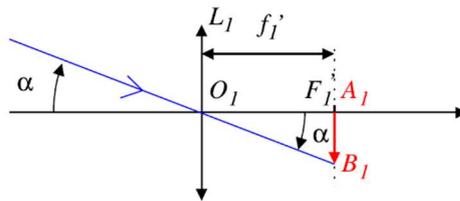


## DS5 - Correction

### Problème 1 : Proxima du centaure

#### II- Découverte de Proxima du Centaure

- 13- Soit  $d_{TS} \approx 1,5 \cdot 10^{11}$  m la distance Terre-Soleil et  $D_E \approx 3,9 \cdot 10^{16}$  m la distance Soleil-Proxima Centauri, comme,  $d_{TS} \ll D_E$  on peut assimiler la distance Terre-Proxima Centauri à la distance Soleil-Proxima Centauri.
- 14-  $f'_1 \ll D_E$  l'étoile Proxima Centauri est considérée à l'infini, l'image in-terminale se forme dans le plan focal image de la lentille  $L_1$ .



- 15- L'étoile Proxima Centauri est vue sous un angle  $\alpha = \frac{2R_E}{D_E}$ . D'après la figure obtenue à la question

précédente :  $A_1B_1 = f'_1 \alpha \Rightarrow \boxed{A_1B_1 = f'_1 \frac{2R_E}{D_E}}$

- 16- On a  $A_1 = F'_1 \xrightarrow{L_2} A_2$  :  $\frac{1}{O_2A_2} - \frac{1}{O_2A_1} = \frac{1}{f'_2}$  et  $\gamma = \frac{O_2A_2}{O_2A_1}$

Ces deux relations combinées donnent :  $\boxed{O_2A_1 = \frac{1-\gamma}{\gamma} f'_2 = 1,5 \text{ cm}}$

**La lentille  $L_2$  se trouve à 1,5 cm avant l'image intermédiaire.**

$\boxed{O_1O_2 = O_1F'_1 + F'_1O_2 = f'_1 + \frac{\gamma-1}{\gamma} f'_2}$  (mais a priori, compte tenu des chiffres significatifs, il faudrait

donner 8 m comme résultat à l'AN ci-dessus.

Remarque : on pouvait également utiliser directement la relation de grandissement de Newton :

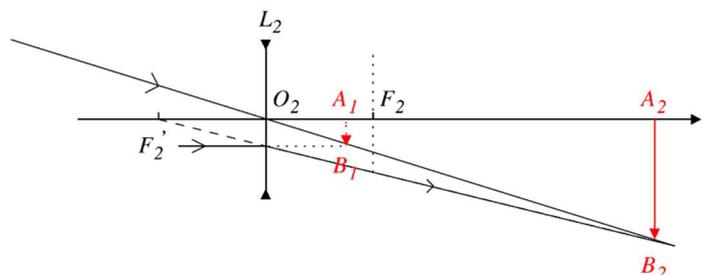
$\gamma = \frac{F_2O_2}{F_2A_1}$  ; soit  $F_2A_1 = F_2F'_1 = \frac{f'_2}{\gamma} = -0,005 \text{ m}$  et on retrouve bien  $O_2F'_1 = O_2F_2 + F_2F'_1 = -f'_2 + \frac{f'_2}{\gamma}$

- 17- Tracé.

18-  $\boxed{A_2B_2 = \gamma A_1B_1 = \gamma f'_1 \frac{2R_E}{D_E}}$

AN :  $\boxed{A_2B_2 = 0,16 \mu\text{m}}$

La taille de l'image sur la plaque est inférieure à la taille d'un cristal, l'image apparaît ponctuelle.



19- Soit  $L$  et  $\ell$  les dimensions du capteur, a le côté d'un pixel et  $N$  le nombre de pixels :  $Na^2 = L\ell$

$$\text{Ainsi } a = \sqrt{\frac{L\ell}{N}} = 3 \mu\text{m}$$

Là encore la taille de l'image est inférieure à la dimension d'un pixel : **l'image apparaîtra ponctuelle**

## 20- Démarche

Puissance de Proxima Centauri à la surface de la terre : faute d'information supplémentaire, on supposera que la puissance totale  $P_0$  émise par Proxima Centauri est identique à celle émise par le Soleil. Du fait de l'émission supposée isotrope, cette puissance se répartit sur une sphère, c'est à dire pour des sphères ayant respectivement le rayon de la distance Terre-Soleil  $d_{ST}$  puis le rayon de la

distance Terre- Proxima Centauri  $D_E$  on aura :  $P_0 = p_{PC} 4\pi \frac{D_E^2}{4} = p_s 4\pi \frac{d_{ST}^2}{4}$  soit  $p_{PC} = p_s \frac{d_{ST}^2}{D_E^2}$

où  $p_{PC}$  est la puissance surfacique à la surface de la Terre émise par Proxima du Centaure et  $p_s = 600 \text{ W.m}^{-2}$  est la puissance surfacique du Soleil à la surface de la Terre

*Flux de photons entrant dans la lunette*

En multipliant par la section d'entrée de la lunette, on en déduit la puissance électromagnétique qui entre dans la lunette ; il suffit alors de prendre en compte l'énergie moyenne d'un photon  $h\nu = h \frac{c}{\lambda}$  pour en déduire le flux de photons :

$$\phi = p_s \frac{d_{ST}^2}{D_E^2} \pi \frac{D_1^2}{4} \frac{\lambda}{hc}$$

On considère alors la durée d'exposition et le rendement quantique pour en déduire le nombre d'électrons :

$$N = QE\phi T \quad \text{donc} \quad N = p_s \frac{d_{ST}^2}{D_E^2} \pi \frac{D_1^2}{4} \frac{\lambda}{hc} QET = 1,1 \cdot 10^{12} \text{ électrons}$$

