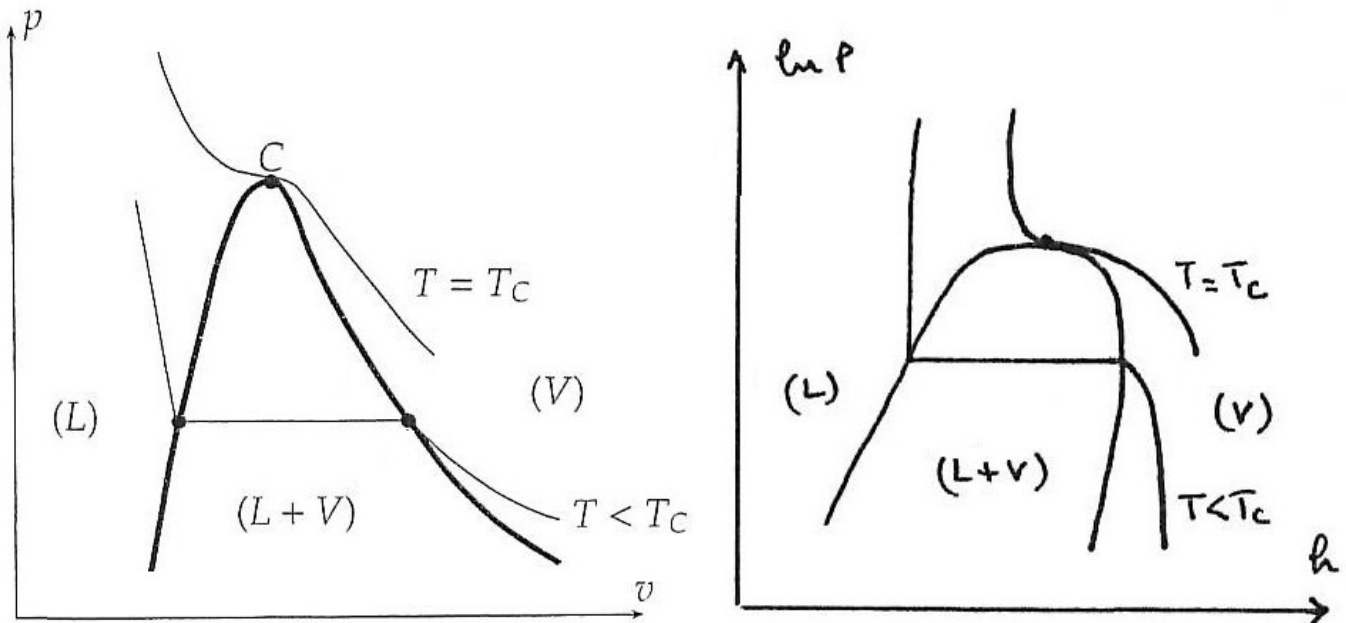


Système L-V et circuit secondaire des centrales nucléaires

A. Diagrammes de phases de l'eau.

A-I. Les allures des diagrammes sont les suivantes :



A-II. L'isotherme critique présente un point d'inflexion avec tangente horizontale au point critique. Les isothermes $T < T_c$ présentent toutes un palier dans le domaine diphasé du fait de la monovariance de l'équilibre L-V ; en d'autres termes, lors de l'équilibre des 2 phases, on a :

$$T = C^{te} \Rightarrow p = C^{te} = p_s(T) \quad \text{et donc : } h(T, p) = C^{te}$$

A-III Notons V_L (resp. m_L) le volume (resp. la masse) de la phase liquide. Le volume V est une grandeur d'état extensive donc $V = V_L + V_G$. Exprimons cette égalité avec les grandeurs massiques :

$$\begin{aligned} m v_m &= m_L v_L + m_G v_G & \Rightarrow & \quad m v_m = (m - m_G) v_L + m_G v_G \\ & & \Rightarrow & \quad v_m = (1 - x) v_L + x v_G \quad \text{car } x = m_G / m \end{aligned}$$

On en déduit $x = \frac{v_m - v_L}{v_G - v_L}$. Ce résultat est valable pour toute grandeur extensive,

en particulier pour l'enthalpie. Ainsi $x = \frac{h_m - h_L}{h_G - h_L}$.

