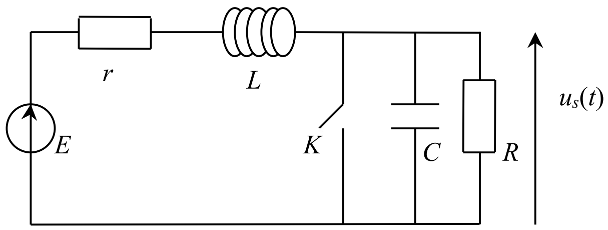
Circuits et quadripôles linéaires - Filtres

Attention : l'électronique est calculatoire et on ne corrigera pas intégralement tous les calculs en classe.

Exercice 1 : Etude d'un régime transitoire puis d'un RPS

On considère le circuit représenté ci-contre, alimenté par une source de tension continue de force électromotrice E, et dans lequel l'interrupteur K est **fermé** depuis suffisamment longtemps pour qu'un régime permanent soit établi. On s'intéresse au régime transitoire qui suit **l'ouverture** de l'interrupteur à un instant t_0 choisi comme origine des temps.



1- Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension $u_s(t)$, en exprimant ses coefficients en fonction de l'inductance L de la bobine supposée idéale, de la capacité C du condensateur également supposé idéal, des résistances R et r et de la fém E.
Définir et exprimer en fonction des données, la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q de ce circuit.

Dans toute la suite, on supposera que : $\mathbf{r = R = 1\,k\Omega}$ et que : $\mathbf{rC = \frac{L}{R} = 0{,}1\,ms}$; cette durée est notée τ.

2- Etablir l'expression de $u_s(t)$ en fonction de t, E et τ, puis donner une allure précise du graphe représentant $u_s(t)$.

On suppose maintenant ce même circuit alimenté par une tension d'entrée $e(t)$ sinusoïdale de pulsation ω réglable : $e(t) = E \sin(\omega t)$. L'interrupteur K reste ouvert.

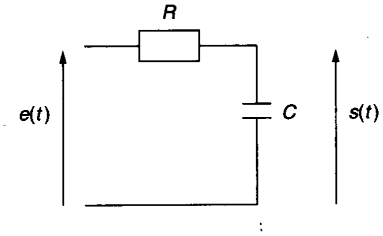
L'amplitude complexe associée à une grandeur électrique $u(t)$ sinusoïdale de pulsation ω sera notée $\underline{U}$; le module de $\underline{U}$ sera quant à lui noté simplement $U = |\underline{U}|$.

3- En utilisant directement la notation complexe, déterminer l'expression de l'amplitude complexe $\underline{U}_s$ de la tension de sortie, puis son expression temporelle $u_s(t)$, en fonction de E, ω et τ. Retrouver ce résultat en utilisant l'équation différentielle obtenue plus haut.

4- $u_s(t)$ peut-elle être en phase avec $e(t)$? En opposition de phase ? En quadrature avance ? En quadrature retard ? Dans le cas où un tel déphasage est possible, déterminer la pulsation permettant de l'observer. Effectuer l'application numérique.
Observe-t-on une résonance de charge dans ce circuit ?

5- On suppose que la tension d'entrée $e(t)$ est initialement nulle et ne s'écrit : $E \sin(\omega t)$ qu'à partir d'un instant t_0 choisi comme origine des temps. Expliquer brièvement mais précisément la forme de la tension $u_s(t)$ observée à l'oscilloscope à mémoire à partir de $t_0 = 0$ puis donner son expression littérale en fonction des données, sans toutefois calculer les constantes d'intégration qui pourraient intervenir. Quelle tension d'entrée $e(t)$ faut-il appliquer au circuit pour observer cette évolution de u_s si on ne dispose pas d'un oscilloscope à mémoire ?

Exercice 2 : Réponse impulsionnelle et sinusoïdale forcée



On étudie la tension $s(t)$ dans le circuit ci-contre, alimenté par une tension $e(t)$ variable.

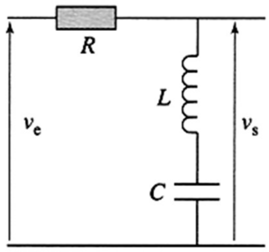
1- Déterminer le temps caractéristique de réponse de ce circuit puis l'expression et le graphe de $s(t)$ lorsque $e(t)$ est :

1a- Une impulsion de tension de durée τ_0 : $e(t) = 0$ pour $t < 0$ ou $t > \tau_0$ et $e(t) = E$ pour $0 < t < \tau_0$;

1b- La limite de l'impulsion précédente lorsque $\tau_0 \to 0$ et $E \to \infty$, le produit $E\tau_0$ étant maintenu constant et noté I (réponse impulsionnelle).
En déduire rapidement le graphe donnant, dans chaque cas, la tension aux bornes de R.