Ce qui correspond à une charge de  $Q = -Ne = -1,7 \cdot 10^{-7} \text{ C}$

21- L'ouverture de la lunette de rayon  $D$  génère une diffraction dont le demi- angle vaut, en ordre de grandeur :

$$\theta_{\text{diff}} \approx \frac{\lambda}{D_1} = 10^{-6} \text{ rad}$$

**Cet angle étant supérieur à l'angle  $\alpha$  sous lequel est vue l'étoile, il est gênant pour la résolution**

## Mesure de la distance entre la Terre et l'Etoile

22- Le satellite Hipparcos tournant au voisinage de la Terre, on peut à l'échelle de la distance Terre-Soleil confondre sa position avec celle de la Terre.  $P_E = \frac{O_1 O_2}{SE} = \frac{2d_{TS}}{SE}$ .

$$\text{Soit } SE = \frac{2d_{TS}}{P_E} = \frac{2,1,50 \cdot 10^8}{1545 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{3600} \cdot \frac{\pi}{180}} = 4,00 \cdot 10^{13} \text{ km}$$

L'énoncé propose une valeur  $D_E = 3,99 \cdot 10^{13} \text{ km}$ , les résultats sont cohérents, la question suivante permet de proposer une explication de l'écart relatif de l'ordre 0,2%.

23- La distance entre le Soleil et la Terre varie au cours de l'année car la Terre parcourt une **ellipse** d'excentricité 0,017 et non un cercle.

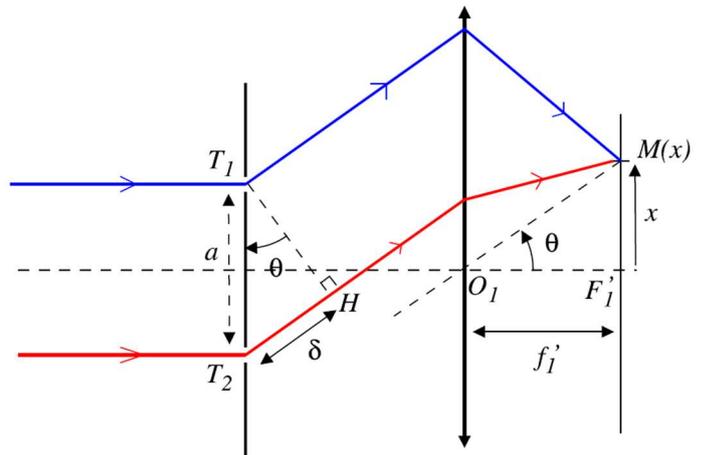
24- Les rayons qui convergent en  $M$  point du plan focal image sont nécessairement issus de rayons incidents parallèles entre eux, on les obtient en traçant le rayon d'appui qui passe par le centre optique de la lentille et par  $M$ .

La source étant à l'infini sur l'axe, la différence de marche est nulle au niveau des trous d'Young.

Par retour inverse de la lumière, et théorème de Malus-Dupin :

$$(T_1M) = (HM)$$

$$\text{Ainsi : } \delta_s(x) = (SM)_2 - (SM)_1 = T_2H$$



25- Peut-on supposer ici que l'on n'étudie que la situation dans le plan de figure (ce n'est pas évident ...)

Je pense que l'on accepterait la démonstration « simple » :  $\delta(x) = \frac{ax}{f'_1}$  et l'ordre d'interférence

$$\text{associé : } p_s(M) = \frac{\delta_s(x)}{\lambda} = \frac{ax}{\lambda f'_1}$$

A priori il faudrait faire une démonstration plus complète (compte tenu de la question 26 qui demande de décrire la figure d'interférence) en supposant que  $M$  peut être hors du plan de figure

$$\delta_s(x) = T_2H = \overline{T_2T_1} \cdot \vec{u} \quad \text{avec} \quad \vec{u} = \frac{\overline{OM}}{OM} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + f_1'^2}} \begin{pmatrix} x \\ y \\ f_1' \end{pmatrix}$$

$$\delta_s(x) = \frac{ax}{\sqrt{x^2 + y^2 + f_1'^2}} = a \left( \frac{x}{f_1'} + o\left(\frac{x}{f_1'}, \frac{y}{f_1'}\right) \right) = \frac{ax}{f_1'}$$

26- Un ordre d'interférence fixé est associé à un  $x$  fixé, la figure d'interférences correspond à **des franges d'interférences rectilignes** avec une frange claire au centre  $x = 0$ .

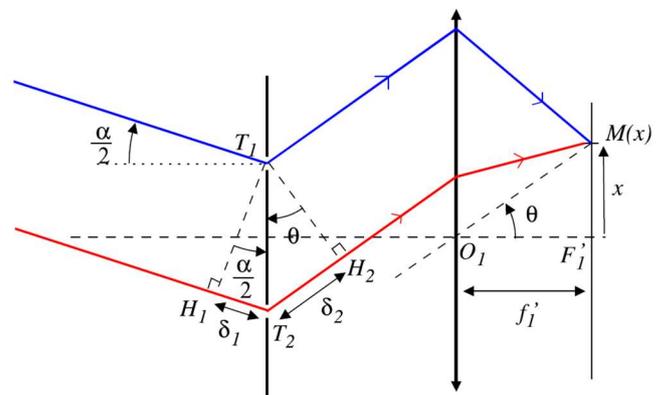
$$27- I(x) = I_0 \left[ 1 + \cos\left(2\pi \frac{ax}{\lambda f_1'}\right) \right]$$

28- Les rayons interférant au même point  $M$ , le déphasage est le même en aval des trous d'Young. Il faut ajouter le déphasage en amont du fait d'un angle  $\alpha$  non nul (l'angle à considérer est  $\frac{\alpha}{2}$  car  $\alpha$  est associé au diamètre).