A-IV. Par définition, on a : $l_v(T) = h_G(T) - h_L(T)$

B. Détente adiabatique réversible d'un système liquide-vapeur de l'eau.

B-I Le volume massique du système est $v_m = \frac{V}{m} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-3}} = 1,0 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$. Les valeurs de v_L et de v_G à $\theta = 100 \text{ °C}$ sont données dans le tableau de l'énoncé d'où :

$$x = \frac{v_m - v_L}{v_G - v_L} = \frac{1,0 - 1,04 \cdot 10^{-3}}{1,673 - 1,04 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{x = 0,60} \quad (0,5975)$$

B-II La détente est adiabatique et réversible donc isentropique : $s(x, T) = s(x', T')$.

$$c_L \ln T + l_V(T) \frac{x}{T} = c_L \ln T' + l_V(T') \frac{x'}{T'} \Rightarrow x' = \frac{T'}{l_V(T')} \left[c_L \ln \left(\frac{T}{T'} \right) + l_V(T) \frac{x}{T} \right]$$

Application numérique :

- $T = 100 \text{ °C} = 373,15 \text{ K}$ et $T' = 50 \text{ °C} = 323,15 \text{ K}$;
- $l_V(T) = h_G(100 \text{ °C}) - h_L(100 \text{ °C}) = 2671,44 - 418,42 = 2253,02 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- $l_V(T') = h_G(50 \text{ °C}) - h_L(50 \text{ °C}) = 2587,42 - 208,96 = 2378,46 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.
- $x' = \frac{323,15}{2378,46} \left[4,18 \ln \left(\frac{373,15}{323,15} \right) + 2253,02 \times \frac{0,5975}{373,15} \right]$, soit $\boxed{x' = 0,57}$. (0,5718)

B-III On cherche la fraction massique en vapeur x'' telle que $s(x'', T) = s(x'', T')$.

$$c_L \ln T + l_V(T) \frac{x''}{T} = c_L \ln T' + l_V(T') \frac{x''}{T'} \Rightarrow x'' = \frac{c_L \ln (T/T')}{l_V(T')/T' - l_V(T)/T}$$

$$x'' = \frac{4,18 \times \ln (373,15/323,15)}{2378,46 / 323,15 - 2253,02 / 373,15}$$
, soit $\boxed{x'' = 0,45}$. (0,4547)

- * Les applications numériques ne doivent pas être détaillées sur la copie, mais je les ai laissées ici pour que vous puissiez détecter plus facilement d'éventuelles erreurs.
- * Même si on a arrondi x à la question B-I, on reprend sa valeur exacte (gardée en mémoire dans la calculatrice) pour l'AN de la question B-II !
- * Les termes énergétiques peuvent être laissés en kJ (au lieu de J) tant qu'on en fait des rapports, ce qui est le cas ici. Dans le doute, tout passer dans le S.I.
- * Si à la question B-I on n'avait pas utilisé les données du tableau pour v_G et v_L mais qu'on avait effectué l'approximation usuelle $v_G \gg v_L$ (valable loin du point critique) ainsi que le modèle du gaz parfait, on aurait obtenu :

$$x \approx \frac{v_m}{v_G} \approx \frac{p_s v_m}{RT} = 0,588 \text{ au lieu de } 0,597 \text{ , soit une erreur de } 1,5\% \text{ par défaut}$$

Ceci nous montre l'intérêt du modèle du gaz parfait ! Toutefois, l'esprit de ce genre de problème est de ne pas utiliser les modèles, mais les données thermodynamiques fournies, ce qui permet d'obtenir des résultats plus fiables.

C-I. Pour représenter le cycle sur le diagramme de Clapeyron, on commence par tracer les paliers de changement d'état aux pressions $P_1 = 0,056$ bar et $P_2 = 69,2$ bar mentionnées dans le texte, ainsi que les isothermes 35°C et 285°C qui leur correspondent d'après le tableau fourni en début d'énoncé. On peut alors placer les points A, B, C, D, E, F et tracer le cycle, en raisonnant comme suit :

* L'état A correspond à une pression P_1 et à un système entièrement sous forme de liquide saturant : A est donc situé sur la courbe de rosée à l'ordonnée P_1 ; on en déduit également que $T_1 = T_A = 35^\circ\text{C} = 308,15$ K.

