

DM de PHYSIQUE n°3 - 3/2

Mardi 5 novembre 2024

Réviser la mécanique de Sup et la chimie des solutions (acide base et précipitation)

Si vous manquez de temps (privilégiez le cours de spé et les révisions de sup), vous pouvez ne traiter que 3 des 4 problèmes proposés. Faites le problème de chimie, un des deux problèmes à force centrales et le problème donné avec le DM2.

Exercice 1 : La mission Parker Solar Probe

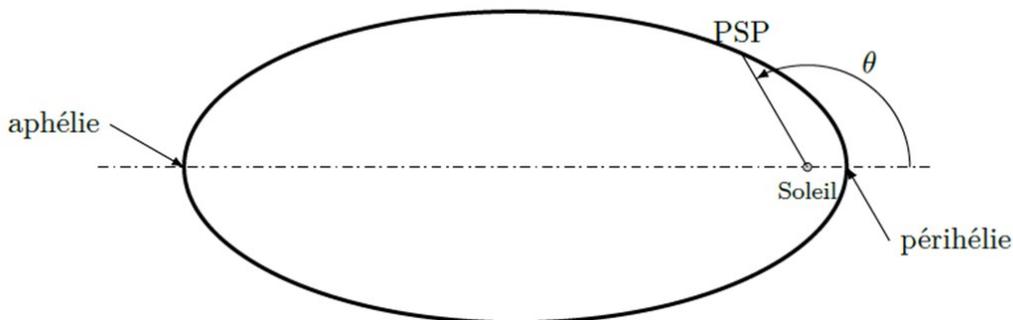
La sonde Parker Solar Probe (PSP), dont le lancement a eu lieu en 2018 s'est approché à une distance $r_p = 9,6R_s$ du centre du Soleil. La sonde est munie d'un bouclier thermique testé pour résister à une température de 1400K.

La réalisation des objectifs scientifiques de la mission dépend de la durée passée par la sonde en-deçà de la distance $r_{10} = 10R_s$ au centre du Soleil. On rappelle que la Terre décrit une trajectoire quasi-circulaire autour du Soleil, de rayon $r_T = 1\text{u.a.}$ (unité astronomique $1\text{u.a.} \approx 1,5 \cdot 10^{11}\text{ m}$)

- 1- L'orbite finale de PSP autour du Soleil est une ellipse de distance au périhélie $r_p = 4,6 \cdot 10^{-2}\text{ u.a.}$ et de distance à l'aphélie $r_a = 0,73\text{ u.a.}$. En déduire la période de révolution, en jours, de la sonde.
- 2- Déterminer la vitesse v_p de la sonde à son périhélie.

Dans le plan de l'orbite de la sonde, on note θ l'angle entre le grand axe de l'orbite et le rayon joignant le centre du Soleil et la sonde (figure ci-dessous). L'équation polaire de la trajectoire elliptique s'écrit alors

$$r(\theta) = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$$



- 3- Exprimer e et p en fonction de r_a et r_p . Calculer leurs valeurs numériques.
- 4- Evaluer la durée passée, pendant un révolution, à $r \leq r_{10}$

Données numériques

Contante de la gravitation universelle

$$G = 6,67408 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

Soleil Rayon

$$R_s = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$$

Masse

$$M_s = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

Champ de pesanteur à la surface solaire

$$g_s = 274 \text{ m.s}^{-2}$$

Exercice 2 : Détection d'une exoplanète.

Le 24 août 2016, l'observatoire européen austral annonce en conférence de presse la découverte de *Proxima Centauri b*, une planète « super Terre » rocheuse de masse M_P d'environ 1,3 masse terrestre, en orbite à une distance de 7 millions de kilomètres de *Proxima Centauri* (soit dans la zone habitable). Cette exo-planète a été détectée, de manière indirecte, par la méthode des vitesses radiales.

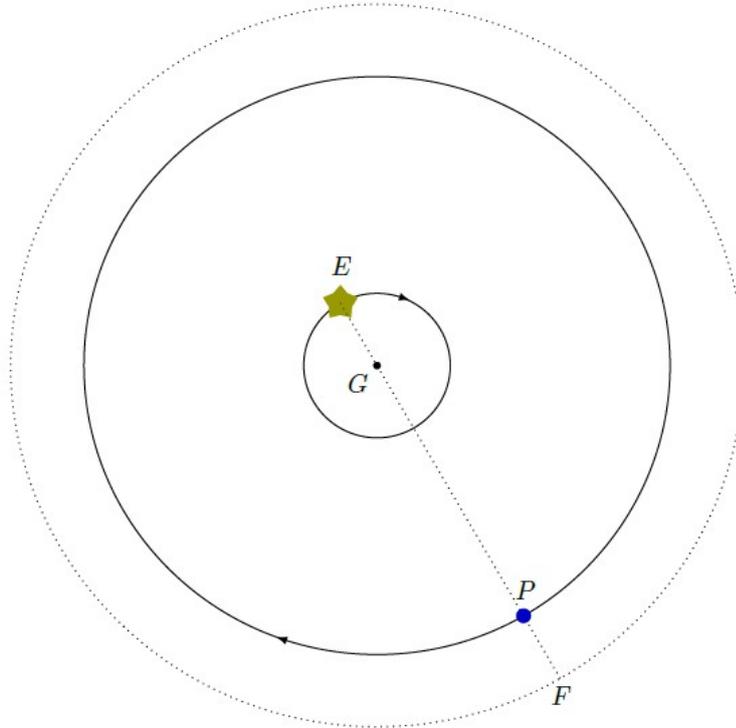


Figure 7 Schéma représentant l'étoile E et la planète P en rotation autour du point G , centre de masse du système {étoile + planète} ; le point F est un point utilisé pour étudier le mouvement de E et P autour de G

IV.A – Étude du mouvement du système {étoile + planète}

La détection de la planète repose sur le fait que le centre de masse G du système {étoile + planète} n'est pas confondu avec le centre de l'étoile. L'étoile E et la planète P tournent toutes les deux autour du centre de masse G du système complet (figure 7).

