Diodes à jonction PN (*Extrait de Mines MP 2013*)

1 Lorsque la température d'un semi-conducteur intrinsèque augmente, le nombre de porteurs de charges, trous et électrons, augmente, puisque les ionisations thermiques se produisent en plus grand nombre. Par suite,

> La conductivité augmente lorsque la température d'un semi-conducteur augmente.

Pour les métaux, au contraire, lorsque la température augmente, l'augmentation de l'agitation thermique des ions du réseau cristallin entraîne un accroissement des « chocs » entre les électrons et le réseau cristallin, ce qui conduit à une augmentation de la résistivité,

> Ainsi, la conductivité diminue, lorsque la température d'un métal augmente.

Résultat de physique à connaitre !

> Pour être complet, l'augmentation de la résistivité due à l'augmentation de la température existe aussi dans les semi-conducteurs intrinsèques, mais celle-ci est négligeable devant l'augmentation de conductivité due à l'augmentation du nombre de porteurs de charges.

2 Examinons le cas des deux zones :

- Avant l'établissement de la jonction, il y a dans la zone $[x_A ; 0]$ dopée P, une densité volumique N_A d'atomes de bore B « accepteurs d'électrons », qui se sont ionisés négativement sous forme B^- selon le bilan : $B + Si \rightarrow B^- + Si^+$; ces accepteurs ionisés B^- sont fixes, alors que les Si^+ formés s'apparentent à des charges positives mobiles que l'on appelle les trous.

  Lors de l'établissement de la jonction, l'énoncé dit que tous ces trous quittent la zone, laissant « seuls » les accepteurs B^- ionisés au nombre de N_A par unité de volume, et que la charge négative de la zone résulte de ces accepteurs. Par conséquent, la densité volumique de charge ρ_1 qui apparait est nécessairement :

$$\boxed{\rho_1 = -N_A\, e}$$

- De même, avant l'établissement de la jonction, il y a dans la zone $[0 ; x_D]$ dopée N une densité volumique N_D d'atomes de phosphore P « donneurs d'électrons », qui se sont ionisés positivement sous forme P^+ selon le bilan : $P \rightarrow P^+ + e^-$; ces donneurs ionisés P^+ sont fixes, alors que les électrons e^- formés sont libres.

  Lors de l'établissement de la jonction, l'énoncé dit que tous ces électrons quittent la zone, laissant « seuls » les donneurs P^+ ionisés au nombre de N_D par unité de volume, et que la charge négative de la zone résulte de ces donneurs. Par conséquent la densité volumique de charge ρ_2 qui apparait est nécessairement :

$$\boxed{\rho_2 = N_D\, e}$$

3 Soit S la section de la jonction. Il y a conservation de la charge totale lors de l'établissement de la jonction. Les semi-conducteurs étant globalement neutres avant l'établissement de la jonction, celle-ci reste globalement neutre :

$$\rho_1 \, S \, (-x_A) + \rho_2 \, S \, x_D = 0 \qquad (x_A < 0)$$

ce qui conduit à $\boxed{-N_A \, x_A = N_D \, x_D}$

La zone de déplétion est donc de taille plus importante dans la région la moins dopée.

1. Ces deux premières questions sont les plus difficiles car elles nécessitent d'assimiler le long texte d'explications concernant le fonctionnement de la jonction ; mais une fois qu'on les a traitées, les questions suivantes (jusqu'à la 7) sont « classiques » et ne posent pas de réelles difficultés.
2. On peut faire un petit bilan des charges présentes dans les deux zones, avant et après jonction, sous forme d'un tableau :

	Avant jonction		*Après jonction*	
Zone	$[x_A\,;0]$	$[0\,;x_D]$	$[x_A\,;0]$	$[0\,;x_D]$
Porteurs de charge positive	$-x_A \, S \, N_A$ *trous* (Si^+)	$x_D \, S \, N_D$ *ions* P^+	-	$x_D \, S \, N_D$ *ions* P^+
Porteurs de charge négative	$-x_A \, S \, N_A$ *ions* B^-	$x_D \, S \, N_D$ e^- *libres*	$-x_A \, S \, N_A$ *ions* B^-	-
Charge totale	0	0	$-e\times\left(-x_A S \, N_A\right)$	$e\times x_D S \, N_D$
Volume	$-x_A S$	$x_D S$	$-x_A S$	$x_D S$
Densité volumique de charge (ρ_1 ; ρ_2)	0	0	$\rho_1 = -eN_A$	$\rho_2 = eN_D$
Electroneutralité	Assurée		Assurée s/si : $-x_A N_A = x_D N_D$	

3. Il y a quelque chose d'un peu mystérieux dans cette histoire de diffusion lors de l'établissement de la jonction : où sont passés les $-x_A \, S \, N_A$ trous Si^+ ayant quitté la zone $[x_A\,;0]$ vers la zone N, ainsi que les $x_D \, S \, N_D$ électrons libres ayant quitté la zone $[0\,;x_D]$ vers la zone P ?

