Révisions de thermodynamique Application des principes.

Exercice 1 : Compression polytropique.

On étudie une masse m = 1 g d'un gaz assimilable à un gaz parfait de masse molaire M et de coefficient γ = 1,4. On note r le rapport R / M où R est la constante des gaz parfaits et on donne, pour le gaz étudié, r = 287 $J.kg^{-1}.K^{-1}$. On suppose qu'une unité de masse de ce gaz subit une compression réversible au cours de laquelle la chaleur qu'il échange avec l'extérieur est reliée à sa variation d'enthalpie par une relation de la forme : $\delta Q_{rev} = a.dH$, a étant constant au cours de l'évolution.

1- Montrer qu'au cours de l'évolution, on a la relation : $PV^k = \text{constante}$, avec $k = \dfrac{\gamma(1-a)}{1-a\gamma}$.

2- Sachant que lors de la compression, les paramètres du gaz passent de (P_1 = 1 bar ; T_1 = 293 K) à (P_2 = 10 bar ; T_2 = 498 K), calculer les constantes k et a qui modélisent l'évolution du gaz dans le compresseur.

3- Exprimer le travail et la chaleur reçus par le gaz au cours de la compression en fonction de T_1 , T_2 , r , γ et k, puis les calculer.

On suppose que cette compression est réalisée en continu par une machine avec un débit massique de gaz D de 0,2 $kg.s^{-1}$ *(cette partie n'est traitable qu'après avoir vu le 1er principe en écoulement)* ; la chaleur cédée par le gaz au cours de l'évolution est évacuée par un circuit de refroidissement à eau.

4- Calculer la puissance fournie au gaz par le compresseur.

5- Calculer l'augmentation de la température de l'eau à la traversée du circuit de refroidissement, sachant que le débit de masse d'eau dans le circuit est de 0,25 $kg.s^{-1}$ et que la capacité thermique massique de l'eau liquide est égale à 4,18 $kJ.kg^{-1}.K^{-1}$.

Exercice 2 : Mesure d'une capacité thermique.

On considère un échantillon de capacité thermique C supposée indépendante de la température. Les échanges thermiques de cet échantillon sont d'une part l'apport par une source électrique d'une puissance $P(t) = P_0(1+\cos(\omega t))$ et d'autre part d'une « fuite thermique » telle que le flux thermique perdu est $\Phi = K(T - T_0)$ où K est une constante, T_0 la température d'un bain thermostaté et T la température de l'échantillon supposée uniforme à tout instant dans son volume

1- Expliquer comment réaliser expérimentalement la puissance alternative P(t)

2- Ecrire l'équation différentielle régissant l'évolution de la température T(t) de l'échantillon.

3- Résoudre cette équation différentielle en considérant qu'un temps t = 0, la température de l'échantillon est T_0. Exprimer la solution comme la somme de trois contributions que l'on qualifiera physiquement. Donner l'allure de T(t) sur un graphe.

4- Quel est le temps caractéristique τ de passage du régime transitoire au régime permanent ?

5- Montrer que la mesure de l'amplitude de la composante alternative de la température de l'échantillon à différentes fréquences permet d'accéder à la valeur de la capacité thermique.

Exercice 3 : Où l'on détend un gaz parfait.

On considère un gaz placé dans un cylindre fermé par un piston mobile sans frottements, le cylindre et le piston étant calorifugés. La pression extérieure est notée P_{ext}. Initialement, le piston est bloqué et le gaz est comprimé, son volume et sa pression étant respectivement notés V_0 et P_0.

1- On relâche le piston très lentement : déterminer le volume final V_1 du gaz en fonction de V_0, P_0 et P_{ext}.

2- A partir du même état initial, on relâche maintenant le piston brusquement : après avoir démontré la relation qui existe entre les capacités thermiques C_v et C_p et la constante des gaz parfaits R, déterminer le volume final V_2 du gaz en fonction de V_0, P_0 et P_{ext}.

3- A l'aide d'un bilan d'entropie déterminer si V_2 est inférieur ou supérieur à V_1. Puis placer les différents états d'équilibre sur un diagramme de Clapeyron. Calculer numériquement V_1/V_0 et V_2/V_0 si $P_0 = 6{,}6$ bar et $P_{ext} = 1$ bar. Le gaz parfait possède un coefficient isentropique γ égal à 1,4.

4- Discuter qualitativement la valeur de la température finale et du travail récupéré lors de cette opération.

Exercice 4 : Détente monotherme d'un liquide dans le vide.

Dans une enceinte initialement vide de volume $V = 1$ L et placée en contact avec un thermostat à 20°C, on introduit, grâce à un système approprié, 1 g d'eau liquide, lui-même à 20°C et à pression atmosphérique.

Calculer la masse de vapeur d'eau formée, la chaleur fournie par le thermostat lors de cette vaporisation, ainsi que la variation d'entropie de l'univers, et commenter.

