

# OPTIQUE GEOMETRIQUE

*L'optique géométrique tombe assez régulièrement. Les exos ne sont en général pas difficiles, encore faut-il avoir un minimum de bases ! Vérifiez que vous connaissez le principe de fonctionnement de la fibre optique à saut d'indice et des dispositifs optiques de base : œil, lunette, viseur, collimateur, microscope (cf. DM), appareil photo, vidéoprojecteur.*

*Les formules de conjugaisons sont en générales rappelées dans les énoncés ; toutefois, je vous conseille de connaître par cœur les formules de Descartes et de savoir comment retrouver celles de Newton, à partir d'une construction simple, si besoin.*

## **OG 1 : Quille d'un bateau. (CCINP)**

Un navire flotte sur l'eau, d'indice optique  $n = 4/3$ . La profondeur de la quille sous l'eau est  $h$  et la largeur du navire au niveau de la ligne de flottaison est  $d$ . A quelle condition la quille est-elle totalement invisible pour un observateur situé hors de l'eau ?

## **OG 2 : Doublet d'Huygens. (CCINP)**

On considère deux lentilles convergentes  $L_1$  et  $L_2$  de centres optiques  $O_1$  et  $O_2$ , de focales respectives  $f'_1$  et  $f'_2$  et distantes de  $e$ , telles que :  $\frac{f'_1}{3} = \frac{e}{2} = f'_2$ .

- 1- Représenter le système
- 2- Soit A un objet placé sur l'axe optique, au milieu de  $O_1$  et  $O_2$ . Déterminer par le calcul l'image de A par  $L_1$ , notée  $A_1$ , puis l'image de  $A_1$  par  $L_2$ , notée  $A_2$ .  
Retrouver ces résultats par construction géométrique.
- 3- Déterminer graphiquement le foyer objet et le foyer image du système puis retrouver ces résultats en utilisant les relations de conjugaison.

## **OG 3 : Doublet optique. (CCINP)**

« Lentille convergente de distance focale 0,3 m puis lentille divergente de focale 0,1 m placée à 0,2 m. Où placer la source lumineuse pour avoir des rayons parallèles ? »

*Commentaire du candidat : C'est l'énoncé mot pour mot. Au tableau, l'examineur proposera une résolution graphique puis demandera où sont placés les foyers de la lentille équivalente \*, ainsi que le nom d'un tel système.*

*\* Note de JLB : ce terme est impropre, on ne peut réellement parler de lentille équivalente à un système de 2 lentilles que si celles-ci sont accolées ; l'examineur demande ici la position des foyers du système centré composé de ce doublet.*

## **OG 4 : Détermination d'une focale. (Mines)**

Un système optique (S) donne d'un objet AB une image A'B' sur un écran à une distance  $D$  de (S). On intercale entre (S) et l'écran une lentille (L) de focale  $f'$  inconnue. On constate alors qu'en reculant l'écran d'une distance  $d$ , on obtient une image A''B'' deux fois plus grande que A'B'.

Déduire la nature et la focale de (L).

## **OG 5 : Miroirs plan et lentille. (CCINP, Mines)**

Un système optique centré est constitué d'une lentille convergente et d'un miroir plan séparés d'une distance  $d = 50\text{ cm}$ . On dispose d'un objet lumineux sur l'axe optique du système, en amont de la lentille. Lorsqu'on rapproche l'objet de la lentille depuis l'infini, on constate qu'il existe deux positions pour lesquelles le système donne une image dans le même plan que celui où se trouve l'objet. Sachant que ces deux positions sont distantes de  $D = 10\text{ cm}$ , déterminer la valeur de la focale de la lentille.

### OG 6: Microscope. (CCINP)

On vise, avec un microscope à faible grossissement, un point A situé sur une plaque. On pose sur A une lame de verre. Pour voir à nouveau net le point A, il faut remonter le microscope de  $l_1 = 2,5$  mm. A partir de cette position, on remonte une deuxième fois le microscope de  $l_2 = 5$  mm pour voir net un point B à la surface de la lame.

Calculer l'indice de la lame de verre.

### OG 7: Etude d'un appareil photo. (Centrale)

On considère un appareil photo composé d'un capteur CCD fixe et d'un objectif modélisé par une lentille convergente  $L_1$  de centre  $O_1$  et de focale  $f'_1 = 50$  mm, mobile par rapport au plan du capteur.