   D'après le texte ils ne contribuent pas à la charge de la zone de déplétion $[x_A\,;x_D]$, ce qui signifie que les trous ayant diffusé vers la zone N ne se sont pas accumulés entre 0 et x_D ; de même, les électrons libres ayant diffusé vers la zone P ne se sont pas accumulés entre x_A et 0. Puisque le reste du matériau n'est pas modifié et que leur charge n'est plus du tout mentionnée par la suite, il faut comprendre que ces électrons libres et ces trous se sont « recombinés » au voisinage de la jonction selon le bilan : $Si^+ + e^- \rightarrow Si$, qui est le bilan inverse de l'ionisation thermique décrite dans le texte ; leur charge a ainsi totalement disparu.

4 Puisqu'on néglige les effets de bord, la distribution des charges présente une symétrie plane et la structure du champ s'écrit : $\vec{E} = E_x(x)\vec{u}_x$.

> A justifier, par exemple en affirmant que, d'après le principe de Curie :
> ρ est indépendant de y et z $\Rightarrow$ V est également indépendant de y et z
> puis en déduisant la structure de $\vec{E}$ par : $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V)$.

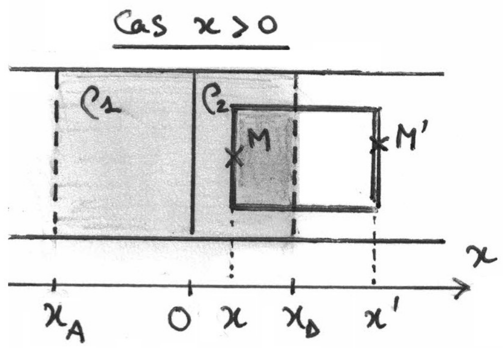
On peut alors calculer $E_x(x)$ de 2 façons : par le théorème de Gauss (1) ou par sa version locale, à savoir l'équation de Maxwell-Gauss (2) :

Par le théorème de Gauss :

Le mieux est de s'appuyer sur le fait que « le champ est nul hors de la zone de charge d'espace » (cf. texte qui précède la question). Sans détailler les calculs :

- Soit M quelconque de la zone de charge d'espace, de cote x.
- Soit Σ la surface de Gauss parallélépipédique représentée ci-dessous en coupe, dont une face carrée Σ_-, d'aire notée A, passe par M et une autre Σ_+, identique, passe par un point M' de cote $x' > x_D$. Le flux de $\vec{E}$ à travers Σ se réduit au flux à travers Σ_- et Σ_+ (il est nul à travers la surface latérale) et s'écrit :

$$\Phi_{\Sigma,\vec{E}} = \iint_{\Sigma} \vec{E}\cdot\overrightarrow{dS} = \left(-E_x(x) + \underbrace{E_x(x')}_{=0}\right)\times A$$



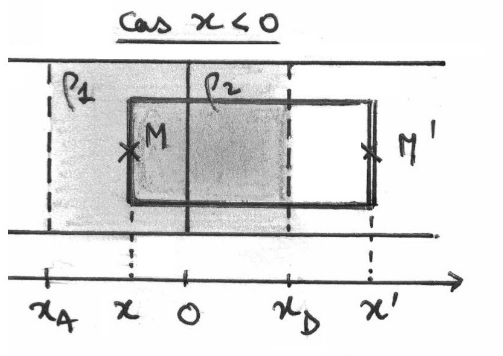
- Or, par le théorème de Gauss : $\Phi_{\Sigma,\vec{E}} = Q_{\text{int à }\Sigma}/\varepsilon$