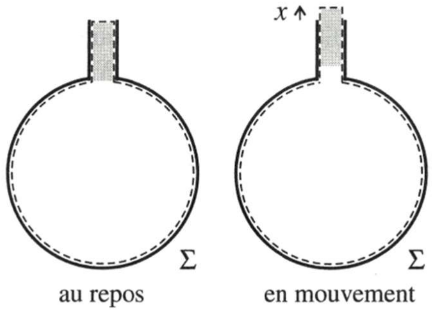
Données : à 20°C, $P_s = 2352$ Pa et $L_v = 2455$ J.g^{-1}. Nombre de masse : 1 pour H, 16 pour O.

Exercice complémentaire :

Exercice 5 : Résonateur de Helmholtz

Un résonateur de Helmholtz est constitué par une sphère de volume V0 reliée à un conduit cylindrique de longueur h et de section A. L'air contenu dans le résonateur est assimilé à un gaz parfait de masse molaire M et de rapport des capacités thermiques γ. On se propose d'étudier un mode de vibration du résonateur tel que :

- L'air contenu dans le conduit se déplace en bloc (comme si c'était un bouchon solide) d'une très petite longueur x, algébrique et comptée positivement vers l'extérieur du résonateur
- L'air contenu dans le résonateur n'a pas d'échange thermique avec l'extérieur



On appelle P_0 et T_0 la pression et la température de l'air atmosphérique et P et T la pression et la température dans le résonateur.

1- Exprimer la masse m d'air dans le conduit et la quantité d'air n dans la sphère lorsque le résonateur est au repos en fonction de h, A, V_0, M, P_0 et T_0.

2- En négligeant la variation d'énergie interne de l'air du conduit et la variation d'énergie cinétique de l'air dans la sphère, montrer que l'application du premier principe au système fermé $\Sigma = \{\text{gaz dans le résonateur au repos}\}$ mène à la relation : $\frac{nR}{\gamma - 1} dT + m\ddot{x}\,dx = -P_0 A\,dx$

3- De même, établir la relation : $\frac{nR}{\gamma - 1} dT = -PA\,dx$

4- Montrer que : $\frac{Adx}{V_0 + Ax} = -\frac{1}{\gamma - 1}\frac{dT}{T}$ puis que $\frac{dP}{P} = -\gamma\frac{Adx}{V_0 + Ax}$

Exprimer P au premier ordre en x, en fonction de P_0, V_0, A et x.

5- Montrer que : $m\ddot{x} = -\frac{\gamma P_0 A^2}{V_0} x$

Quelle est la fréquence f_0 du mode d'oscillation étudié ?

6- On indique que la vitesse du son dans l'air est : $c_{son} = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}}$

Exprimer la longueur d'onde λ_0 d'une onde sonore de fréquence f_0 en fonction de V_0, A et h.

7- Application numérique : la sphère a un rayon $r = 6{,}0\,\text{cm}$, le conduit est un cylindre de rayon $a = 1{,}0\,\text{cm}$ et hauteur $h = 4{,}0\,\text{cm}$, $M = 0{,}029\,\text{kg.mol}^{-1}$ et $R = 8{,}314\,\text{J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.

Calculer λ_0. Commenter la valeur trouvée.

Exercice 6 : échauffement d'un solide

On considère un solide de masse $m = 1{,}0\,\text{kg}$, de capacité thermique massique $c = 10\,\text{J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$, se trouvant initialement à la température $T_1 = 273\,\text{K}$, placé dans une grande quantité d'eau (constituant un thermostat) à la température $T_2 = 373\,\text{K}$.

1- Lorsque l'équilibre thermodynamique est atteint :
quelle est la température du solide ?
quelle est la température du thermostat ?

2- Déterminer la variation d'entropie du solide lors de ce processus, en fonction de m, c, T_1 et T_2 ; puis faire l'application numérique.

3- Déterminer la variation d'entropie de l'eau lors de ce processus, en fonction de m, c, T_1 et T_2 ; puis faire l'application numérique.

4- En déduire la variation d'entropie de l'univers, constitué par l'ensemble {solide + thermostat}, lors de ce processus, puis faire l'application numérique. Commenter votre résultat.

5- On découpe le processus précédent en une infinité de processus au cours desquels on élève la température du solide de T à T+ΔT (avec $\Delta T \ll T$) par contact avec une infinité de thermostats de températures infiniment proches les unes des autres.
Déterminer $S_{\text{créée}}$ lors d'une transformation élémentaire puis montrer que l'on peut considérer $S_{\text{créée}}$ proportionnel à $\left(\dfrac{\Delta T}{T}\right)^2$. En déduire que le processus étudié peut-être rendu réversible dans la limite où la variation de température ΔT entre deux thermostats successifs tend vers 0.

6- Retrouver la température finale (sans utiliser le « principe 0 »)