Exercice complémentaire : étude d'un oscillateur à quartz

1- Oscillateur de Colpitts.
On souhaite étudier un oscillateur dont on donne ci-dessous les schémas réel et simplifié :

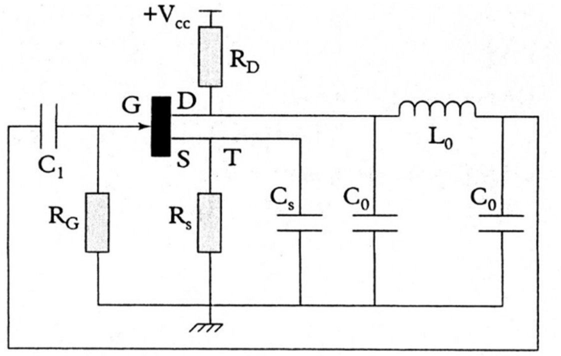


schéma réel

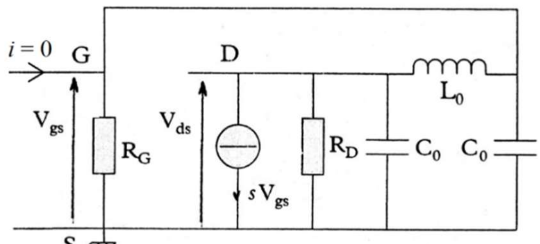


schéma alternatif équivalent

Les condensateurs C_1 et C_s peuvent être considérés comme des courts circuits.

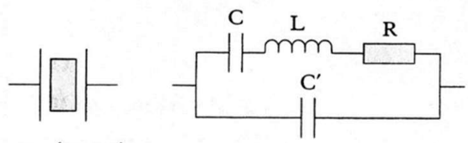
T est un transistor de transconductance s à effet de champ, et peut être assimilé en alternatif à la source de courant commandée par la tension V_{gs} du schéma équivalent et délivrant ainsi un intensité $s.V_{gs}$

a- Donner des relations entre V_{gs} et V_{ds}. En déduire que sous certaines conditions sur les paramètres R_D, R_G, C_0, L_0, s et la pulsation ω du régime sinusoïdal du circuit, la différence de potentiel V_{gs} peut prendre des valeurs non nulles en l'absences de tout générateur alternatif extérieur.

b- On admet que dans ce cas, le montage joue le rôle d'un oscillateur à la pulsation déterminer en **1a-** Donner la fréquence d'oscillation en fonction de L_0, C_0 et la relation entre s et R_D permettant l'oscillation du circuit, dans le cas où R_G est infinie.

2- Etude d'un quartz

Un quartz piézo-électrique peut être représenté par le schéma électrique ci-contre :



représentation symbolique du quartz

schéma équivalent

a- Calculer l'impédance complexe Z du quartz en fonction de C, C', L et ω (pulsation du régime sinusoïdal forcé) dans le cas ou R est nulle.

b- Tracer le graphe de l'impédance $Z = |\underline{Z}|$ en fonction de ω quand R est nulle. On introduira deux pulsations caractéristiques ω_s et $\omega_p \left(> \omega_s\right)$ que l'on explicitera.

c- Comment serait modifié le graphique précédent si R était non nulle mais de faible valeur ? (on se limitera à une réponse qualitative)

d- Dans quelle domaine de pulsations le quarts peut-il être assimilé à une inductance ? à une capacité ? Précisez alors leur valeur en fonction de ω.

e- Application numérique : $L = 2\,\text{mH}$, $C = 10^{-2}\,\text{pF}$, $C = 10\,\text{pF}$. Calculer les fréquences caractéristiques du quartz.

3- Oscillateur de Pierce

On remplace l'inductance L_0 de l'oscillateur de la question 1 par le quartz dont les caractéristiques sont celles de la question **2e-** On obtient alors un oscillateur de Pierce.

a- Dans quel domaine de pulsations, le montage peut-il osciller ?

b- Quel intérêt présente donc ce montage par rapport à celui à inductance ?