où $Q_{\text{int à }\Sigma} = \rho_2(x_D - x)A$ si $x \geq 0$

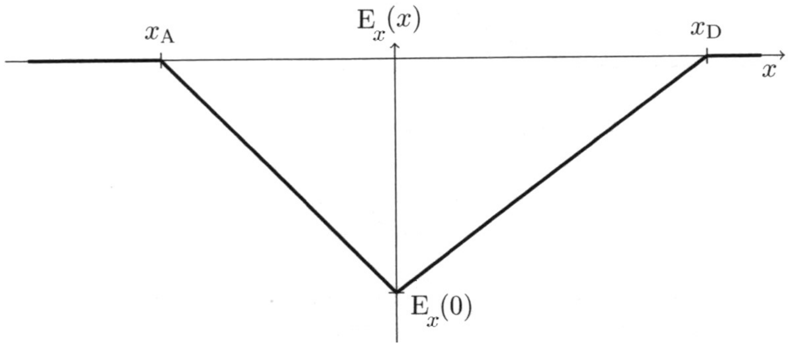
et $Q_{\text{int à }\Sigma} = \rho_2 x_D A + \rho_1 \times (-x)A$ si $x \leq 0$

- Ainsi, en tenant compte de la relation $\rho_1 x_A = \rho_2 x_D$ vue question15 :

$$\boxed{\begin{cases} E_x(x_A \leq x \leq 0) = \dfrac{\rho_1}{\varepsilon}(x - x_A) = -\dfrac{eN_A}{\varepsilon}(x - x_A) \\ E_x(0 \leq x \leq x_D) = \dfrac{\rho_2}{\varepsilon}(x - x_D) = \dfrac{eN_D}{\varepsilon}(x - x_D) \end{cases}}$$



D’où le graphe :



& on a :

$$E_x\left(x=0^-\right)=-\frac{eN_Dx_D}{\varepsilon}$$
$$=E_x\left(x=0^+\right)=\frac{eN_Ax_A}{\varepsilon}$$

puisque $-x_AN_A=x_DN_D$ (qu.15)

Rq : Une autre approche possible consiste à utiliser le théorème de Gauss pour calculer le champ créé par la zone [x_A ; 0] (« pavé infini » uniformément chargé de densité ρ_1 , on est alors ramené au calcul du cours), transposer la formule pour le champ créé par la zone [0 ; x_D], puis obtenir le champ total par superposition. On obtient alors les résultats rassemblés dans le tableau ci-dessous.

Région :	[$-\infty$; x_A]	[x_A ; 0]	[0 ; x_D]	[x_D ; ∞]
E créé par $\rho_1=-eN_A$	$\frac{\rho_1}{2\varepsilon}x_A$	$\frac{\rho_1}{\varepsilon}\left(x-\frac{x_A}{2}\right)$	$-\frac{\rho_1}{2\varepsilon}x_A$	$-\frac{\rho_1}{2\varepsilon}x_A$
E créé par $\rho_2=eN_D$	$-\frac{\rho_2}{2\varepsilon}x_D$	$-\frac{\rho_2}{2\varepsilon}x_D$	$\frac{\rho_2}{\varepsilon}\left(x-\frac{x_D}{2}\right)$	$\frac{\rho_2}{2\varepsilon}x_D$
E total	$\frac{1}{2\varepsilon}\left(\rho_1x_A-\rho_2x_D\right)$ $=0$	$\frac{\rho_1}{\varepsilon}\left(x-x_A\right)$	$\frac{\rho_2}{\varepsilon}\left(x-x_D\right)$	$\frac{1}{2\varepsilon}\left(-\rho_1x_A+\rho_2x_D\right)$ $=0$

Cette approche est plus longue mais permet de démontrer que le champ est nul en dehors de la zone [x_A ; x_D].

Par l’équation de Maxwell-Gauss

Comme ε_0 doit être remplacé ε par dans le semi-conducteur, l’équation s’écrit :

$$\mathrm{div}\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon}$$

soit, en paramétrage cartésien :

$$\frac{\partial E_x}{\partial x}\left(x\right)=\frac{\rho\left(x\right)}{\varepsilon}$$