- 1- Un objet AB est situé très loin de l'appareil, A étant sur l'axe et B dans une direction faisant un angle  $\alpha$  avec l'axe. À quelle distance du capteur faut-il mettre la lentille pour avoir une image nette ? Si l'objet est une tour de 50 mètres de haut, à 2 kilomètres de l'appareil, quelle est la taille de l'image obtenue ?

Déterminer la valeur maximale  $\Delta$  dont il faut pouvoir déplacer la lentille si l'on veut photographier des objets situés à une distance comprise entre 60 cm et l'infini de l'appareil. Quel est l'encombrement de cet objectif, c'est-à-dire la distance maximale entre l'entrée de l'objectif et la pellicule ?

L'objectif possède un diaphragme rétractable qui est collé à la lentille et on note  $D$  son diamètre d'ouverture. Le capteur CCD est composé de pixels carrés de côté  $a = 25$   $\mu\text{m}$ . Déterminer les positions A des objets ayant une image nette sur le capteur CCD pour une mise au point à l'infini. Calculer la profondeur de champ si  $D = f'_1/16$ . Pourquoi utilise-t-on un pied pour prendre en photo un paysage ?

Afin d'agrandir l'image de la tour, on utilise plutôt un téléobjectif, composé de l'association de la lentille  $L_1$  précédente avec une lentille divergente  $L_2$  de focale  $f'_2 = -25$  mm, située à 31,2 mm derrière  $L_1$ . Ce téléobjectif est placé à une distance appropriée de la pellicule et est mobile sur la distance  $\square$  calculée à la question précédente.

- 2- À quelle distance de la pellicule faut-il mettre la lentille  $L_2$  pour avoir une image nette de la tour ? Quelle est la taille de l'image obtenue ?  
Pourrait-on obtenir une telle taille avec un objectif ne comportant qu'une lentille ? Quel est l'intérêt du téléobjectif ?  
Quelle est la position des objets que l'on peut observer nettement avec ce téléobjectif ?

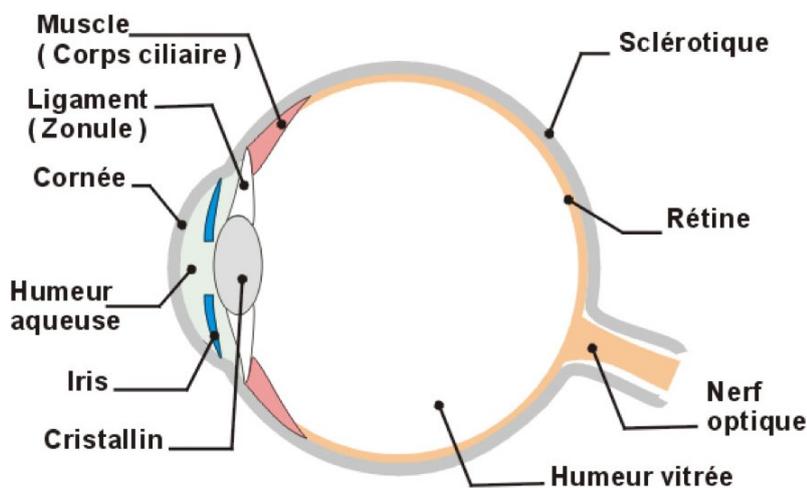
### OG 8: L'œil. (Centrale 2)

Les formules du grandissement de Descartes et de Newton sont fournies.

Les deux principaux éléments de l'œil humain, dont une coupe est donnée ci-contre, sont le cristallin, qui peut être modélisé sommairement par une lentille convergente, et la rétine, qui joue le rôle d'écran sur lequel se forment les images des objets observés. On supposera le rayon de l'œil égal à 12 mm et l'indice de l'humeur (aqueuse ou vitrée) égale à 1. Les conditions de Gauss sont supposées respectées.

#### A- Etude d'un œil emmétrope.

- 1- Un œil emmétrope est un œil sans défaut de la vision. Un objet à l'infini est alors vu net sans effort. Que vaut la distance focale  $f'$  de l'œil emmétrope ?
- 2- Si l'on prenait pour indice optique de l'humeur  $n = 1,34$ , cette distance focale serait-elle plus élevée ou plus faible ?