29- La nouvelle différence de marche est

$$\delta_s(x) = \frac{a\alpha}{2} + \frac{ax}{f_1'}$$

$$\text{Et l'ordre d'interférence } P_s(x) = \frac{a\alpha}{2\lambda} + \frac{ax}{\lambda f_1'}$$



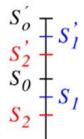
30- Les deux sources étant incohérentes, on somme les intensités des deux figures d'interférence. Les ordres d'interférence diffèrent de  $\frac{a\alpha}{2\lambda}$ , il y aura brouillage quand cette différence vaudra une valeur demi-entière, les deux systèmes de frange seront alors décalés de telle façon que les franges brillantes d'un système correspondent aux franges sombres de l'autre système et le contraste s'annulera. La première valeur de  $a$  vérifiant cette condition est

$$\frac{a_{\min}\alpha}{2\lambda} = \frac{1}{2} \quad \text{soit} \quad \boxed{a_{\min} = \frac{\lambda}{\alpha}}$$

31- AN :  $\boxed{a_{\min} = 121 \text{ m}}$

Cette distance paraît très significative mais elle est réalisable en utilisant deux télescopes mobiles (cas du VLT).

32- On peut appliquer le raisonnement en associant deux à deux les points de l'étoile comme indiqué sur le schéma suivant, pour chacun des couples il y a brouillage pour  $a_{\min}$ .



### III- Voyage vers Proxima du Centaure.

33- Dans le vide, le champ électrique vérifie l'équation de d'Alembert :  $\boxed{\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}}$

En reportant l'expression proposée pour le champ électrique dans l'équation de d'Alembert, on en déduit  $k = \frac{\omega}{c}$  ; la vitesse de phase de l'onde est donc  $v_{\phi} = \frac{\omega}{k} = c$  indépendante de la pulsation ; ce qui caractérise une **propagation non dispersive** (ou un milieu non dispersif).

34- Pour une onde électromagnétique plane progressive harmonique se propageant dans le vide dans le sens des  $x$  croissants :

$$\vec{B}(x, t) = \frac{\vec{u}_x}{c} \wedge \vec{E}(x, t) \quad \text{donc} \quad \boxed{\vec{B}(x, t) = \frac{E_0}{c} e^{j(\omega t - kx)} \vec{u}_z}$$

$$35- \langle \vec{\Pi} \rangle = \left\langle \frac{\vec{E}(x, t) \wedge \vec{B}(x, t)}{\mu_0} \right\rangle = \frac{1}{2\mu_0} \Re e \left( \vec{E}(x, t) \wedge \vec{B}^*(x, t) \right) \quad \text{donc} \quad \boxed{\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{|E_0|^2}{2\mu_0 c} \vec{u}_x}$$

36- Comparons les ordres de grandeur des deux termes du membre de droite de l'équation :

$$\frac{\left| \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial t} \right|}{\left| \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}_t}{\partial t^2} \right|} \approx \frac{\mu_0 \gamma \omega}{\mu_0 \epsilon_0 \omega^2} = \frac{\gamma}{\epsilon_0 \omega} \quad \text{en ordre de grandeur, nous prendrons } \omega = 10^{15} \text{ rad.s}^{-1} ;$$

$$\frac{\gamma}{\epsilon_0 \omega} \approx \frac{5 \cdot 10^7}{10^{-11} \cdot 10^{15}} = 5 \cdot 10^3 \gg 1$$

On pourra donc négliger le courant de déplacement devant le déplacement de conduction ; l'équation

vérifiée par le champ électrique devient :  $\boxed{\Delta \vec{E}_t = \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial t}}$

37- En reportant l'expression proposée pour le champ électrique transmis dans l'équation de diffusion, on en déduit :

$$-\underline{k}_m^2 = j\mu_0\gamma\omega \quad \text{soit} \quad \underline{k}_m^2 = -j\mu_0\gamma\omega = e^{-j\frac{\pi}{2}}\mu_0\gamma\omega = \left( e^{-j\frac{\pi}{4}}\sqrt{\mu_0\gamma\omega} \right)^2$$

$$\text{Soit } \underline{k}_m = \pm e^{-j\frac{\pi}{4}}\sqrt{\mu_0\gamma\omega} = \pm(1-j)\sqrt{\frac{\mu_0\gamma\omega}{2}}$$

La solution en  $-$  correspondrait à une onde qui se propagerait dans le sens des  $x$  décroissants ; ce qui n'a pas de sens ici.

$$\boxed{\underline{k}_m = (1-j)\sqrt{\frac{\mu_0\gamma\omega}{2}} = \frac{1-j}{\delta} \quad \text{où} \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\gamma\omega}}}$$

$$\text{Alors pour tout } x > 0 ; \quad \boxed{\underline{\vec{E}}(x,t) = \underline{t}\cdot\underline{E}_0 e^{-\frac{x}{\delta}} e^{j\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right)} \underline{u}_y}$$

Le champ électrique s'atténue sur une distance caractéristique  $\delta$  du fait de la dissipation par effet Joule, il s'agit de **l'épaisseur de peau**. C'est la longueur caractéristique sur laquelle le champ se propage au sein du métal.