L’énoncé nous dit que E est nul en dehors de la zone de charge d’espace ; il reste donc à intégrer cette équation dans les zones [x_A ; 0] et [0 ; x_D] puis à déterminer les constantes d’intégration par continuité de E (puisque la description des charges est volumique) :

$$\begin{cases} x\in[x_A;0]: \quad \dfrac{\partial E_x}{\partial x}=\dfrac{\rho_1}{\varepsilon}=\dfrac{-eN_A}{\varepsilon} \;\rightarrow\; E_x(x)=-\dfrac{eN_A}{\varepsilon}x+C^{te} \underset{E(-x_A)=0}{=} \boxed{-\dfrac{eN_A}{\varepsilon}(x-x_A)} \\ x\in[0;x_D]: \quad \dfrac{\partial E_x}{\partial x}=\dfrac{\rho_2}{\varepsilon}=\dfrac{eN_D}{\varepsilon} \;\rightarrow\; E_x(x)=\dfrac{eN_D}{\varepsilon}x+C^{te} \underset{E(x_D)=0}{=} \boxed{\dfrac{eN_D}{\varepsilon}(x-x_D)} \end{cases}$$

Cette approche est plus simple ici, mais il faut connaitre le cours sur les équations locales de l'électromagnétisme…

5 En électrostatique, on a : $\vec{E}=-\overrightarrow{\text{grad}}(V)$ d'où ici : $E_x(x)=-dV/dx$

Intégrons cette équation sur chaque intervalle pour déterminer l'expression du potentiel électrostatique dans tout le matériau. Le potentiel est continu et d'après l'énoncé, $\mathrm{V}(0)=0$. Dans la zone $[x_\mathrm{A},0]$,

$$\mathrm{V}(x)-\mathrm{V}(0)=\int_0^x -\mathrm{E}_x(u)\,\mathrm{d}u \;=\int_0^x -\frac{\mathrm{N_A}\,e}{\varepsilon}(x_\mathrm{A}-u)\,\mathrm{d}u$$

d'où
$$\mathrm{V}(x)=-\frac{\mathrm{N_A}\,e}{\varepsilon}\left(x\,x_\mathrm{A}-\frac{x^2}{2}\right) \qquad (x\in[x_\mathrm{A},0])$$

Dans la zone $[0,x_\mathrm{D}]$, par un calcul analogue,

$$\mathrm{V}(x)-\mathrm{V}(0)=\int_0^x -\mathrm{E}_x(u)\,\mathrm{d}u \;=\int_0^x -\frac{\mathrm{N_D}\,e}{\varepsilon}(u-x_\mathrm{D})\,\mathrm{d}u$$

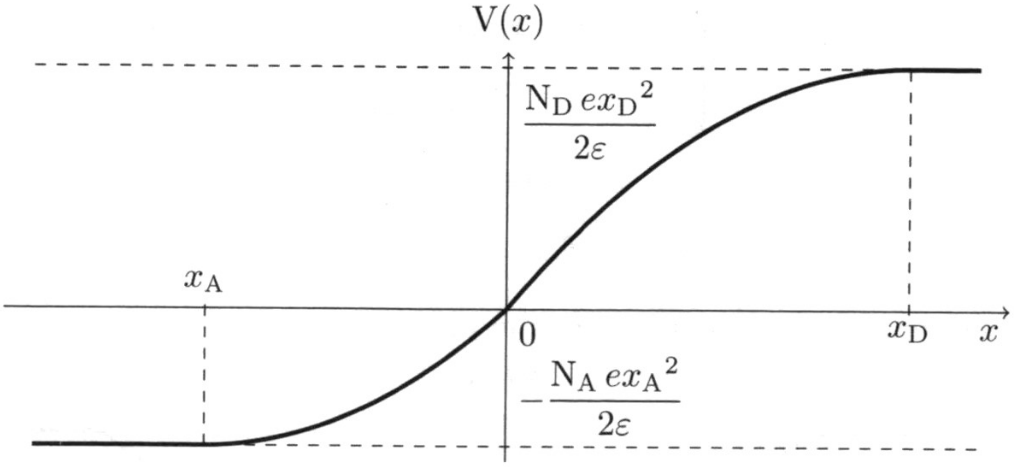
donc
$$\mathrm{V}(x)=-\frac{\mathrm{N_D}\,e}{\varepsilon}\left(\frac{x^2}{2}-x_\mathrm{D}\,x\right) \qquad (x\in[0,x_\mathrm{D}])$$

