

Etude d'une installation nucléaire. Correction. (Centrale MP 2016)

Note : dans ce corrigé, le rendement est noté η .

I.A.1.a Notons w , q_{ch} et q_{fr} le travail massique et les transferts thermiques massiques algébriquement reçus par le fluide au cours d'un cycle de fonctionnement de la machine.

Le cycle de Carnot est composé de deux adiabatiques réversibles et de deux isothermes réversibles. L'enthalpie massique h et l'entropie massique s sont des fonctions d'état, donc sur un cycle :

$$\Delta h = 0 \quad \text{et} \quad \Delta s = 0$$

Le cycle étant réversible, l'entropie créée est nulle. Le premier et le deuxième principes de la thermodynamique appliqués sur un cycle s'écrivent

$$\Delta h = w + q_{ch} + q_{fr} = 0 \quad \text{et} \quad \Delta s = s_{ech} = 0$$

Le fluide est en contact avec deux thermostats, d'où

$$s_{ech} = \frac{q_{ch}}{T_{ch}} + \frac{q_{fr}}{T_{fr}}$$

Avec le deuxième principe $\frac{q_{ch}}{T_{ch}} + \frac{q_{fr}}{T_{fr}} = 0$

Le rendement η_c est le rapport de l'énergie « utile » $-w$ sur ce qu'on a « payé » pour l'avoir, c'est-à-dire q_{ch} . Donc

$$\begin{aligned} \eta_c &= \frac{-w}{q_{ch}} = \frac{q_{ch} + q_{fr}}{q_{ch}} && \text{(d'après le premier principe)} \\ &= 1 + \frac{q_{fr}}{q_{ch}} \end{aligned}$$

$$\boxed{\eta_c = 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}} \quad \text{(d'après le deuxième principe)}$$

I.A.1.b Application numérique : $\eta_c = 0,44$

Rq : Notez bien que pour résoudre cette question nous avons appliqué le 1^{er} et le 2nd principe dans leurs versions adaptées aux écoulements, c'est-à-dire en faisant intervenir avec les grandeurs massiques et, pour le 1^{er} principe, l'enthalpie et non l'énergie interne. Si vous n'y avez pas pensé et que vous avez reproduit la démonstration « de base » en écrivant :

$$\Delta U = W + Q_{ch} + Q_{fr} = 0, \quad \Delta S = S_{ech} = \frac{Q_{ch}}{T_{ch}} + \frac{Q_{fr}}{T_{fr}} = 0, \quad \eta_c = \frac{-W}{Q_{ch}} \quad \text{etc...}$$

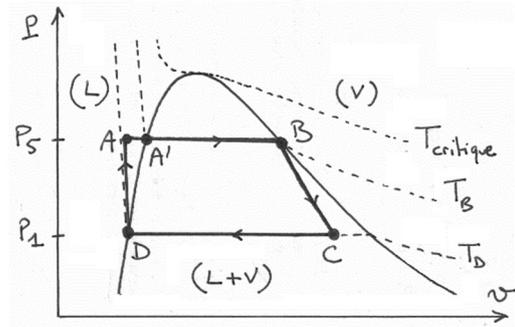
ça passe (car la question peut être vue comme une question générale indépendamment du dispositif réellement étudié dans le problème), mais il vaut tout de même mieux dès le début se placer dans le cadre des fluides en écoulement.

I.A.1.c Le rendement peut aussi bien être exprimé en fonction des puissances mécanique et thermique que des travaux et transferts thermiques massiques puisque ces grandeurs sont proportionnelles (via le débit massique de la machine). Comme par ailleurs la puissance mécanique transmise à la turbine (qui est ici la grandeur utile du point de vue de l'étude réalisée à la question 1.a) est supposée égale à la puissance électrique P_e fournie in fine par la centrale, on a :

$$\boxed{\eta = \frac{P_e}{P_t} = 0,32}$$

Ce rendement réel est inférieur au rendement de Carnot, conformément au théorème de Carnot, du fait des irréversibilités liées au fonctionnement réel.