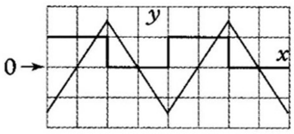
c- Calculer la fréquence d'oscillations du montage pour R_D infinie et $C_0 = 30\,\text{pF}$

Filtrage et analyse de Fourier

Exercice 1 : caractéristique d'un filtre passe-bande.

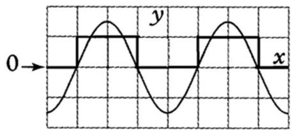
On considère un filtre passe-bande du second ordre de transmittance maximale H_0, de pulsation propre ω_0 et de facteur de qualité Q inconnus. On réalise les deux expériences décrites ci-dessous, en appliquant un signal créneau en entrée du filtre et en observant simultanément les signaux d'entrée et de sortie, en sortie ouverte.

Expérience 1 :



x : 1 carreau = 1 ms ; y : 1 carreau = 0,1 V pour le signal d'entrée et 20 mV pour le signal de sortie

Expérience 2 :



x : 1 carreau = 10 ms ; y : 1 carreau = 0,1 V pour le signal d'entrée et 2 V pour le signal de sortie

Dans l'expérience 2, si on augmente légèrement la fréquence du signal d'entrée, l'amplitude du signal de sortie diminue ; si on diminue légèrement cette fréquence l'amplitude diminue aussi.

1- Déterminer ω_0, Q et H_0 à l'aide de ces deux expériences.

2- Déterminer les caractéristiques du signal de sortie si le créneau d'entrée est de période égale à 200 ms. Représenter l'allure des signaux observés à l'oscilloscope dans cette 3ème configuration.

3- Ce montage peut-il fonctionner en dérivateur ?

Données : on donne ci-dessous les trois premières harmoniques de la décomposition de Fourier d'un signal créneau $u_e(t)$ de pulsation Ω, d'amplitude E et de valeur moyenne nulle :

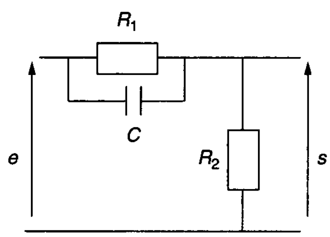
$$u_e(t) = \frac{4E}{\pi}\left(\cos(\Omega t) - \frac{1}{3}\cos(3\Omega t) + \frac{1}{5}\cos(5\Omega t) - ...\right)$$

Exercice 2 : identification de filtres

1- Déterminer la nature et la fréquence de coupure à – 3 dB d'un filtre tel qu'un signal d'entrée triangulaire d'amplitude 1 V et de fréquence f donne en sortie un créneau d'amplitude 32 mV pour f = 50 Hz, et un signal triangulaire d'amplitude 1 V pour f > 10 kHz.

2- Déterminer la nature et la fréquence de coupure à – 3 dB d'un filtre tel qu'un signal d'entrée en créneau d'amplitude 1 V et de fréquence f donne en sortie un créneau d'amplitude 0,5 V et déphasé de π pour f < 100 Hz, et un signal triangulaire d'amplitude 60 mV pour f = 20 kHz.

Exercice 3 : filtrage et dérivation

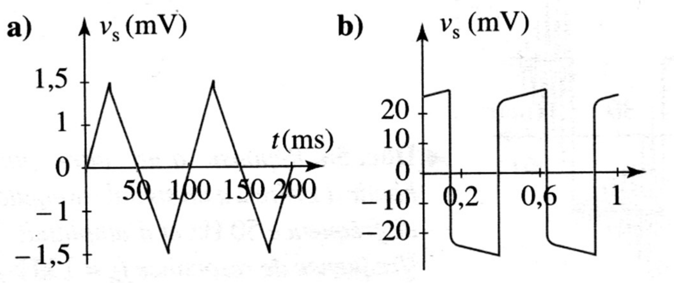


On s'intéresse au filtre ci-contre avec :
R_1 = 480 kΩ - R_2 = 1 kΩ - C = 3,3 nF

1- Déterminer le domaine de fréquence dans lequel ce filtre présente un caractère dérivateur et donner le lien entre $s(t)$ et $e(t)$ dans ce fonctionnement.