Au final
$$\boxed{\mathrm{V}(x)=\begin{cases} -\dfrac{\mathrm{N_A}\,e x_\mathrm{A}{}^2}{2\varepsilon} & \text{si } x\leqslant x_\mathrm{A} \\ -\dfrac{\mathrm{N_A}\,ex}{\varepsilon}\left(x_\mathrm{A}-\dfrac{x}{2}\right) & \text{si } x\in[x_\mathrm{A},0] \\ -\dfrac{\mathrm{N_D}\,ex}{\varepsilon}\left(\dfrac{x}{2}-x_\mathrm{D}\right) & \text{si } x\in[0,x_\mathrm{D}] \\ \dfrac{\mathrm{N_D}\,e x_\mathrm{D}{}^2}{2\varepsilon} & \text{si } x\geqslant x_\mathrm{D} \end{cases}}$$

ou
$$\frac{\rho_1}{2\varepsilon}x_A^2$$
$$-\frac{\rho_1}{\varepsilon}x(x/2-x_A)$$
$$\frac{\rho_2}{\varepsilon}x(x_D-x/2)$$
$$\frac{\rho_2}{2\varepsilon}x_D^2$$

On remarque que ce potentiel est non seulement continu mais également C^1 en x_A et x_D, ce qui est nécessaire puisque le champ électrique est continu.

Graphiquement, le profil du potentiel présente l'allure suivante :



6 D'après la question précédente, on a

$$\boxed{V_0 = V(x_D) - V(x_A) = \frac{e}{2\varepsilon}\left(N_D\, x_D{}^2 + N_A\, x_A{}^2\right)} \quad \text{ou} \quad \frac{e\, x_D N_D}{2\varepsilon}\left(x_D - x_A\right)$$

> C'est l'expression formelle de la « tension de seuil » de la diode. Sa valeur est fixée par l'extension de la zone de charge, des dopages et des propriétés diélectriques du semi-conducteur.

7 On a d'une part la réponse de la question **3**

$$-x_A = \frac{N_D}{N_A}\, x_D$$

à laquelle on peut ajouter de chaque coté x_D pour obtenir

$$x_D - x_A = w = \left(1 + \frac{N_D}{N_A}\right) x_D \qquad (\mathbf{1})$$

Et d'autre part, on a également la réponse à la question précédente,

$$V_0 = \frac{e}{2\varepsilon}(N_D\, x_D{}^2 + N_A\, x_A{}^2)$$

à partir de laquelle, toujours en utilisant le résultat de la question 15, on obtient

$$N_D\, x_D{}^2\left(1 + \frac{N_D}{N_A}\right) = \frac{2\varepsilon\, V_0}{e} \qquad (\mathbf{2})$$

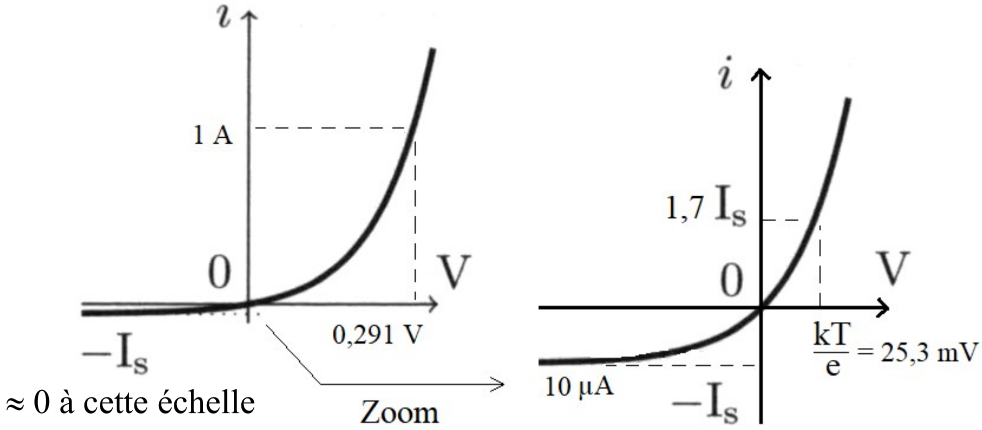
En utilisant les équations (**1**) et (**2**), on trouve,

$$\frac{N_D N_A}{N_A + N_D}\, w^2 = \frac{2\varepsilon\, V_0}{e}$$

d'où
$$\boxed{w = \sqrt{\left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)\frac{2\varepsilon\, V_0}{e}} = 0{,}96\ \mu\text{m}}$$

8 Inversons la formule pour obtenir $\quad V = \dfrac{k_B T}{e} \ln\left(\dfrac{i}{I_s} + 1\right)$

$\boxed{\text{Pour } i = 1{,}00 \text{ A, on a } V = 0{,}291 \text{ V.}}$



> Une diode à vide nécessite une forte tension d'alimentation (10 V) pour atteindre un courant relativement faible (qques mA). Avec la diode à jonction, on peut faire circuler un courant bien plus élevé (1 A) pour une tension bien plus faible (qques 0,1 V). La diode à jonction est donc plus intéressante.