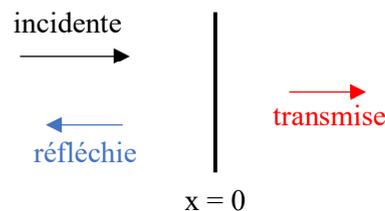
**38-** Estimation de l'épaisseur de peau : AN :  $\delta = 3.10^{-9}$  m

En pratique, une épaisseur  $e = 5\delta$  est suffisante pour considérer une atténuation quasi-totale du champ et un milieu semi-infini. De ce point de vue, une voile d'une épaisseur de quelques dizaines de nanomètre est suffisante.

On peut toutefois s'interroger sur la résistance d'une voile solaire aussi fine qui devra être déployée dans l'espace, considérons alors plutôt une épaisseur de l'ordre du  $\mu\text{m}$  et pour la masse :

$$\boxed{m = \rho S e \approx 2 \text{ kg}}$$

**39-** Notons tout d'abord que ce n'est pas la moyenne de la norme du vecteur de Poynting qui est représentée mais cette grandeur divisée par la norme du vecteur de Poynting de l'onde incidente. Considérons alors une situation idéaliste pour laquelle l'énergie incidente se partage en deux au niveau d'une interface infiniment fine et non absorbante.



A l'interface la puissance surfacique incidente se partage entre une puissance surfacique réfléchiée et une puissance transmise :  $\langle \|\underline{\vec{\Pi}}_i\| \rangle(x=0^-) = \langle \|\underline{\vec{\Pi}}_r\| \rangle(x=0^-) + \langle \|\underline{\vec{\Pi}}_t\| \rangle(x=0^+)$

En divisant par la norme du vecteur de Poynting incident et en appelant  $R = \frac{\langle \|\underline{\vec{\Pi}}_r\| \rangle(x=0^-)}{\langle \|\underline{\vec{\Pi}}_i\| \rangle(x=0^-)}$  le

coefficient de réflexion en énergie et  $T = \frac{\langle \|\underline{\vec{\Pi}}_t\| \rangle(x=0^+)}{\langle \|\underline{\vec{\Pi}}_i\| \rangle(x=0^-)}$  le coefficient de transmission en énergie, il

vient :  $1 = R + T$  ou  $T = 1 - R$

Il y a donc une proportion  $T = 1 - R$  de l'énergie qui est transmise et on retrouve en amont de l'interface, le faisceau incident et le faisceau réfléchi pour une énergie représentant une proportion  $1 + R$  de l'énergie incidente.

Les oscillations en amont sont associées aux interférences des ondes incidente et réfléchi créant des zones où le vecteur de Poynting résultant est plus ou moins intense.

Notons toutefois que le document ne semble pas tenir compte de l'absorption au sein du métal réel ainsi que de la réflexion à la seconde interface métal-vide.

40- Cette question est assez fréquente (elle a été corrigée dans le DM de vacances).

Pour simplifier on supposera que les photons ont tous la même longueur d'onde moyenne  $\lambda$  et de

fréquence  $\nu = \frac{c}{\lambda}$ . Dans un premier temps, on se place dans un modèle de voile parfaitement

réfléchissante et la démarche est alors la suivante :

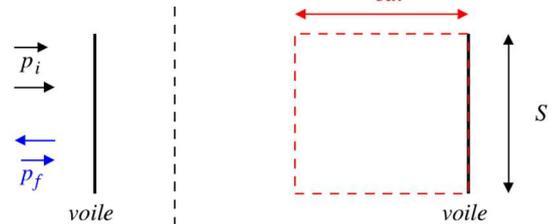
- déterminer l'action de la voile sur un photon ;
- en déduire, l'action d'un ensemble de photons sur la voile ;
- relier le flux de photons au vecteur de Poynting.

Considérons une durée arbitraire  $dt$  pendant laquelle un photon vient frapper la voile ; le photon, de longueur d'onde moyenne se réfléchit de manière élastique, un bilan de quantité de mouvement

$$\text{conduit à } \Delta \vec{p}_{\text{un photon lors d'un choc}} = \vec{p}_{\text{après}} - \vec{p}_{\text{avant}} = -2 \frac{h}{\lambda} \vec{u}_x$$

Pendant cet intervalle de temps  $dt$ , il y a  $\delta N$  photons qui

$$\text{viennent frapper la voile : } \Delta \vec{p}_{\text{photons pendant } dt} = -2 \delta N \frac{h}{\lambda} \vec{u}_x$$



Il reste maintenant à relier le flux de photons au vecteur

de Poynting. En multipliant le débit de photons  $\frac{\delta N}{dt}$  par l'énergie d'un photon, on obtient la puissance

du faisceau qui est le produit de la norme de la moyenne du vecteur de Poynting (associé à l'onde

$$\text{incidente) par la surface du faisceau : } \frac{\delta N}{dt} h\nu = \Pi_i S.$$

$$\text{On obtient alors } \Delta \vec{p}_{\text{photons pendant } dt} = -2 \delta N \frac{h}{\lambda} \vec{u}_x = -2 \frac{\Pi_i S}{h\nu} dt \frac{h}{\lambda} \vec{u}_x$$

Remarque : on aurait aussi pu évaluer  $\delta N$  à l'aide de l'énergie volumique associée à l'onde incidente.

$$\frac{\Delta \vec{p}_{\text{photons}}}{dt} = -2 \frac{\Pi_i S}{h\nu} \frac{h}{\lambda} \vec{u}_x = \vec{F}_{\text{voile} \rightarrow \text{photon}} = -\vec{F}_{\text{photon} \rightarrow \text{voile}}$$

$$\text{Ainsi } \vec{F}_{\text{photon} \rightarrow \text{voile}} = 2 \frac{\Pi_i S}{h\nu} \frac{h}{\lambda} \vec{u}_x = 2 \frac{\Pi_i}{c} S \vec{u}_x$$