- 3- Un objet à distance finie peut être vu nettement grâce à une contraction du corps ciliaire qui déplace légèrement le cristallin. Sachant que l'œil emmétrope voit net jusqu'à une distance minimale  $d_{prox} = 25$  cm, déterminer l'amplitude de déplacement du cristallin.

### B- Etude d'un œil hypermétrope.

Un œil hypermétrope est un œil qui ne voit net que jusqu'à une distance minimale  $d_{prox,H} > 25$  cm ; une des causes possibles d'hypermétropie est un défaut de puissance du cristallin dont la focale diffère de celle calculée au 1.a. On s'intéresse ici à un sujet hypermétrope ne voyant qu'au-delà de  $d_{prox,H} = 1$  m et qui porte des lunettes correctrices que nous modéliserons par une lentille de focale  $F'$  collée à l'œil.

- 1- Dire si cette lentille correctrice est convergente ou divergente puis calculer  $F'$ .
- 2- La valeur de  $d_{prox,H}$  a-t-elle une grande influence sur la valeur de  $F'$  ?
- 3- Le sujet prend ses lunettes, les tend devant lui à bouts de bras à une distance  $D_1 = 80$  cm de ses yeux, et observe à travers ses lunettes un objet situé à une distance  $D_2 = 20$  cm de celles-ci. Observe-t-il une image nette ? Si oui, cette image est-elle droite ou renversée ? Est-elle agrandie ou rétrécie ?

### C- Etude d'un œil myope.

On s'intéresse ici à un sujet myope qui ne voit net que jusqu'à une distance maximale  $d_{max} = 2$  m. On suppose que cette myopie n'est pas due à un défaut de puissance du cristallin mais à la taille de l'œil.

Déterminer la distance  $l_{min}$  entre le cristallin et la rétine de ce sujet.

## OG 9 : Analyse d'une photo. (Mines-Télécom)

Déterminer la hauteur de la chute d'eau qui apparaît sur la photographie ci-contre.

On dispose des caractéristiques techniques de l'appareil photo et de son objectif, telles qu'on peut les lire dans leurs modes d'emplois respectifs, ainsi que des réglages de l'appareil lors de la prise de vue.

#### Réglages de la prise de vue :

Ouverture :  $f/90$   
 Durée d'exposition :  $1/100$  s  
 Distance focale : 135 mm

#### Caractéristiques techniques de l'appareil :

Type de capteur : CMOS APS-C  
 Taille du capteur :  $22,3 \times 14,9$  mm  
 Ratio d'aspect : 3 : 2  
 Nombre de pixels total : 18,7 millions  
 Nombre de pixels effectifs : 18,0 millions

Les positions du photographe et de la cascade sont fléchées sur la carte ci-dessous.



**OG 10: Etude d'un zoom d'appareil photo. (Centrale)**

On étudie un objectif d'appareil photo constitué de deux lentilles et utilisé comme système de zoom ; la lentille la plus proche de l'objet photographié est divergente (notée  $D$ ) de distance focale  $\varphi$  et la seconde, plus proche du capteur, est convergente (notée  $C$ ) de distance focale  $f$ . La distance entre la seconde lentille et le capteur vaut  $2f$ .

- 1- On cherche tout d'abord à photographier un objet à l'infini : exprimer la position de  $D$  pour obtenir une image correcte de cet objet. Faire ensuite de même dans le cas d'un objet situé à une distance  $d$  de la lentille  $D$ .
- 2- Cet objet à l'infini est vu sous un angle  $\alpha$  depuis l'objectif. Donner la taille de l'image de l'objet par le zoom. En déduire la focale équivalente au système.
- 3- On déplace maintenant la lentille  $D$  d'une distance  $x$ . Étudier la situation et en déduire que la focale équivalente du zoom est réglable.

**OG 11: Appareil photo jetable. (Mines)**

On considère un appareil photo jetable dont on ne peut donc pas régler la mise au point. L'objectif de l'appareil photo est assimilé à une lentille convergente de distance focale  $f' = 35$  mm et de rayon d'ouverture  $R = 2$  mm. La pellicule est constamment située dans le plan focal image de la lentille. On note  $g$  le grain de l'émulsion photosensible, c'est à dire le rayon minimum pour lequel on peut distinguer deux cellules différentes sur la pellicule. On prendra  $g = 20$  micromètres.