Le facteur k_BT représente l'ordre de grandeur de l'énergie cinétique moyenne de translation associée au mouvement d'agitation thermique des particules constituant la matière (atomes, ions électrons libres etc…).

> La présence de k_BT dans la formule i (V) laisse supposer que le fonctionnement de la diode met en jeu des éléments de physique statistique...

9 Les quantités de charges Q_A et Q_D se déterminent à partir du volume des deux régions $[x_A, 0]$ et $[0, x_D]$, ainsi que des densités volumiques de charges ρ_1 et ρ_2. On a

$$Q_A = -\rho_1 S x_A \qquad \text{et} \qquad Q_D = \rho_2 S x_D$$

Déterminons donc la valeur de x_A et x_D en présence de la différence de potentiel extérieure U. On utilise pour cela le résultat des questions 15 et 18, qui sont supposés être toujours valables à condition de remplacer V_0 par $V_0 + U$. On a alors

$$x_A = -\frac{N_D}{N_A} x_D$$

et

$$V_0 + U = \frac{e}{2\varepsilon}(N_D x_D{}^2 + N_A x_A{}^2)$$

On remplace x_A dans la deuxième équation par sa valeur donnée par la première expression, ce qui donne

$$\frac{2\varepsilon}{e}(V_0 + U) = N_A N_D x_D{}^2 (N_A + N_D)$$

d'où $$x_D = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{e\,N_A N_D} \frac{(V_0+U)}{N_A+N_D}}$$

Il s'ensuit que

$$\boxed{Q_D = S\sqrt{2\varepsilon\, e\,\frac{N_A N_D}{N_A+N_D}(V_0+U)} \qquad \text{et} \qquad Q_A = -S\sqrt{2\varepsilon\, e\,\frac{N_A N_D}{N_A+N_D}(V_0+U)}}$$

On calcule donc avec $U = 4$ V, sachant que $Q_D + Q_A = 0$

$$\boxed{Q_D = 3{,}95 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{C}}$$

10 Pour répondre à cette question, il suffit de différentier logarithmiquement la formule ci-dessus donnant Q_D en fonction de U :

$$\frac{dQ_D}{Q_D} = \frac{1}{2}\frac{d(V_0+U)}{V_0+U} = \frac{1}{2}\frac{dU}{V_0+U} \qquad \text{qui donne :} \quad C = \frac{dQ_D}{dU} = \frac{1}{2}\frac{Q_D}{V_0+U}$$

d'où $$\boxed{C = S\sqrt{\frac{\varepsilon\, N_A N_D\, e}{2\,(N_A+N_D)(V_0+U)}}}$$

On se place de nouveau à $U = 4$ V : on peut donc réutiliser la valeur de Q_D obtenue à la question précédente.

$$\boxed{C = 42{,}1\ \mathrm{pF}}$$

Lorsque la diode est polarisée en inverse, la jonction se comporte comme un condensateur, les charges Q_D et $Q_A = -Q_D$ étant stockées dans la zone de déplétion comme sur les armatures d'un condensateur. Cela explique en particulier le comportement bloquant : les charges accumulées produisent une force contre-électromotrice qui compense complètement la tension imposée et empêche ainsi la circulation de charge dans le dipôle.

Toutefois cet effet capacitif est plus complexe que dans un condensateur puisque la charge Q_D n'est pas proportionnelle à U. Dès lors, plutôt que de travailler avec la capacité statique, il est plus intéressant de regarder la capacité dynamique qui caractérise le comportement capacitif de la jonction pour des petites fluctuations autour du point de fonctionnement imposé.

À noter que pour la diode passante ($V > 0$), la jonction se comportant comme un conducteur dont la résistance dépend de la tension imposée, on définit alors la résistance dynamique de la même façon :

$$R = \frac{\delta V}{\delta i} = \frac{k_B T}{e\,(i + I_s)}$$