* L'étape AB est une compression adiabatique réversible, donc isentropique, de P_1 à P_2 : on place donc B dans le domaine liquide, à l'ordonnée P_2 et à une abscisse inférieure à celle de A puisque la compression correspond à une diminution de volume. On nous dit par ailleurs que cette compression entraîne une faible élévation de température de ΔT (logique pour une compression adiabatique), ce qui permet de positionner B par rapport à l'isotherme à T_1 .

Concernant les transferts énergétiques, on a : $W_{AB} > 0$ (pompe / compresseur)
& $Q_{AB} = 0$ (adiabaticité)

L'approximation usuelle de phase incompressible et indilatable conduirait à négliger cette variation de température ΔT car on aurait : $ds \approx c dT/T$ d'où $s = C^{te} \Rightarrow T = C^{te}$. ΔT est d'ailleurs négligée à partir de la question C-III !

* Les étapes BD et DE qui ont lieu dans le générateur de vapeur sont isobares à P_2 ; D est situé sur la courbe d'ébullition puisqu'il s'agit d'un état liquide saturant, et E sur la courbe de rosée puisque la vaporisation est totale. On en déduit également que $T_2 = T_E = 285^\circ\text{C} = 558,15$ K.

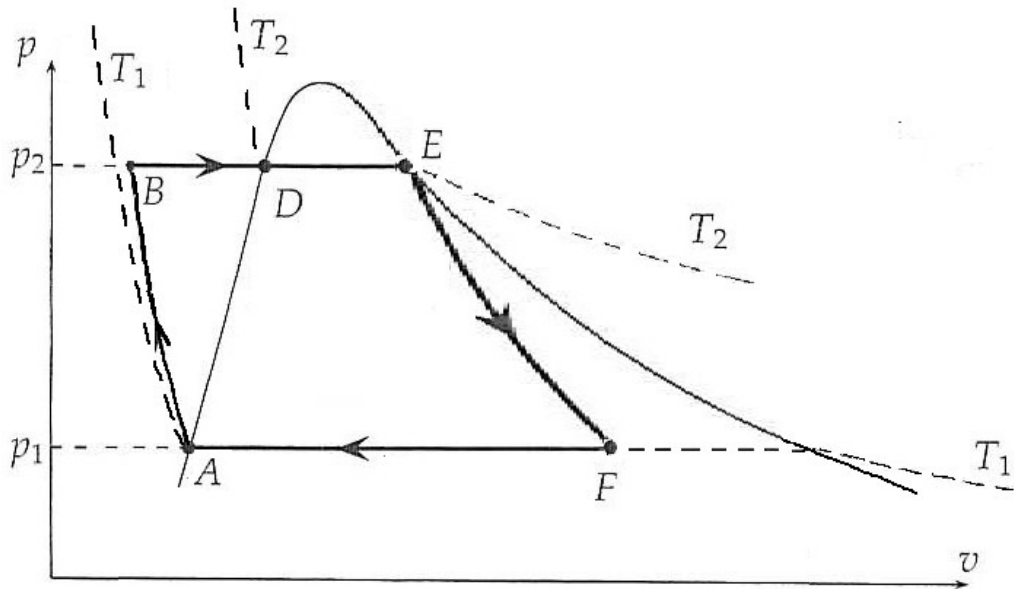
Concernant les transferts énergétiques, on a : $W_{BDE} = 0$ (pas de parties mobiles)
& $Q_{BDE} = Q_2 > 0$ ($T \uparrow$ puis vaporisation)

* L'étape EF est une détente adiabatique réversible, donc isentropique, de P_2 à P_1 et en F le fluide est diphasé : on place donc F dans le domaine diphasé, à l'ordonnée P_1 et à une abscisse supérieure à celle de E puisque la détente correspond à une augmentation de volume (l'allure exacte de la courbe BC est en revanche tracée qualitativement).

Concernant les transferts énergétiques, on a : $W_{EF} < 0$ (turbine)
& $Q_{EF} = 0$ (adiabaticité)

* Enfin, l'étape FA qui a lieu dans le condenseur est une liquéfaction isobare à P_1 qui ramène à l'état A : le cycle est donc bouclé !