2- Expliquer l'allure des chronogrammes de $s(t)$ ci-dessous, sachant que :

- Dans le cas *a*), $e(t)$ est un signal triangulaire de fréquence 10 Hz et d'amplitude 1 V ;
- Dans le cas *b*), $e(t)$ est un signal triangulaire de fréquence 2 kHz et d'amplitude 1 V ;



Exercice 4 : Distorsion harmonique d'un amplificateur ; T.D.H.

Un amplificateur imparfaitement linéaire possède la caractéristique statique suivante :

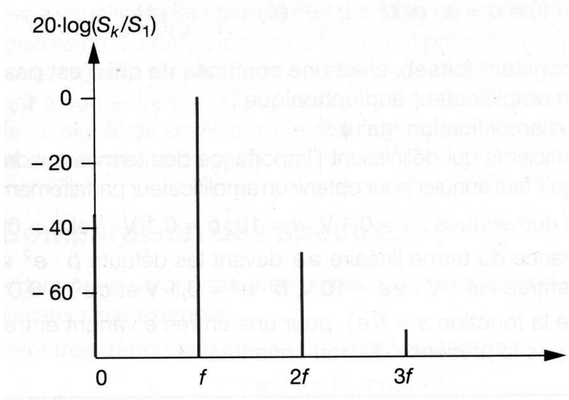
$$s(t) = 2\times e(t) - \frac{2}{15}\times e^3(t) \quad \text{avec } s \text{ et } e \text{ en Volts.}$$

On alimente l'amplificateur avec une tension e (t) sinusoïdale de pulsation ω.

1- Déterminer la décomposition de Fourier du signal de sortie s (t), puis l'amplitude maximale A_m que l'on peut donner à e(t) si on tolère en sortie la présence d'harmoniques dont les amplitudes n'excèdent pas 1% de celle du fondamental.

2- On choisit maintenant l'amplitude A_m pour le signal d'entrée. Le défaut de linéarité est-il visible sur le graphe de la caractéristique statique de l'amplificateur ? Comment ce graphe peut-il être obtenu expérimentalement ?
Le défaut est-il visible sur un spectre de Fourier tracé en échelle linéaire ? sur un spectre de Fourier tracé en échelle logarithmique avec une dynamique de 60 dB pour l'axe des ordonnées ? Comment ce spectre peut-il être obtenu expérimentalement ?

Un second amplificateur possède la caractéristique statique suivante : $s(t) = 0{,}1 + 10\times e(t) + 0{,}1\times e^2(t) + 0{,}01\times e^3(t)$ avec s et e en Volts.
Le spectre de $s(t)$, obtenu pour un signal d'entrée sinusoïdal d'amplitude 1 V, est donné sur la figure ci-contre ; l'amplitude de l'harmonique de rang k est notée S_k.



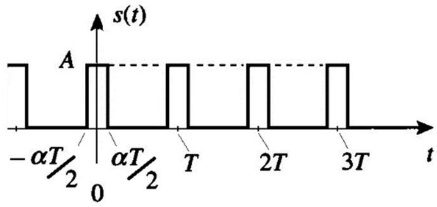
3- Sans effectuer de calculs explicites, expliquer la présence des différents termes de ce spectre.

4- On appelle Taux de Distorsion Harmonique du signal $s(t)$ la quantité notée T.D.H. et définie par $\text{T.D.H.} = \sqrt{\sum_{k>1}\left(S_k^2/2S_{eff}^2\right)}$ où S_{eff} est la valeur efficace de s (t).
En utilisant le théorème de Parseval, proposer une interprétation énergétique de cette expression et justifier la dénomination « taux de distorsion harmonique ».

5- Il existe une autre quantité appelée taux de distorsion harmonique « par rapport au fondamental », notée T.D.H.$_f$ et définie par : $\text{T.D.H.}_f = \sqrt{\sum_{k>1} S_k^2} \Big/ S_1$.
Pour quel type de signaux les deux définitions coïncident-elles quasiment ? Calculer numériquement le T.D.H.$_f$ du signal s(t) à l'aide des données du spectre ci-dessus ; donner sa valeur en décibels.