Le centre de masse G est défini par l'une des deux relations

$$(M_E + M_P)\overline{AG} = M_E\overline{AE} + M_P\overline{AP} \quad \text{pour tout point } A$$

$$M_E\overline{GE} + M_P\overline{GP} = \vec{0}$$

Toutes les forces autres que la force d'interaction gravitationnelle entre la planète et l'étoile sont négligées. On suppose que le référentiel d'étude, de centre G dont les 3 axes pointent vers trois étoiles lointaines est galiléen.

Q 41. Établir la relation $\overline{GP} = \frac{M_E}{M_E + M_P}\overline{EP}$. Contrôler la pertinence de cette expression en étudiant des cas limites.

On note pour la suite $\vec{r} = \overline{EP}$ et $\|\vec{r}\| = r$.

Q 42. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la planète P dans le référentiel d'étude, établir l'équation différentielle vérifiée par \vec{r} .

On considère le point F défini par $\vec{r} = \overline{GF}$. Ce point est en mouvement circulaire, de période T , autour de G .

Q 43. Établir la relation

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{\mathcal{G}(M_E + M_P)}{4\pi^2}.$$

Quel nom porte cette loi ?

Q 44. Justifier que E a un mouvement circulaire uniforme autour de G et établir l'expression de sa vitesse de révolution en fonction de M_P , M_E , r et T .

IV.B – Résultats ayant conduit à la découverte de la planète Proxima Centauri b

Dans le cas le plus favorable à l’observation, la Terre est dans le plan des trajectoires de E et P (figure 7), l’étoile E possède alors un mouvement apparent oscillant et la mesure de sa composante V de vitesse selon l’axe de visée depuis la Terre est possible par effet Doppler-Fizeau, qui entraîne un décalage des raies spectrales de l’étoile par rapport à leur position mesurée sur Terre, selon la relation

$$\frac{f_{\text{obs}} - f_{\text{em}}}{f_{\text{em}}} = -\frac{V}{c}$$

où f_{em} et f_{obs} représentent respectivement la fréquence à l’émission et la fréquence observée sur Terre.

Le professeur Bouchy de l’observatoire astronomique de Provence propose, en 2005, dans son intervention sur les exoplanètes la formule suivante pour le décalage Doppler lors de la détection indirecte d’exoplanètes par la méthode des vitesses radiales

$$\frac{f_{\text{obs}} - f_{\text{em}}}{f_{\text{em}}} = -\left(\frac{2\pi G}{T}\right)^{1/3} \frac{M_P \sin i}{(M_P + M_E)^{2/3}} \frac{1}{c\sqrt{1 - e^2}}$$

où M_P et M_E sont respectivement les masses de la planète et de l’étoile, T la période de la planète, e l’excentricité de l’orbite et i l’angle entre la ligne de visée et la perpendiculaire au plan orbital du système. L’excentricité e vérifie $0 \leq e < 1$, avec $e = 0$ pour une orbite circulaire.

Q 45. En utilisant les résultats de la sous-partie précédente (IV.A), établir une formule analogue à la formule proposée par le professeur Bouchy. Commenter les différences.

Q 46. Connaissant la masse de *Proxima Centauri*, $M_E = 2,44 \times 10^{29}$ kg déterminée grâce à l’analyse de son rayonnement, exploiter les données expérimentales de la figure 8 pour déterminer la masse de la planète *Proxima Centauri b*.

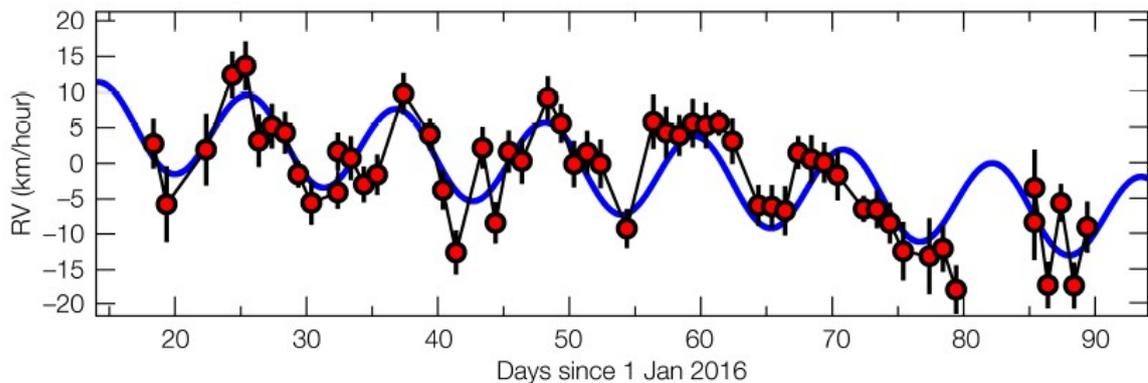


Figure 8 Variations de la vitesse radiale de l’étoile *Proxima Centauri* au cours du premier trimestre 2016 — Source : European Southern Observatory, Guillem Anglada-Escudé

Donnée :

Constante universelle de la gravitation

$$G = 6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$$

Exercice 3 : cf DM2 confinement d’une particule dans un champ magnétique