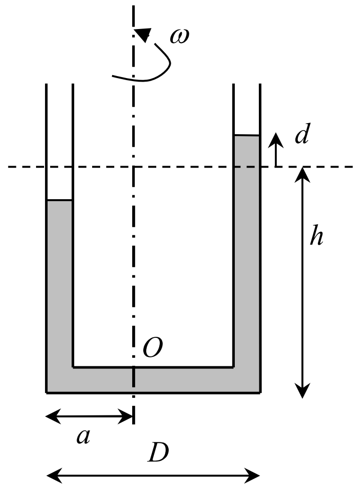
STATIQUE DES FLUIDES - PRESSION

Question préalable : retrouver l'équivalent volumique des forces de pression (c'est-à-dire, montrer que les forces pressantes s'exerçant sur un système élémentaire de volume $d\tau$ autour d'un point P se met sous la forme : $\overrightarrow{\delta F_{pressante}} = -\overrightarrow{grad}(P)d\tau$)

SF 1 : Etude d'un système en rotation.



On considère un fluide incompressible de masse volumique ρ au repos dans un tube en rotation uniforme à la vitesse angulaire ω constante autour d'un axe vertical (Oz) fixe. O est le point situé le plus bas dans le tube, sur l'axe de rotation, la section du tube étant négligeable. On appelle h la hauteur de fluide en l'absence de rotation, D la largeur du tube et on note $L = D + 2h$. On donne :

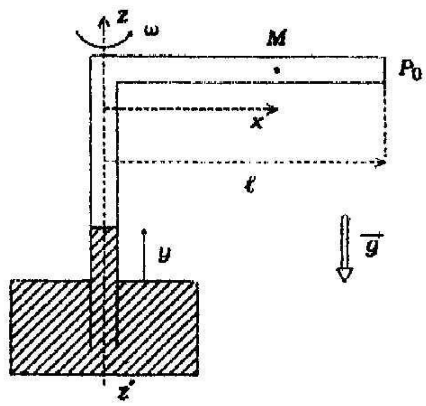
$D = 0{,}3$ m ; $a = 0{,}1$ m ; $g = 10$ m.s^{-2} ; $\rho = 13.10^3$ kg.m^{-3}

1- Donner la loi d'équilibre du fluide dans le référentiel du tube puis l'intégrer pour obtenir l'expression, en fonction de la pression en O, de la pression en tout point [on utilisera les coordonnées cylindriques d'axe (Oz)]. Quelle est la forme de la surface libre du fluide ?

2- On note d la montée du niveau du fluide par rapport à l'absence de rotation, dans la colonne la plus remplie. En supposant qu'il y a du liquide dans les deux colonnes, déterminer la loi reliant d et ω.

3- A partir de quelle valeur ω_{max} de ω n'y a-t-il plus de liquide dans la colonne la plus proche de (Oz) ? Que vaut alors la pression en O ? Calculer numériquement $P(O)$ pour $\omega = \omega_{max}$ avec $h = 0{,}1$ m. Déterminer qualitativement l'évolution ultérieure du système.

SF 2 : Etude d'un système en rotation. (*Navale, Centrale*)



On étudie le dispositif ci-contre ou un tube coudé, ouvert à ses deux extrémités et rempli d'air, est plongé dans un liquide et mis en rotation à vitesse angulaire constante.

Calculer la pression en tout point de l'air et du liquide et expliquer pourquoi on observe une ascension de liquide dans le tube. Calculer la hauteur y de l'ascension en fonction des paramètres pertinents du problème.

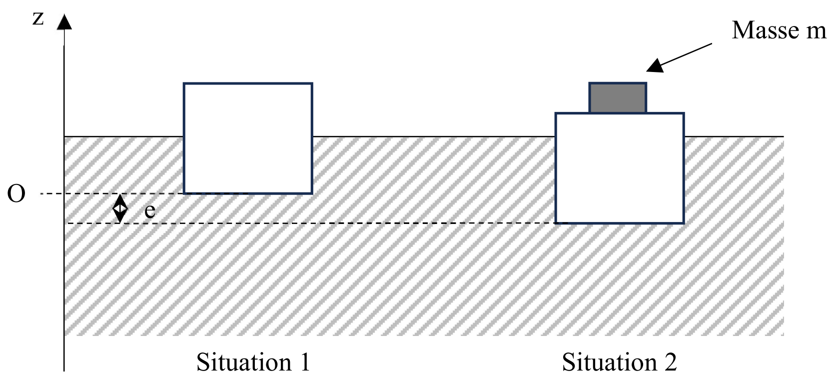
SF 3 : Poussée d'Archimède dans un référentiel accéléré.

1- *ENSEA* : un ballon d'hélium est attaché dans un bus qui ralenti à accélération constante. Décrire la position d'équilibre prise par le ballon.