I.A.2.a On commence par représenter la courbe de saturation, on place ensuite les domaines du liquide (L), de la vapeur (V) et le domaine diphasé (L+V), puis les paliers de changement d'état aux pressions $P_1 = 43$ mbar et $P_2 = 55$ bar mentionnées dans le texte, ainsi que les isothermes 30°C et 270°C qui leur correspondent d'après la table thermodynamique fournie dans les données. On ajoute l'isotherme critique, puis on peut enfin placer les points A, A', B, C, D, et tracer le cycle, en raisonnant par exemple de la façon suivante :



- * L'état B correspond à une pression P_2 et à un système entièrement sous forme de vapeur saturante : B est donc situé sur la courbe de rosée et a pour ordonnée P_2 ; on en déduit également que l'isotherme T_B demandée est l'isotherme à 270°C déjà tracée.
- * L'étape BC est une détente adiabatique réversible, donc isentropique, de P_2 à P_1 et en C le fluide est diphasé : on place donc C dans le domaine diphasé, à l'ordonnée P_1 et à une abscisse supérieure à celle de B puisque la détente correspond à une augmentation de volume (l'allure exacte de la courbe BC est en revanche tracée qualitativement).
- * L'étape CD est une liquéfaction isobare à P_1 et conduit à un état D où le système est entièrement liquide et saturant : le trajet CD suit donc le palier de changement d'état à P_1 jusqu'à la courbe d'ébullition ; on en déduit également que l'isotherme T_D demandée est l'isotherme à 30°C déjà tracée.
- * L'étape DA est une compression adiabatique réversible, donc isentropique, de P_1 à P_2 : on place donc A dans le domaine liquide, à l'ordonnée P_2 et **à une abscisse inférieure à celle de D** puisque **la compression correspond à une diminution de volume**. Pour affiner, il faut positionner A par rapport à l'isotherme T_D : en toute rigueur, **la température augmente lors d'une compression adiabatique réversible**, donc A est situé **à droite de l'isotherme** ; toutefois, pour un liquide, l'approximation usuelle de phase incompressible et indilatable (PCII) conduit à négliger toute variation de température lors d'une transformation isentropique ($ds \approx c \, dT/T$) et on peut donc **approximativement placer A sur l'isotherme T_D** .
- * Enfin, les étapes AA' et A'B sont isobares à P_2 , avec A' situé sur la courbe d'ébullition puisqu'il s'agit d'un état liquide saturant. Le cycle est donc bouclé !

Attention !