Exercice 5 : Peigne de Dirac et échantillonnage d'un signal.

1- Déterminer la décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$ rectangulaire périodique représenté ci-contre, d'amplitude A et de rapport cyclique α ; α est le rapport de la durée de l'état $s = A$ (durée d'un « impulsion ») sur la période T. On introduira la fonction « sinus cardinal » : $\mathrm{sinc}(x) = \sin(x) / x$.
Représenter le spectre du signal pour les 3 valeurs suivantes de α : 1/2 ; 1/6 ; 1/20.

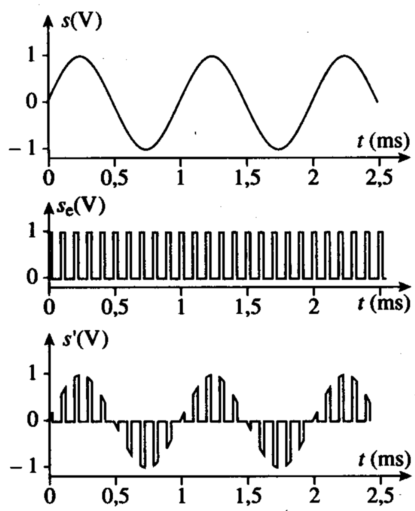


2- En déduire la décomposition de Fourier et le spectre d'une suite périodique d'impulsions infiniment brèves, obtenue comme la limite du signal précédent lorsque α tend vers zéro, l'aire $I = \alpha TA$ des impulsions étant maintenue constante ; un tel signal est appelé « peigne de Dirac ».

Afin de numériser un signal analogique $s(t)$, on doit tout d'abord « l'échantillonner », c'est-à-dire accéder à la valeur prise par ce signal à différentes dates périodiquement réparties : $s(0)$, $s(T_e)$, $s(2T_e)$, etc… Ce sont ces valeurs prises par s qui seront converties en suites de 0 et de 1 (codage binaire), transmises puis « décodées » afin de récupérer un signal analogique identique à s(t).

$f_e = 1/T_e$ est appelée fréquence d'échantillonnage.

Pour raisonner, on peut supposer que l'opération d'échantillonnage revient à multiplier analogiquement le signal s(t) par une suite périodique d'impulsions très brèves (idéalement un peigne de Dirac) de fréquence f_e ; le signal produit s'(t) obtenu est appelé signal échantillonné.



3- Dans le cas où s(t) est une pure sinusoïde de fréquence f , comme sur le schéma ci-contre, déterminer le spectre de s'(t).

4- Que devient ce spectre lorsque s(t) est un signal périodique non sinusoïdal contenant l'essentiel de son poids spectral entre les fréquences 0 et f_m ? Représenter graphiquement.

5- Montrer qu'il est possible, sous condition, de récupérer par filtrage le signal original s(t) à partir du signal échantillonné s'(t). On précisera la nature du filtrage à réaliser et on montrera qu'il est nécessaire d'avoir échantillonné le signal avec une fréquence $\boxed{f_e > 2f_m}$.
Ce résultat, tout à fait fondamental en traitement du signal, constitue le THEOREME DE SHANNON.

Exercice complémentaire : ligne à retard

On appelle ligne à retard un circuit qui retarde un signal quelconque d'une durée τ fixée, c'est-à-dire qui donne d'un signal d'entrée quelconque $e(t)$ un signal de sortie $s(t) = e(t - \tau)$.

1- Déterminer la transmittance d'un filtre se comportant rigoureusement comme une ligne à retard. Ce type de filtre est-il réalisable ?

2- Montrer qu'un filtre passe bas d'ordre 2 bien choisi permet d'obtenir une réalisation d'une ligne à retard avec une bonne approximation. On déterminera en particulier la pulsation centrale et le facteur de qualité à choisir.
Proposer un montage réalisant une ligne à retard de 1 ms à l'aide d'un circuit R,L,C, la valeur de l'inductance étant fixée à 0,1 H. On déterminera les valeurs des composants R et C à utiliser.

Interpréter les réponses obtenues avec ce filtre à partir des schémas ci-dessous.