2- *Mines* : Dans un ascenseur, on place un verre d'eau dans lequel flotte un bouchon de liège. L'ascenseur se met à descendre avec une accélération $a < g$. Le bouchon s'enfonce-t-il ou au contraire ressort-il de l'eau ?

SF 4 : Flottaison. (*CCP*)

On s'intéresse à un cube en vois d'arête c et de masse volumique ρ_b plongé dans l'eau de masse volumique ρ_e dans deux configurations



1- En considérant la situation 2, déterminer c en fonction de ρ_e, m et e.

2- Déterminer la force de pression exercée par l'eau sur le cube dans la situation 1 en fonction de ρ_e, m, e, ρ_b, g.

3- Justifier qualitativement que l'équilibre observé dans la situation 1 est un équilibre stable.

4- On considère que l'eau a une viscosité nulle. Montrer que le cube oscille selon la verticale autour de sa position d'équilibre et déterminer la période des oscillations

SF 5 : Saturne. (*Centrale* 1)

Saturne est composée principalement d'éléments légers, l'hydrogène et l'hélium, sous forme liquide. Ces éléments composaient la nébuleuse primordiale. On modélise cette planète par une sphère de rayon $R_{Sa} = 5{,}82.10^7$ m et de masse $M_{Sa} = 5{,}69.10^{26}$ kg. On donne la valeur de la constante de gravitation : $G = 6{,}67.10^{-11}$ m^3 s^{-2} kg^{-1}.

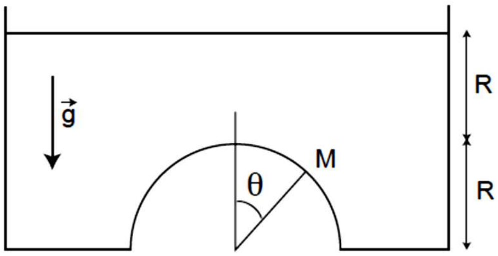
1- Calculer numériquement la masse volumique moyenne ρ_S de Saturne et commenter.

2- En supposant la masse volumique uniforme et le référentiel lié à Saturne galiléen, exprimer le champ de pesanteur $\vec{g}(r)$ à une distance $r < R_{Sa}$ du centre O de Saturne, en fonction de g, R_{Sa}, M_{Sa}, r et $\overrightarrow{u_r}$. Calculer le champ de pesanteur g_0 à la surface de Saturne

3- On admet que le champ de pression à l'intérieur de Saturne suit la loi de l'hydrostatique et que la pression à la surface de Saturne est nulle. Établir l'expression du champ de pression $P(r)$ pour $r < R_{Sa}$.

Sous une pression supérieure à $P_{met} = 2$ Mbars, l'hydrogène existe sous une phase métallique inconnue sur Terre. À quelle distance r_{met} du centre l'hydrogène est-il dans cet état ?

$\boxed{\text{SF 6}}$: Résultante des forces de pression.



On considère un récipient cylindrique, rempli d'eau sur une hauteur *h*, dont le fond est bombé en forme de demi-sphère de rayon $R = \frac{h}{2}$. La masse volumique de l'eau est notée ρ et l'ensemble est plongé dans l'air atmosphérique.

1- Trouver la pression $P_s(M)$ exercée en un point M de la demi-sphère par le fluide situé dans le récipient. M sera repéré en coordonnées sphériques depuis le centre O de la demi-sphère.

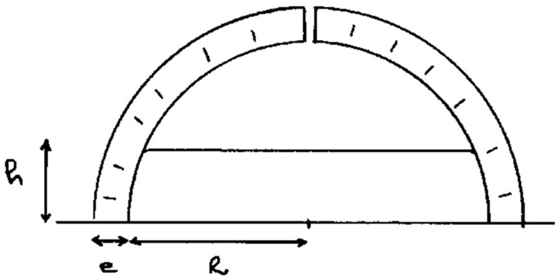
2- Donner la différence $\Delta P(M)$ entre les pressions exercées en M par le fluide et par l'air situé sous le récipient. En déduire la force $d\vec{F}$ (M) exercée sur une surface élémentaire autour de M.

3- Calculer la résultante des forces de pression sur la demi-sphère.

4- Comparer ce résultat avec celui que l'on obtiendrait dans le cas d'un fond plat.

$\boxed{\text{SF 7}}$: Soulever un capsule avec de l'eau (X et *ENS*)

Une capsule hémisphérique renversée de masse 280 g, de rayon intérieur $R = 4$ cm et d'épaisseur négligeable repose sur un plan contre lequel ses bords s'appliquent exactement. Par un petit trou (de section négligeable) percé au fond de la capsule, on verse du mercure, dont on rappelle que la densité est de 13,6.



Quelle hauteur *h* de liquide peut-on verser sans que celui-ci s'échappe entre le plan et le bord de la capsule ?