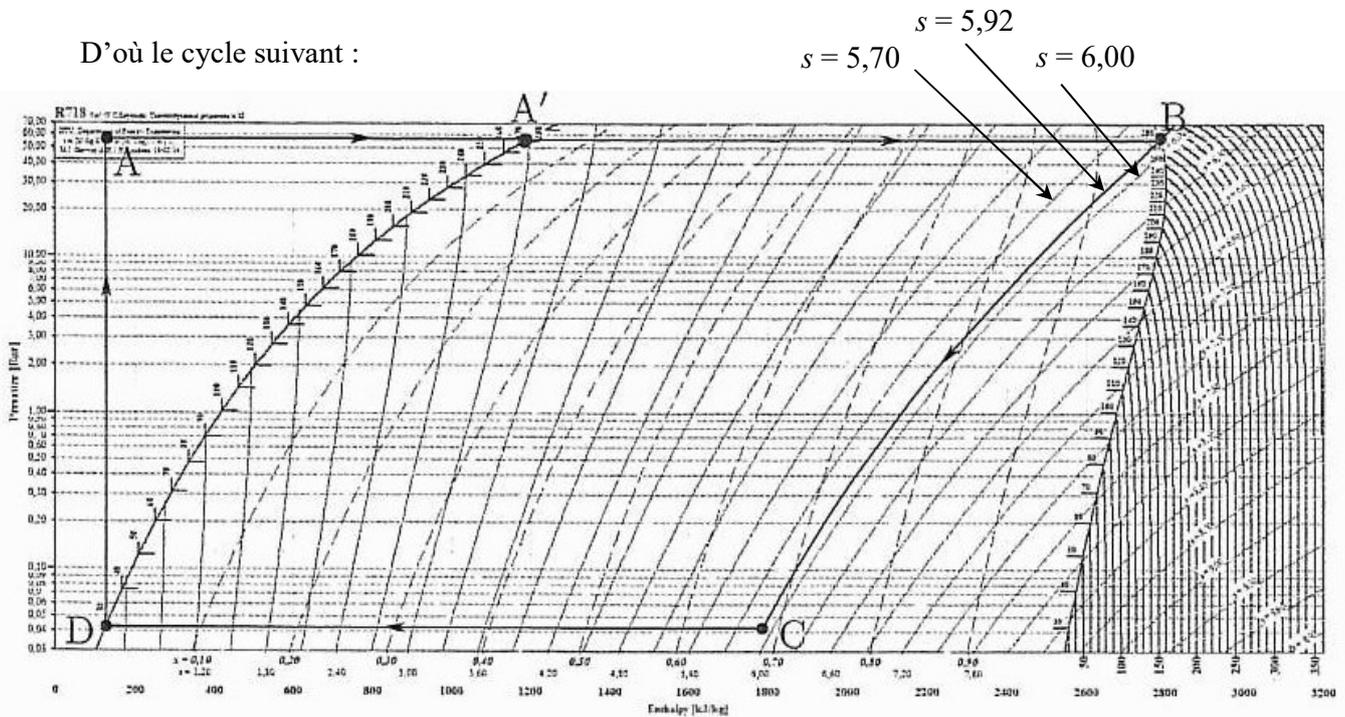
I.A.2.b Compte tenu de l'analyse ci-dessus, on obtient facilement le tableau ci-contre :

	A'	B	D
T ($^\circ\text{C}$)	270	270	30
h (kJ.kg^{-1})	1 190,10	2 788,46	125,22
s ($\text{J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$)	2,985 3	5,922 6	0,434 8

I.A.2.c A', B et D se placent tout simplement à partir de leurs pressions, sachant que A' et D sont sur la courbe d'ébullition et B sur la courbe de rosée. Et C est obtenu par intersection de l'isobare P_1 et de l'isentrope $s = 5,92 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ passant par B, que l'on trace grâce aux isentropes $s = 6,00 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ et $s = 5,70 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ présentes sur le diagramme (5,92 est barycentre de 5,70 et 6,00 avec les poids 0,742 et 0,258).

Rq : En principe, A peut être obtenu de la même façon (intersection de l'isobare P_2 et de l'isentrope passant par D). Toutefois les isentropes ne sont pas tracées dans le domaine liquide ; on utiliserait donc plutôt une propriété de l'étape DA : le travail reçu par le fluide lors de cette étape (au plus égal au travail consommé par la pompe) est négligeable devant les autres énergies mises en jeu ; ceci indique, d'après le premier principe appliqué au fluide en écoulement dans la pompe, que l'étape DA peut être considérée isenthalpique, ce qui donne immédiatement la position de A. Cette approximation qui assimile une étape isentropique à une étape isenthalpique trouve sa cohérence dans l'approximation de PCII évoquée plus haut, puisqu'on a alors : $ds \approx c \, dT/T$ & $dh \approx c \, dT$ d'où : $s = C^{te} \Rightarrow T = C^{te}$ & $h = C^{te}$.

D'où le cycle suivant :



I.A.2.d Notons h l'enthalpie massique. Le premier principe appliqué au fluide en écoulement stationnaire s'écrit

$$\Delta h = w_u + q$$

I.A.2.e Il n'y a pas de transfert thermique lors du passage dans la turbine. Le premier principe devient

$$\Delta h_{BC} = w_{BC}$$

Or, $h_B = 2788,46 \text{ kJ.kg}^{-1}$ (donnée tabulée, cf. I.A.2.b.) et $h_C \approx 1790 \pm 10 \text{ kJ.kg}^{-1}$ par lecture sur le diagramme.

d'où

$$w_{BC} = h_C - h_B \approx -1,00 \cdot 10^3 \pm 0,01 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