2- Déterminer la nature du filtre obtenu à partir de ce montage en régime permanent sinusoïdal, selon que l'on observe la tension aux bornes de C ou aux bornes de R.
A l'aide d'une analyse de Fourier, discuter le lien entre la nature de ces filtres et les résultats obtenus à la question 1 pour la réponse impulsionnelle.

Exercice 3 : filtrage par un coupe-bande



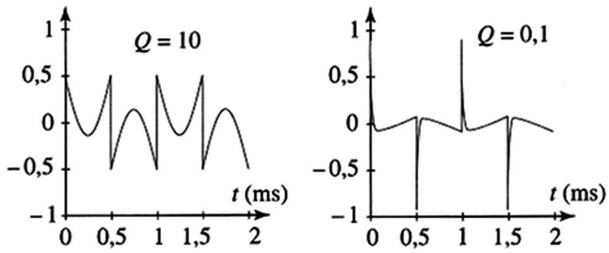
1- Vérifier que la fonction de transfert suivante correspond à un coupe bande :

$$\underline{H} = \frac{1 - x^2}{1 + j\dfrac{x}{Q} - x^2}$$

Préciser sa bande coupée à – 3 dB en fonction de Q puis tracer les diagrammes de Bode du gain et de la phase lorsque Q vaut respectivement 0,2 ; 1 et 5.

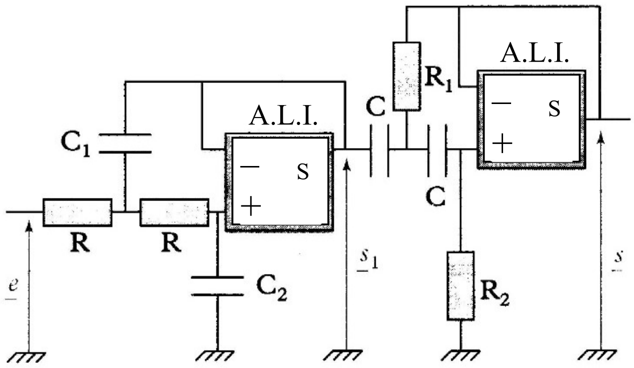
2- Vérifier que le montage ci-contre correspond à un tel filtre et calculer ses éléments caractéristiques.
Puis sachant que L = 10 mH, calculer les valeurs à donner à C et R pour obtenir respectivement deux filtres A et B de même fréquence coupée f_0 égale à 1 000 Hz et de facteurs de qualité respectivement égaux à 10 et 0,1.

3- Les courbes ci-contre correspondent à la réponse des deux filtres A et B à un signal créneau d'amplitude 0,5 V et de fréquence 1 000 Hz.
Interpréter.



Exercice 4 : étude d'un filtre d'ordre 4

On étudie le circuit ci-dessous contenant deux Amplificateurs Linéaires Intégrés (A.L.I.) idéaux.



$R = 10\,k\Omega$; $R_1 = 8\,k\Omega$; $R_2 = 16\,k\Omega$;
$C = 47\,nF$; $C_1 = 7\,nF$; $C_2 = 3{,}5\,nF$

1- Exprimer les transmittances $\underline{H}_1 = \frac{\underline{s}_1}{\underline{e}}$ et $\underline{H}_2 = \frac{\underline{s}}{\underline{s}_1}$

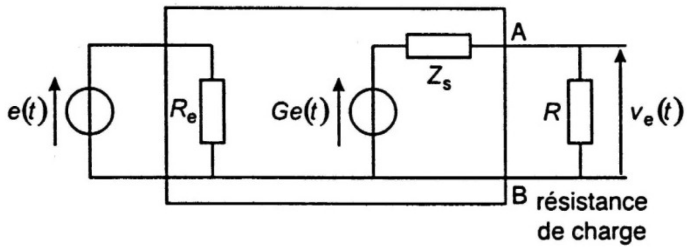
2- Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}$ du montage complet en jutifiant la méthode employée. Quelle est la nature du filtre réalisé ?

3- Représenter les diagrammes de Bode réels et asymptotiques associés à $\underline{H}$. Commenter.

(*) On montrera que : $\underline{H}_1 = \dfrac{1}{1 + 2jRC_2\omega - R^2C_1C_2\omega^2}$ puis on en déduira $\underline{H}_2$ sans calculs.

Exercice 4 : Etude expérimentale d'un amplificateur

On veut modéliser un amplificateur par le schéma électrique ci-contre où la résistance d'entrée R_e peut être considérée infinie.