Le facteur 2 est lié au fait qu'il y a un double effet de pression de radiation, pour les photons qui viennent frapper la voile et ceux qui repartent. Si la voile n'est pas parfaitement réfléchissante et que seule une proportion de puissance  $R$  est réfléchi et une portion  $T$  est absorbée, il faut remplacer  $2\Pi_i$

$$\text{par } \underbrace{\Pi_i}_{\text{absorbé}} + \underbrace{2R\Pi_i}_{\text{réfléchi}} = (1-R)\Pi_i + 2R\Pi_i = (1+R)\Pi_i \text{ et finalement : } \boxed{\vec{F}_{\text{photon} \rightarrow \text{voile}} = (1+R) \frac{\Pi_i}{c} S \vec{u}_x}$$

$$\text{A.N. (avec } R = 1) : \boxed{\|\vec{F}_{\text{photon} \rightarrow \text{voile}}\| \approx 10^{-3} \text{ N}}$$

**L'effet paraît très limité**, la force correspondant au poids d'un objet de 0,1 g générant une accélération très modeste. Cependant, contrairement à des boosters, **cet effet perdure sur la durée** et permet par accumulation d'affecter significativement le mouvement de l'objet.

## Problème 2 : Expérimenter avec un morceau de scotch

### III- Mesure de la biréfringence d'un ruban adhésif

#### III-A- Mesure d'une différence d'indice optique à l'aide d'un interféromètre de Mach-Zehnder

Une bonne lecture de l'énoncé permet de comprendre que les 2 faisceaux qui interfèrent forment un rectangle : après la lame séparatrice  $S_p$ , ils sont orthogonaux donc  $S_p$  est inclinée à  $45^\circ$  sur le faisceau incident ; de plus les 2 miroirs et 2 lames semi-réfléchissantes sont parallèles.

**III-A-1-** L'interféromètre de Michelson est un autre interféromètre à division d'amplitude, il a été inventé un peu après (1881) les équations de Maxwell (1865), postulées dans 'l'éther', milieu hypothétique permettant à la lumière de se propager à la vitesse  $c$ . La question de l'éther est à l'époque essentielle après la mise en évidence d'un autre type d'ondes électromagnétiques par Hertz (1880).

Michelson et Morley ont vérifié (1887) que la vitesse de la lumière, mesurée dans le référentiel terrestre est indépendante de la vitesse de la Terre par rapport à l'éther (à moins qu'il ne se déplace avec la Terre !). Pour ceci ils ont effectué deux mesures à 6 mois d'intervalle pour utiliser la vitesse de la Terre autour du soleil (30km/s, rotation propre négligée). Le corollaire actuel est que la vitesse de la lumière ne satisfait pas à la loi de composition des vitesses entre deux référentiels (quasi) galiléens. Michelson a obtenu le prix Nobel en 1907. On peut noter une analogie avec le prix Nobel 2015 décerné à Thorne/Weiss/Barish pour l'interféromètre LIGO, sorte de Michelson géant, qui a permis la mise en évidence des ondes gravitationnelles.

**III-A-2-** Dans l'interféromètre de Mach-Zehnder, si les 2 lames semi-réfléchissantes sont placées correctement (cf analyse précise de la figure 7 : face réfléchissante d'une séparatrice vers le haut, celle de l'autre vers le bas), **les 2 rayons traversent une épaisseur de verre voisine ; une compensatrice est inutile** (ce qui ne sera pas le cas dans l'interféromètre de Michelson).

**III-A-3-** Les chemins optiques sont identiques, mis à part lors de la traversée des lames :

$$\delta = (n_c - n_0)e = \Delta n.e$$

**III-A-4-** On utilise la formule de Fresnel (à démontrer, la formulation de la question est assez, trop

vague) :  $I = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \right) \right)$ . L'intensité est uniforme sur l'écran et peut varier entre 0 et  $4I_0$  selon la valeur de  $\delta$ .

**III-A-5-** Elle est maximale pour  $\delta = \Delta n.e = p\lambda$  avec  $p \in \mathbb{Z}$ .

**III-A-6-** Pour mesurer  $\Delta n$ , on peut éclairer l'interféromètre en lumière blanche : les différentes longueurs d'onde n'interfèrent pas et on observe la somme des intensités qu'elles produisent. La lumière en sortie sera une superposition de différentes longueurs d'onde et apparaîtra toujours blanche (on parle de « blanc d'ordre supérieur » ; il faut que  $\delta$  soit suffisamment élevé). L'analyse de ce blanc avec un spectroscope donne un spectre dont certaines longueurs d'onde sont absentes (on parle de spectre cannelé) : les cannelures correspondent aux longueurs d'onde pour lesquelles l'intensité est nulle :

$$\delta = \Delta n.e = \left( p + \frac{1}{2} \right) \lambda .$$

Les longueurs d'onde éteintes sont mesurées grâce au spectroscope, reste l'inconnue  $p$ . Pour l'éliminer il est nécessaire d'utiliser deux longueurs d'onde, en passant d'une cannelure à la  $m^{\text{ième}}$  suivante :

$$\Delta n.e \left( \frac{1}{\lambda_{p+m}} - \frac{1}{\lambda_m} \right) = m .$$

Le décompte de  $m$ , la mesure des  $\lambda$ , et la mesure de l'épaisseur (au palmer) permet de déduire  $\Delta n$ . A priori il convient de prendre  $m$  le plus élevé possible pour minimiser l'incertitude relative.

### III-B- Propagation d'une onde polarisée à travers un morceau de Scotch®

**III-B-1a-** L'onde incidente se propage dans l'air, assimilé au vide, donc :  $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{u}_z$  en tenant compte du sens de propagation.