I.A.2.f De même lors de la transformation AA' , il n'y a pas de travail utile. Le premier principe s'écrit

$$\Delta h_{AA'} = q_{AA'}$$

Or, $h_A \approx h_D$ (cf. remarque du I.A.2.c.) = $125,22 \text{ kJ.kg}^{-1}$ (donnée tabulée, cf. I.A.2.b.)

et $h_{A'} = 1190,10 \text{ kJ.kg}^{-1}$ (donnée tabulée, cf. I.A.2.b.)

d'où

$$q_{AA'} \approx h_{A'} - h_D = 1\,064,88 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad \text{soit} \quad q_{AA'} \approx 1,06 \cdot 10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Rq : Un calcul sans utiliser les données réelles mais avec une approximation de PCII donne :

$$q_{AA'} = h_{A'} - h_A \simeq c(T_{A'} - T_A)$$

avec c la capacité thermique massique de l'eau. Par conséquent, avec $T_A \simeq T_D$,

$$q_{AA'} \simeq c(T_{A'} - T_D) \simeq 1,00 \cdot 10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

I.A.2.g De même, lors de la transformation $A'B$ et avec les valeurs numériques de la question I.A.2.b,

$$q_{A'B} = h_B - h_{A'} = 1\,598,36 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad (\text{donnée tabulées})$$

I.A.2.h Les transferts thermiques effectivement reçus par le fluide sont $q_{AA'}$ et $q_{A'B}$. Le travail de la pompe est négligé. Par conséquent, le seul travail utile est w_{BC} . Le rendement s'écrit alors

$$\eta_R = \frac{-w_{BC}}{q_{AA'} + q_{A'B}} = 0,38$$

Le cycle de Rankine a donc un rendement supérieur au rendement réel qui vaut 0,32 (cf. I.A.1.c.), ce qui est normal puisque les transformations y sont idéalisées, avec en particulier des hypothèses de réversibilité mécanique pour la compression et la détente. Bien entendu, ce rendement reste inférieur à celui de Carnot qui vaut 0,44 (cf. I.A.1.b.).

I.A.2.i D'après le diagramme (P, h) de la question I.A.2.c, le point C se situe dans le domaine liquide/vapeur.

L'eau est dans un mélange diphasé liquide/vapeur.

De même, lisons la valeur de la fraction massique en vapeur au point C,

$$x_{v,C} = 0,68$$

On peut vérifier cette valeur en utilisant le théorème des moments :

$$x_{v,C} = \frac{h_C - h_{liq}}{h_{vap} - h_{liq}}$$

Ici, $h_{liq} = h_D$ et $h_{vap} \simeq 2580 \text{ kJ.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Avec les valeurs numériques de h_D et h_C précédentes, on arrive à

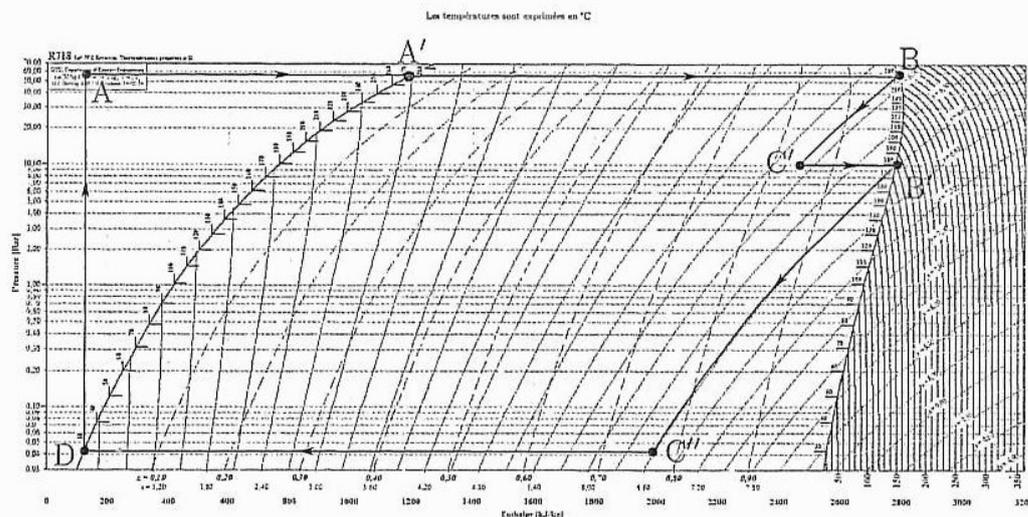
$$x_{v,C} = 0,68$$

Cette valeur est cohérente avec celle trouvée.