Concernant les transferts énergétiques, on a : $W_{FA} = 0$ (pas de parties mobiles)
& $Q_{FA} = Q_1 < 0$ (liquéfaction)



C-II. La compression est adiabatique réversible donc isentropique. En utilisant l'expression de la différentielle de l'entropie massique fournie dans l'énoncé, on a donc :

$$ds = c_L \frac{dT}{T} - \alpha v_L dp = 0$$

v_L étant manifestement supposé constant (ce qui se justifie par le fait que le fluide est supposé incompressible et que la dilation est faible puisque $\Delta T \ll T_1$), cela s'intègre en :

$$c_L \ln \frac{T_1 + \Delta T}{T_1} - \alpha v_L (p_2 - p_1) = 0$$

ce qui donne :

$$\Delta T = T_1 \left(e^{\frac{\alpha v_L (p_2 - p_1)}{c_L}} - 1 \right)$$

ou encore :

$$\Delta T \approx \frac{\alpha v_L}{c_L} (p_2 - p_1) T_1 \quad \text{puisque } \Delta T \ll T_1$$

AN : avec $T_1 = 308,15 \text{ K}$: $\Delta T = 7,6 \cdot 10^{-2} \text{ K}$

qui non seulement est bien $\ll T_1$ mais qui est également $\ll 1 \text{ K}$ et peut donc être purement et simplement négligé !

C-III. La détente EF est également adiabatique réversible donc isentropique : $s_F = s_E$. En utilisant cette fois l'expression de l'entropie massique d'un système diphasé fournie dans la partie B, on a donc :

$$c_L \ln T_2 + l_V(T_2) \frac{1}{T_2} = c_L \ln T_1 + l_V(T_1) \frac{x_F}{T_1}$$

soit :

$$x_F = \frac{T_1}{l_V(T_1)} \left[c_L \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + \frac{l_V(T_2)}{T_2} \right]$$

Application numérique :

- $l_V(T_1) = h_G(35\text{ °C}) - h_L(35\text{ °C}) = 2560,67 - 146,34 = 2414,33 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- $l_V(T_2) = h_G(285\text{ °C}) - h_L(285\text{ °C}) = 2768,83 - 1261,11 = 1507,72 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- $x_F = \frac{308,15}{2414,33 \cdot 10^3} \left[4,18 \cdot 10^3 \times \ln\left(\frac{558,15}{308,15}\right) + \frac{1507,72 \cdot 10^3}{558,15} \right]$, soit $x_F = 0,66$.

(0,6617)

Puis par extensivité : $h_{mF} = x_F h_G(T_1) + (1 - x_F) h_L(T_1) = 1744 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ (1743,90)

C-IV. On applique le 1^{er} principe au fluide en écoulement à travers le condenseur (étape FA) et à travers le générateur de vapeur (étapes BD et DE), en négligeant les énergies cinétique et potentielle, et on ramène le calcul à $m = 1 \text{ kg}$ de fluide :

* Etape FA :

En raisonnant sur l'ensemble du fluide, on a :

$$Q_1 = m \Delta h_{FA} = m(h_A - h_F) \rightarrow Q_1 = m(h_L(T_1) - h_{mF}) = -1598 \text{ kJ} \quad (-1597,56)$$

donné dans le tableau ← calculé en C-III

Mais on peut également distinguer la fraction de fluide qui est gazeuse à l'état F et se liquéfie lors de l'étape FA, de celle qui est liquide à l'état F et ne subit aucune évolution lors de cette étape :

$$Q_1 = \underbrace{x_F m}_{\text{masse de gaz à l'état F}} \times \underbrace{\Delta h_{FA} \text{ fluide qui est gazeux à l'état F}}_{= h_L(T_1) - h_G(T_1) = -l_V(T_1)} + \underbrace{(1 - x_F) m}_{\text{masse de liquide à l'état F}} \times \underbrace{\Delta h_{FA} \text{ fluide qui est liquide à l'état F}}_{= 0} \rightarrow Q_1 = -x_F m l_V(T_1)$$

ce qui redonne le même résultat compte tenu de l'expression de x_F obtenue qu. C-III.

