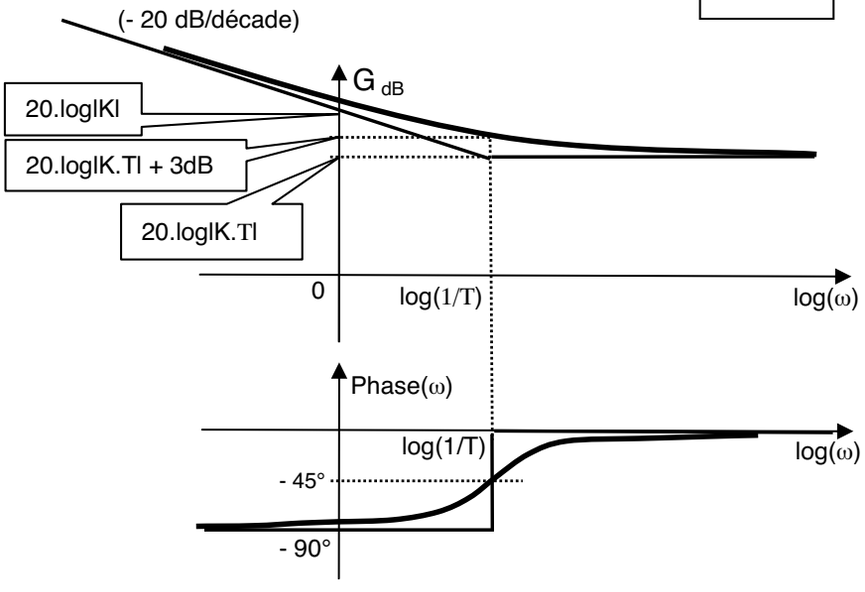
Q12.

U(p) = $K_p^*.\varepsilon(p) + (K_i / p).\varepsilon(p)$
= $[p.K_p^*.\varepsilon(p) + K_i.\varepsilon(p)] / p$
= $[p.K_p^* + K_i].\varepsilon(p) / p$
= $K_i.[1 + p.K_p^*/ K_i].\varepsilon(p) / p$



Donc par identification : $K = K_i$ et $T = K_p^*/ K_i$.

Q13.



Q14. La fonction de transfert : $H_c(p) = \frac{V(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K.(1+T.p)}{p.(1+10.p).(1+0,5.p)}$ **.**

Q15.

Cas	1	2	3	4
Stabilité	**Instable**	**Stable**	**Stable**	**Stable**
Marge de gain	**(- 10 dB)**	**+ ∞**	**+ ∞**	**+ ∞**
Marge de phase	**- 10°**	**+ 25°**	**+ 45°**	**+ 70°**

Q16. Ce niveau de stabilité est atteint pour les cas 3 et 4. Le cas 3 présente une bande passante plus large que le cas 4 et donc correspond à un système plus rapide.

Q17. Le polynôme caractéristique est : $D(p) = K(1+Tp) + p(1+10p)(1+0,5p)$

Soit $D(p) = 5p^3 + 10,5p^2 + (1+KT)p + K$

5	**1+KT**
10,5	**K**
a	
K	

$$a = \frac{-1}{10,5}(5K - 10,5(1+KT)) = \frac{-1}{10,5}(5K - 10,5 - 10,5KT))$$

Il faut $\boxed{0 < K < \frac{10,5}{5 - 10,5T}}$ **Donc pour T=0,1 0<K<2,658**

Q18. Ce système n'est plus sensible à la perturbation grâce à l'intégrateur apporté par le correcteur.

Document Réponse DR2 :