- 1- Déterminer la profondeur de champ, c'est à dire la distance minimum d'un objet dont l'image nous apparaît nette sur la photo.
- 2- Comment améliorer l'appareil photo ? Quels paramètres augmenter, diminuer ? Quels effets peut-on craindre suite à une diminution de  $R$  ?

**OG 12: Lentille formée de prismes. (Centrale 1)**

- 1- Rappeler les lois de Descartes et les conditions de Gauss.
- 2- On considère un prisme comme représenté sur la figure 1, dont l'angle au sommet  $a$  est petit devant 1. Calculer l'angle de déviation de ce prisme.
- 3- On considère maintenant une succession de prisme, de même hauteur  $a$  mais d'angles au sommet  $a_k$  distincts, disposés les uns au-dessus des autres comme représenté sur la figure 2. On souhaite que cet ensemble puisse servir de lentille.

En considérant une onde plane en incidence normale sur cette « lentille », déterminer une relation sur la suite des  $a_k$  afin qu'en sortie tous les rayons lumineux convergent vers un même point de l'axe optique.



Figure 1

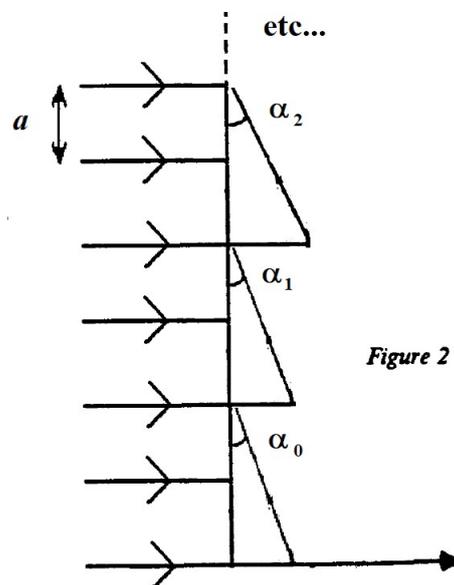
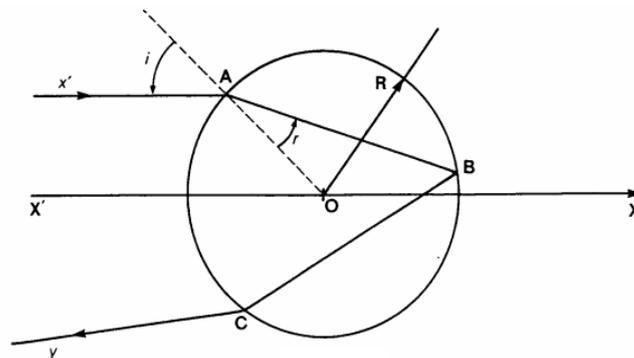


Figure 2

**OG 13**: L'arc en ciel. (*Mines, X en version brutale*)

On considère un faisceau de lumière parallèle qui éclaire des gouttes d'eau en suspension dans l'air. On étudie un rayon réfracté et réfléchi à l'intérieur d'une goutte d'eau sphérique d'indice  $n$ , de centre  $O$  et de rayon  $R$  (voir schéma).



On s'intéresse à l'angle  $\alpha = \{(OX'), Cy\}$ , caractéristique de la déviation du rayon après traversée de la goutte (et réflexion à l'intérieur). L'angle « de déviation » au sens strict est :  $D = \pi - \alpha = \{(x'A), Cy\}$ .

1- Montrer que  $\alpha = 4r - 2i$ .

2- Trouver une condition entre  $i$  et  $r$  pour obtenir un extremum de  $\alpha$ , soit  $d\alpha = 0$ .

3- On note  $\alpha_m$  la valeur de cet extremum. Déterminer  $\sin\left(\frac{\alpha_m}{2}\right)$  en fonction de  $n$  et effectuer l'application numérique sachant que  $n = 1,33$ .

4- Vérifier que cette configuration correspond à un minimum de déviation et interpréter le phénomène d'arc en ciel.