**III-B-1b-** Maxwell-Faraday :  $\text{div}(\vec{E}) = 0$  deviant en complexes :  $-\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$  donc  $\vec{k} \perp \vec{E}_0$

**III-B-2-** Dans la lame pour la polarisation selon  $\vec{u}_x$ , l'indice sera  $n_0$ ,  $\vec{k} = \frac{\omega}{v_0} \vec{u}_z = n_0 \frac{\omega}{c} \vec{u}_z$  donc

$$\vec{E}(z = e^-) = E_{0x} e^{j\omega(t - n_0 \frac{z}{c})} \vec{u}_x. \quad (\text{On reconnaît le chemin optique parcouru dans la lame : } n_0 e.)$$

On utilise implicitement la continuité du champ en  $z = 0$  et  $e$  et on néglige les réflexions sur les faces d'entrée et de sortie.

Pour  $z > e$ , on peut procéder de deux façons :

1- On utilise directement la forme d'une OPPM dans le vide  $\vec{E}(z > e) = E_{0x} e^{j\omega(t - \frac{z}{c})} \vec{u}_x$ . Puis on

choisit  $E_{0x}$  pour traduire la continuité en  $z = e$  :  $\vec{E}(z > e) = E_{0x} e^{-j\omega n_0 \frac{z}{c}} e^{j\omega(t - \frac{z-e}{c})} \vec{u}_x$

2- On peut utiliser le fait que l'onde dans le vide est progressive et se propage à la vitesse  $c$  :

$$\vec{E}(z > e, t) = \vec{E}\left(z = e^+, t - \frac{z-e}{c}\right) \underset{\substack{\text{continuité} \\ \text{en } z=e}}{=} \vec{E}\left(z = e^-, t - \frac{z-e}{c}\right) = E_{0x} e^{j\omega(t - \frac{z-e}{c} - n_0 \frac{z}{c})} \vec{u}_x$$

**III-B-3a-** De même, pour une polarisation selon  $\vec{u}_y$ , on aurait  $\vec{E}(z > e) = E_{0y} e^{-j\omega n_0 \frac{z}{c}} e^{j\omega(t - \frac{z-e}{c})} \vec{u}_y$ . Dans cette question  $E_{0x} = E_{0y} = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$ .

La linéarité permet d'affirmer que la réponse à une somme (de champs) est la somme des réponses,

$$\vec{E}(z > e) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{j\omega(t - \frac{z-e}{c})} \left( e^{-j\omega n_0 \frac{z}{c}} \vec{u}_x + e^{-j\omega n_0 \frac{z}{c}} \vec{u}_y \right)$$

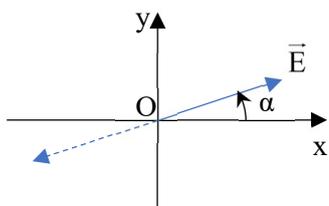
$$\text{Ou en notation réelle } \vec{E}(z > e) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \left( \cos\left(\omega\left(t - \frac{z-e}{c}\right) + \omega n_0 \frac{z}{c}\right) \vec{u}_x + \cos\left(\omega\left(t - \frac{z-e}{c}\right) + \omega n_0 \frac{z}{c}\right) \vec{u}_y \right)$$

**III-B-3b-** Le champ sera polarisé rectilignement si  $\varphi_x(t) - \varphi_y(t) = 0$  ou  $\varphi_x(t) - \varphi_y(t) = \pi$

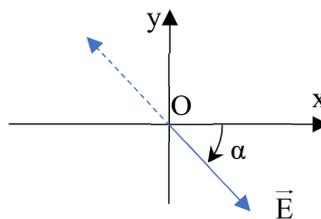
Remarque : l'onde est polarisée rectilignement dans la direction faisant un angle  $\alpha$  avec l'axe Ox tel que :

$$\alpha = \arctan\left(\frac{E_{0y}(t)}{E_{0x}(t)}\right) \text{ si } \varphi_x(t) - \varphi_y(t) = 0$$

$$\alpha = -\arctan\left(\frac{E_{0y}(t)}{E_{0x}(t)}\right) \text{ si } \varphi_x(t) - \varphi_y(t) = \pi : \vec{E}(z, t) = \begin{pmatrix} E_{0x}(t) \cos(\omega t - kz + \varphi_x(t)) \\ -E_{0y}(t) \cos(\omega t - kz + \varphi_x(t)) \\ 0 \end{pmatrix}$$



$$\varphi_x(t) - \varphi_y(t) = 0$$



$$\varphi_x(t) - \varphi_y(t) = \pi$$

Ici le déphasage  $\varphi_y - \varphi_x = (n_c - n_o) \frac{\omega e}{c} \neq 0 [\pi]$  et l'onde émergente n'est en général pas polarisée rectilignement

**III-B-3c-** Si  $\Delta n \cdot e = p\lambda$  alors  $\varphi_y - \varphi_x = \lambda \frac{\omega}{c} = p2\pi$  ; l'onde émergente sera bien polarisée rectilignement et

$$\text{on aura : } \frac{E_{0y}(t)}{E_{0x}(t)} = \frac{\frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega\left(t - \frac{z-e}{c}\right) + \omega n_c \frac{e}{c}\right)}{\frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega\left(t - \frac{z-e}{c}\right) + \omega n_o \frac{e}{c}\right)} = \frac{\frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega\left(t - \frac{z-e}{c}\right) + \omega n_o \frac{e}{c} + \Delta n \cdot e \frac{\omega}{c}\right)}{\frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega\left(t - \frac{z-e}{c}\right) + \omega n_o \frac{e}{c}\right)} = 1$$