On réalise pour cela les essais suivants :

Essai 1 : $e(t) = E.\cos(2\pi ft)$; $R = 16\,\Omega$; valeur efficace de e : 1 mV

Résultats : On mesure une valeur efficace de la tension de sortie v_e : $\frac{2}{3}$V

Essai 2 : $e(t) = E.\cos(2\pi ft)$; $R = 8\,\Omega$; valeur efficace de e : 1 mV

Résultats : on mesure une valeur efficace de la tension de sortie v_e : 0,5 V

De plus on constate, lors de chacun de ces deux essais, que le signal de sortie garde, quelle que soit la fréquence, la même valeur efficace.

Déterminer le gain à vide G et l'impédance de sortie Z_s

Exercice complémentaire : étude d'un oscillateur à quartz

1- Oscillateur de Colpitts.
On souhaite étudier un oscillateur dont on donne ci-dessous les schémas réel et simplifié :

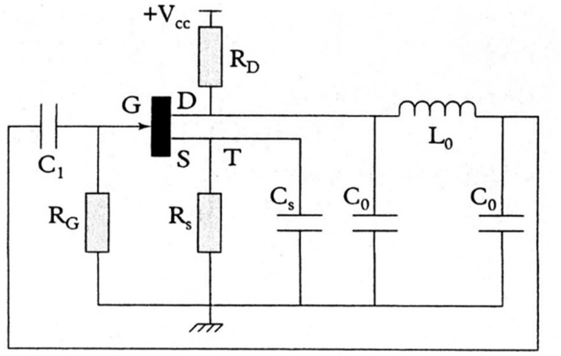


schéma réel

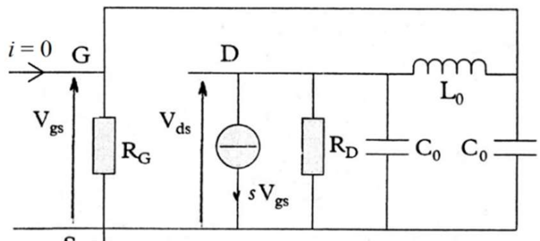


schéma alternatif équivalent

Les condensateurs C_1 et C_s peuvent être considérés comme des courts circuits.

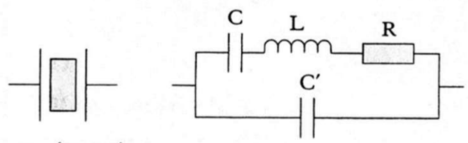
T est un transistor de transconductance s à effet de champ, et peut être assimilé en alternatif à la source de courant commandée par la tension V_{gs} du schéma équivalent et délivrant ainsi un intensité $s.V_{gs}$

a- Donner des relations entre V_{gs} et V_{ds}. En déduire que sous certaines conditions sur les paramètres R_D, R_G, C_0, L_0, s et la pulsation ω du régime sinusoïdal du circuit, la différence de potentiel V_{gs} peut prendre des valeurs non nulles en l'absences de tout générateur alternatif extérieur.

b- On admet que dans ce cas, le montage joue le rôle d'un oscillateur à la pulsation déterminer en **1a-** Donner la fréquence d'oscillation en fonction de L_0, C_0 et la relation entre s et R_D permettant l'oscillation du circuit, dans le cas où R_G est infinie.

2- Etude d'un quartz

Un quartz piézo-électrique peut être représenté par le schéma électrique ci-contre :



représentation symbolique du quartz

schéma équivalent

a- Calculer l'impédance complexe Z du quartz en fonction de C, C', L et ω (pulsation du régime sinusoïdal forcé) dans le cas ou R est nulle.

b- Tracer le graphe de l'impédance $Z = |\underline{Z}|$ en fonction de ω quand R est nulle. On introduira deux pulsations caractéristiques ω_s et $\omega_p\left(>\omega_s\right)$ que l'on explicitera.

c- Comment serait modifié le graphique précédent si R était non nulle mais de faible valeur ? (on se limitera à une réponse qualitative)

d- Dans quelle domaine de pulsations le quarts peut-il être assimilé à une inductance ? à une capacité ? Précisez alors leur valeur en fonction de ω.

e- Application numérique : $L = 2\,\text{mH},\ C = 10^{-2}\,\text{pF},\ C = 10\,\text{pF}$. Calculer les fréquences caractéristiques du quartz.

3- Oscillateur de Pierce

On remplace l'inductance L_0 de l'oscillateur de la question 1 par le quartz dont les caractéristiques sont celles de la question **2e-** On obtient alors un oscillateur de Pierce.

a- Dans quel domaine de pulsations, le montage peut-il osciller ?

b- Quel intérêt présente donc ce montage par rapport à celui à inductance ?

c- Calculer la fréquence d'oscillations du montage pour R_D infinie et $C_0 = 30\,\text{pF}$