* Etape BDE :

$$Q_2 = m(\Delta h_{BD} + \Delta h_{DE}) = m c_L (T_2 - T_1) + m(h_E - h_D)$$

$$\rightarrow Q_2 = m c_L (T_2 - T_1) + m(h_G(T_2) - h_L(T_2)) = 2553 \text{ kJ} \quad (2552,72)$$

On est contraints de décomposer ainsi, et non d'écrire directement Q_2 sous la forme $Q_2 = m \Delta h_{BE} = m(h_E - h_B)$, car h_B n'est pas une donnée du tableau, le liquide n'étant pas saturant en B. En revanche $h_E = h_G(T_2)$ et $h_D = h_L(T_2)$ sont donnés et Δh_{BD} se calcule comme $m c_L (T_2 - T_1)$ puisqu'il s'agit d'un échauffement isobare du liquide.

C-V. En appliquant le 1^{er} principe au fluide en écoulement à travers chaque partie active de la turbine à capteur et en sommant, on obtient le bilan relatif à l'ensemble du cycle qui s'écrit :

$$m \underbrace{\Delta h_{\text{total sur 1 cycle}}}_{=0} = W_{\text{total}} + Q_{\text{total}} = W_{\text{total}} + \underbrace{Q_{AB}}_{=0} + \underbrace{Q_{BDE}}_{=Q_2} + \underbrace{Q_{EF}}_{=0} + \underbrace{Q_{FA}}_{=Q_1} = W_{\text{total}} + Q_1 + Q_2$$

D'où : $W_{\text{total}} = -(Q_1 + Q_2) = -955 \text{ kJ} \quad (-955,16)$

↳ On obtient un travail total négatif, ce qui signifie que le cycle est moteur comme on s'y attendait, puisque l'objectif de cette turbine à vapeur est de récupérer du travail à partir de l'énergie thermique fournie au fluide dans le générateur de vapeur.

C-VI. La définition générale du rendement thermique / de l'efficacité est :

$$\rho = \frac{\text{Energie utile}}{\text{Energie coûteuse}}$$

Pour une machine thermique motrice, l'énergie utile est toujours le travail effectivement récupéré sur l'arbre moteur, i.e. l'opposé du travail total algébriquement reçu par le fluide lors d'un cycle ; l'énergie coûteuse est, quant à elle, toujours égale au transfert thermique reçu de la part de la « source chaude » : il s'agit donc ici du transfert thermique reçu par le fluide dans le générateur de vapeur, i.e. Q_2 . On obtient donc :

$$\rho = \frac{-W_{total}}{Q_2} = 37,4\%$$

Pour un cycle de Carnot (réversible) entre T_1 et T_2 , on a : $\rho_{Carnot} = 1 - T_1/T_2 = 44,8\%$.

→ On obtient donc bien $\rho \leq \rho_{Carnot}$ conformément au théorème de Carnot.

Cette question peut dérouter : comme nous l'avons signalé lors de l'étude des machines thermiques, cette centrale est un cas particulier où, du fait de la présence d'une pompe annexe qui n'est pas reliée à l'arbre moteur, on pourrait croire que l'énergie utile est directement le travail que le gaz fournit lors de son passage dans la turbine (i.e. $-W_{EF}$) et l'énergie coûteuse est la somme du transfert thermique reçu par le fluide dans le générateur de vapeur (i.e. Q_2) et du travail reçu dans la pompe (i.e. W_{AB}). On aurait alors :

$$\rho = \frac{-W_{EF}}{Q_2 + W_{AB}} = \frac{-W_{total} + W_{AB}}{Q_2 + W_{AB}}$$

En fait il n'en est rien car le travail de compression W_{AB} est indirectement prélevé au travail libéré ($-W_{EF}$) dans la turbine. D'ailleurs, cette question arrive à un moment du problème où on nous a fait calculer W et Q_2 mais pas encore W_{AB} (c'est l'objet de la question suivante !). Il apparaîtra d'ailleurs que $W_{AB} \ll |W_{EF}|$ et Q_2 , ce qui fait que les deux expressions précédentes du rendement donnent quasiment le même résultat numérique (accord à trois chiffres significatifs !) : une erreur sur cette question n'est donc pas très pénalisante.

C-VII. En utilisant la 2^{ème} identité thermodynamique $ds = dh/T - (v/T)dp$ que l'on réécrit $dh = Tds + vdp$, et en utilisant le fait que l'étape AB est isentropique, on a :

$$\Delta h = \int_A^B T ds + v_L dp = v_L (p_2 - p_1) = 6,914 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

La valeur $v_L = 10^{-3} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$ donnée dans l'énoncé correspond, d'après le tableau, à $v_L(T_1)$, ce qui est logique car l'étape AB est quasi isotherme à T_1 (cf. qu. C-II).