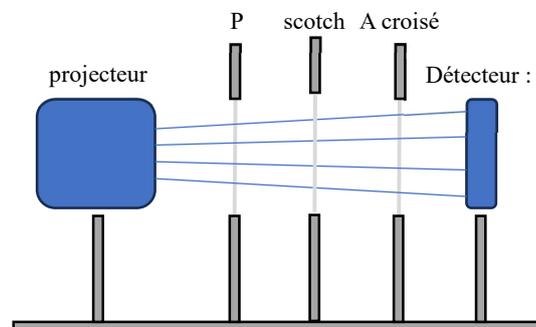
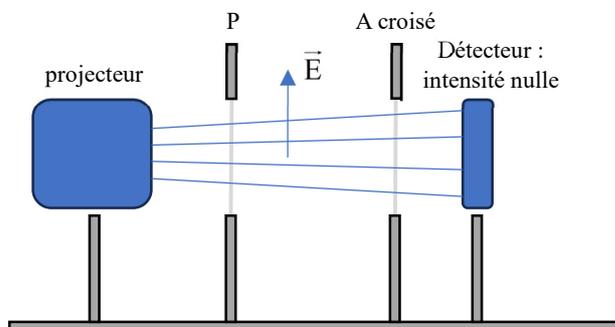
**On retrouve bien une onde polarisée suivant la première bissectrice des axes Ox et Oy.**

### III-C- Analyse d'une expérience

**III-C-1a-** Un polariseur ne laisse passer qu'une direction du champ électrique. Un polariseur et un « analyseur », c'est-à-dire un 2<sup>nd</sup> polariseur, sont croisés **si leur association ne transmet pas la lumière.**

**III-C-1b-** Pour repérer les lignes neutres du ruban on l'introduit entre le polariseur et l'analyseur croisés. Conformément au résultat du B.3.b, en général l'OEPPM qui sort du ruban n'est plus rectiligne et l'extinction par l'analyseur n'est plus réalisée.

Cependant on a montré en B.2 qu'une OEPPM polarisée rectilignement selon l'un des axes neutres du ruban ressort polarisée selon la même direction. Dans ce cas l'extinction par l'analyseur est toujours réalisée. On repère donc les axes neutres en faisant tourner le ruban dans son propre plan jusqu'à obtenir l'extinction, les axes neutres sont alors les directions transmises par le polariseur et l'analyseur (perpendiculaires).



On tourne le scotch jusqu'à annuler l'intensité sur le détecteur de façon à repérer les deux axes neutres du ruban

Une fois les axes neutres repérés, on réalise une rotation du ruban de 45°.

### III-C-2a- QUESTION QUE JE PENSAIS AVOIR SUPPRIMEE : non faisable à l'époque du DS

Pour un réseau en transmission, éclairé en incidence normale,  $\sin(i) = p \frac{\lambda}{a}$  avec  $p = 1$  pour l'ordre 1 (l'angle en sorti du réseau est noté  $i$ ).

La courbe  $\sin(i)$  e fonction de  $\lambda$  est une droite de pente  $\frac{1}{a}$ . L'alignement des points sur une droite étant déjà vérifié, la régression linéaire était-elle attendue ? J'ai utilisé 2 points extrêmes pour obtenir la pente précisément :

$$\frac{1}{a} = \frac{\Delta(\sin \theta)}{\Delta\lambda} = \frac{0,380 - 0,263}{(637 - 435,8) \cdot 10^{-9}} = 582 \text{ traits / mm soit } a = 1,72 \mu\text{m}$$

C'est classique pour les réseaux utilisés en TP à environ 600 traits/mm.

**III-C-2b-** L'incertitude est causée par :

- le réglage imprécis de l'incidence normale
- la mesure des angles, à la minute près
- l'utilisation de l'ordre 1 : dans l'ordre 2, les angles sont plus grands, ceci permet de minimiser l'incertitude relative.

**III-C-3a-** D'après l'étude du B.3, les longueurs d'onde vérifiant  $\Delta n \cdot e = p\lambda$  avec  $p \in \mathbb{Z}$  sont éteintes.

**III-C-3b-** Il faut au moins 3 épaisseurs de scotch pour obtenir une raie éteinte dans le visible, donc

$\exists p \in \mathbb{N}$  tel que  $380 \text{ nm} < |\Delta n| \cdot 3 \frac{e}{p}$  soit  $4,52 \cdot 10^{-3} < |\Delta n|$  en retenant la condition la moins sévère  $p = 1$ .

**III-C-3c-** Pour 10 épaisseurs on observe 3 extinctions :  $|\Delta n| \cdot 10e = p\lambda_p$  et  $|\Delta n| \cdot 10e = (p+3)\lambda_{p+3}$  avec donc

$$|\Delta n| \cdot 10e \left( \frac{1}{\lambda_{p+3}} - \frac{1}{\lambda_p} \right) = 3 \Rightarrow \boxed{|\Delta n| = \frac{3}{10,28 \cdot 10^{-6} \left( \frac{1}{433,4} - \frac{1}{680} \right) \cdot 10^9} = 1,28 \cdot 10^{-2}}$$

Les auteurs ont obtenu  $\Delta n = 1,39 \cdot 10^{-2}$  mais en supposant arbitrairement  $n_0 = 1$ .

**III-C-4a-** Analogie entre les deux systèmes.

Les 2 bras de l'interféromètre correspondent aux 2 polarisations selon les lignes neutres de la lame : ils permettent d'introduire une différence de marche grâce à une différence de chemins optiques. La division d'amplitude se fait à l'entrée dans la lame par projection sur les 2 axes neutres.