La présence de gouttes d'eau liquide dans la turbine risque de produire des chocs sur les pales et de les endommager.

Rq : Inversement, la présence de bulles de gaz dans des dispositifs prévus pour fonctionner avec du liquide (phénomène appelé la cavitation) est néfaste car les bulles produisent des chocs sur les parties mobiles et les altèrent ; ce phénomène est par exemple responsable de l'usure des hélices de bateaux.

I.A.3.a Le diagramme (P, h) devient



I.A.3.b Lisons les valeurs des fractions de vapeur sur le diagramme enthalpique :

$$x_{v,C'} = 0,85 \quad \text{et} \quad x_{v,C''} = 0,77$$

Avec la donnée de la question I.A.2.i, la fraction de vapeur est plus importante dans le cycle. La surchauffe permet de **diminuer la quantité d'eau liquide dans la turbine**.

I.A.3.c Calculons à nouveau le rendement

$$\eta' = -\frac{w_{u,tot}}{q_{c,tot}}$$

Il y a deux turbines donc deux travaux utiles $w_{u,BC'}$ et $w_{u,B'C''}$. Appliquons le premier principe aux transformations BC' et $B'C''$, d'où

$$w_{BC'} = h_{C'} - h_B \quad \text{et} \quad w_{B'C''} = h_{C''} - h_{B'}$$

Au point B' , la pression vaut 10 bars et l'eau est sous forme de vapeur saturante sèche, donc, d'après le tableau de données,

$$h_{B'} = 2777,84 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

De même, on peut lire sur l'axe des abscisses l'enthalpie massique de C' et C'' :

$$h_{C'} = 2450 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad \text{et} \quad h_{C''} = 1950 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

d'où $w_{BC'} = -338 \text{ kJ.kg}^{-1}$ et $w_{B'C''} = -828 \text{ kJ.kg}^{-1}$

Calculons maintenant $q_{c,tot}$. Les transferts thermiques positifs à prendre en compte sont $q_{AA'}$, $q_{A'B}$ et $q_{C'B'}$. Les valeurs de $q_{AA'}$ et $q_{A'B}$ ont été trouvées aux questions I.A.2.f et I.A.2.g. Appliquons le premier principe à la transformation $C'B'$,

$$q_{C'B'} = h_{B'} - h_{C'} = 327 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Ainsi

$$\eta' = -\frac{w_{BC'} + w_{B'C''}}{q_{AA'} + q_{A'B} + q_{C'B'}} = 0,40$$

Ce rendement de 0,40 semble plus élevé que celui du cycle de Rankine simple $\eta_R = 0,38$ (cf. I.A.2.h.) ; toutefois, cette valeur de η' est très incertaine car la position exacte des points sur le diagramme $(\ln P, h)$ influe beaucoup sur le résultat du calcul ci-dessus. De ce fait, il est difficile de dire si ce cycle est réellement plus efficace que le précédent.

D'ailleurs, si ce cycle modélise mieux la situation réelle que le cycle précédent, on pourrait penser que η' devrait être plus proche de $\eta_{réel} = 0,32$ (cf. I.A.1.c.) que ne l'était $\eta_R = 0,38$; auquel cas on devrait obtenir $\eta' < \eta_R \dots$

En revanche, un intérêt clair du cycle avec détente étagée est que, pour un rendement théorique similaire à celui du cycle de Rankine simple (voire un rendement plus élevé), il évite d'avoir une teneur en eau liquide trop élevée à la fin de la détente dans la turbine, donc de la détériorer (cf. question I.A.2.i.).