C-VIII En effet on voit que $\Delta h_{AB} \times m \approx 7 \text{ kJ}$ alors que la
 (1 kg)

termes $|Q_1|$, Q_2 et $|W|$ sont ≈ 1000 à 2500 kJ . Or, d'après le 1^{er} principe $m \Delta h_{AB} = W_{AB}$: travail à fournir au fluide pour le comprimer dans la pompe. Ainsi $W_{AB} \ll |W|$, ce qui montre

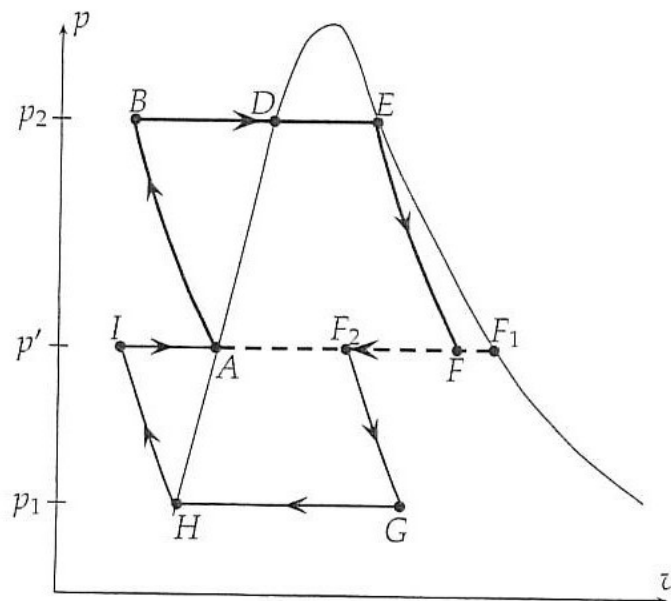
$$W = \underbrace{W_{AB}}_{\text{négligeable}} + \underbrace{W_{BE}}_{=0} + W_{EF} + \underbrace{W_{FA}}_{=0} \approx W_{EF} = m \Delta h_{EF}$$

on a donc

$$W = W_{EF} = m (h_F - h_E) = m (h_{\text{sortie turbine}} - h_{\text{entrée turbine}})$$

C-IX : voir feuille annexe.

D-I



(Expliquer ci-dessus et page suivante)

À l'entrée de la pompe de reprise (point A), la masse $m = 1 \text{ kg}$ d'eau est à l'état de liquide saturant sous la pression $p' = 11,238 \text{ bar}$. Sa température est donc $T' = 185 \text{ °C} = 458,15 \text{ K}$.

La pompe de reprise comprime de façon adiabatique le liquide jusqu'au point B ($p_2 = 69,200 \text{ bar}$; T').

Le générateur de vapeur chauffe de façon isobare le liquide jusqu'en D où il devient saturant (p_2 ; $T_2 = 285 \text{ °C} = 558,15 \text{ K}$) puis jusqu'en E où l'eau est sous forme de vapeur saturante (p_2 ; T_2).

La vapeur subit une détente adiabatique dans la turbine. À la sortie (point F) l'eau est un mélange de liquide et de vapeur ($x'_1; p'; T'$).

On prélève en F une masse m' de vapeur saturante (point $F_1; p'; T'$). En se liquéfiant (point A) la quantité de chaleur libérée permet de chauffer la masse $m - m'$ qui sort de la pompe d'alimentation.

À l'entrée de la turbine 2 (point F_2), le titre x_{F_2} est inférieur à x'_1 puisqu'on a prélevé de la vapeur saturante. L'état de la masse $m - m'$ est caractérisé par les grandeurs ($x_{F_2}; p'; T'$).

À la sortie de cette turbine (point G) l'état est donné par : ($x_2; p_1 = 0,056 \text{ bar}; T_1 = 35 \text{ °C} = 308,15 \text{ K}$).

On note H ($p_1; T_1$) le point à la sortie du condenseur et I celui à la sortie de la pompe d'alimentation ($p'; T_1$). Enfin, dans le réchauffeur, le système reçoit l'énergie libérée par la liquéfaction de la masse m' et passe à l'état A.

Les parties du cycle $ABEF, F_1A$ et F_2GHIA sont relatives respectivement aux masses m, m' et $m - m'$.