**III-C-4b-** L'analogie demandée entre les 2 dispositifs conduit à effectuer une analogie sur la formule de Fresnel. A la sortie de la lame il y a à nouveau une projection des composantes  $E_x$  et  $E_y$  sur la direction transmise par l'analyseur. En notant  $I_x$  et  $I_y$  les intensités correspondant aux composantes  $E_x$  et  $E_y$ ,

projetées sur l'axe transmis par l'analyseur (ce qui ajoute un facteur multiplicatif  $\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ$ ),

l'intensité en sortie de l'analyseur peut être écrite :  $I = I_x + I_y + 2\sqrt{I_x I_y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta n \cdot e\right)$  et le contraste

sera maximal si  $I_x = I_y$  donc si  $E_{0x} = E_{0y}$  ; ce qui arrive si les lignes neutres du scotch.

## IV-Obtention de graphène par le procédé d'exfoliation au Scotch®

### A- Diagramme de phases du carbone

IV-A-1- A 273 K et 1 bar, par lecture sur le diagramme la forme stable est le **graphite**.

IV-A-2- Le diamant peut apparaître au-delà de  $10^9 \text{ Pa} = 10^4 \text{ bar}$  (mais en deçà de 4000K), à l'intérieur des planètes.

IV-A-3- On peut rencontrer des diamants à pression atmosphérique sans doute pour raison cinétique : la transition de phase est lente.

### B- Structure cristallographique du diamant

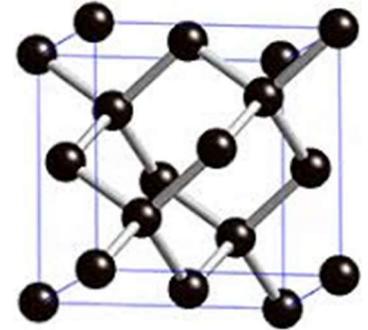
IV-B-1- cf schéma de la maille ci-contre.

IV-B-2- Les sites T sont les centres des huit petits cubes de côté  $a/2$  inscrit dans ce cube de côté  $a$ .

La tangence entre les plus prochains voisins selon la demi-diagonale d'un petit cube se traduit par  $a \frac{\sqrt{3}}{2} = 4R$ .

Il y a  $8/8$  (sommets) +  $6/2$  (centres des faces) +  $8/2$  (sites T) = 8 atomes par maille.

$$C = \frac{V_{\text{atome}}}{V_{\text{maille}}} = \frac{8 \frac{4}{3} \pi R^3}{a^3} = \pi \frac{\sqrt{3}}{16} = 0,34$$



IV-B-3-  $\rho = \frac{m_{\text{maille}}}{V_{\text{maille}}} = \frac{8M_c}{a^3 N_a} \Rightarrow a = 356 \text{ pm} \Rightarrow 2R = 154 \text{ pm}$

### C- Structure cristallographique du graphite

IV-C-1- Il y a  $8/8$  (sommets) +  $4/4$  (centre des arêtes) +  $2/2$  (faces) + 1 (intérieur) = 4 atomes par maille.

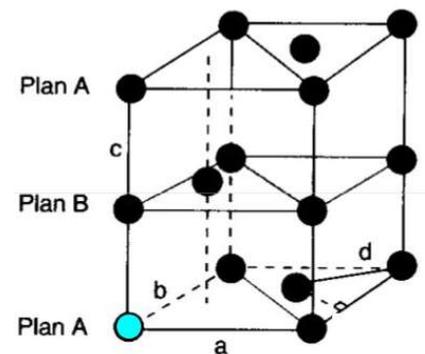
IV-C-2-  $V_{\text{maille}} = A_{\text{base}} \cdot h = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a \cdot h = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 h$  où  $a$  est la longueur du côté d'une face losange et  $h$  est la distance entre deux feuillets.

La distance entre deux atomes est  $d = \frac{2 \sqrt{3}}{3} \frac{a}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}}$

Donc  $\rho = \frac{4 \frac{M_c}{N_a}}{\frac{\sqrt{3}}{2} (d\sqrt{3})^2 h} = \frac{8M_c}{3\sqrt{3}d^2 h N_a}$  donc  $d = \sqrt{\frac{8M_c}{3\sqrt{3}\rho h N_a}}$  et la

distance entre deux feuillets  $d' = \frac{d}{2} = \sqrt{\frac{2M_c}{3\sqrt{3}\rho h N_a}}$

On trouve  $346 \text{ pm} \leq d' \leq 369 \text{ pm}$



IV-C-3- Dans le diamant, le carbone établit classiquement 4 liaisons covalentes de longueur 154pm.

Dans le graphite, les atomes n'effectuent que 3 liaisons covalentes dans un plan. Chaque C garde un électron célibataire qui est délocalisé sur les 3 liaisons précédentes, qui prennent un caractère partiel de liaison double ; elles sont donc plus courtes : 141pm. La distance entre les feuillets bien plus grande que les précédentes n'est pas de type covalent, et l'interaction entre feuillets est de type Van der Waals.

## **D-Du graphite au graphène**

**IV-D-1-** D'après l'analyse précédente les liaisons entre feuillets sont plus faibles que des liaisons covalentes, ceci permet une séparation « facile » des feuillets. Il faut que les interactions avec les molécules de la colle du scotch soient plus fortes que les interactions entre feuillets.

La structure des feuillets peut quant à elle être préservée grâce aux liaisons fortes C-C qui les constituent. Leur structure plane permet une certaine courbure.

Enfin la redéposition sur un substrat de silicium (oxyde de silicium en fait ?) demande que les interactions avec ce substrat soient plus fortes que les interactions avec le scotch !

**IV-D-2-** Les électrons célibataires évoqués en C.3 circulent probablement entre les atomes de C, s'apparentant à des électrons libres. Ceci expliquerait la bonne conductivité du graphène.