D-II Il est utile pour la suite d'indiquer les valeurs des chaleurs latentes massiques de vaporisation : $l_V(T_2) = 1507,72 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, $l_V(T') = 1993,86 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $l_V(T_1) = 2414,33 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Dans le réchauffeur, la vapeur saturante n'échange de la chaleur qu'avec le liquide sortant de la pompe. Le 1^{er} principe appliqué à ces 2 systèmes en étagement donne :

opposés!

Pour la vapeur : $m' (h_A - h_{F_1}) = Q_{\text{reçu de la part du liquide}}$

Pour le liquide : $(m - m') (h_A - h_I) = Q_{\text{reçu de la part de la vapeur}}$

$$\text{En soustrayant : } m' \underbrace{(h_A - h_{F_1})}_{= -l_V(T')} + (m - m') \underbrace{(h_A - h_I)}_{= c_L(T - T')} = 0 \rightarrow (P = \text{cte})$$

d'où $m' = \frac{m c_L (T' - T_1)}{l_V(T') + c_L (T' - T_1)}$ et $m' = 0,239 \text{ kg}$.

D-III-1 La démarche est la même qu'en C-III. On a $s(E) = s(F)$, soit :

$$c_L \ln T_E + l_V(T_E) \frac{x_E}{T_E} = c_L \ln T_F + l_V(T_F) \frac{x_F}{T_F}$$

$$\text{soit } c_L \ln T_2 + l_V(T_2) \frac{1}{T_2} = c_L \ln T' + l_V(T') \frac{x'_1}{T'}$$

$$\text{d'où} \quad x'_1 = \frac{T'}{l_V(T')} \left[c_L \ln \left(\frac{T_2}{T'} \right) + \frac{l_V(T_2)}{T_2} \right]$$

$$x'_1 = \frac{458,15}{1993,86 \cdot 10^3} \left[4,18 \cdot 10^3 \times \ln \left(\frac{558,15}{458,15} \right) + \frac{1507,72 \cdot 10^3}{558,15} \right], \text{ soit } x'_1 = 0,81$$

L'enthalpie massique en F est : $h'_1 = x_F (h_{GF} - h_{LF}) + h_{LF} = x'_1 l_V(T') + h_L(T')$

$$\text{d'où} \quad h'_1 = 0,810 \times 1993,86 \cdot 10^3 + 784,17 \cdot 10^3 \text{ (SI), soit } h'_1 = 2399 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

D-III-2 Avant soutirage, en F, on a $x'_1 = 0,810$ donc le système est constitué de 0,810 kg de vapeur et de 0,190 kg de liquide. On prélève $m' = 0,239$ kg de vapeur donc le titre en F_2 est :

$$x_{F_2} = \frac{0,810 - 0,239}{1 - 0,239} = 0,750$$

Comme dans la question précédente, pour calculer le titre x_2 en G, on exprime le fait que $s(F_2) = s(G)$. On obtient :

$$x_2 = \frac{T_1}{l_V(T_1)} \left[c_L \ln \left(\frac{T'}{T_1} \right) + \frac{l_V(T') x_{F_2}}{T'} \right] \Rightarrow x_2 = 0,63$$

En G l'enthalpie massique est $h_{m2} = x_2 l_V(T_1) + h_L(T_1)$ donc l'enthalpie est :

$$H_2 = (m - m') [x_2 l_V(T_1) + h_L(T_1)] \Rightarrow H_2 = 1265 \text{ kJ}$$

D-IV En négligeant les variations d'enthalpie à la traversée de la pompe d'alimentation et de la pompe de reprise, on a $W_s \approx (H_F - H_E) + (H_G - H_{F_2})$.

$$W_s = m h'_1 - m h_G(T_2) + H_2 - (m - m') [x_{F_2} h_G(T') + (1 - x_{F_2}) h_L(T')]$$

$$W_s = 2399 - 2768,83 + 1265 - (1 - 0,239) [0,750 \times 2778,03 + 0,250 \times 784,17]$$

$$\text{soit } W_s = -840 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

D-V La quantité de chaleur nécessaire pour faire passer le liquide de B à E est :

$$Q_2 = m c_L (T_2 - T') + m l_V(T_2)$$

$$Q_2 = 4,18 \times (285 - 185) + 1507,72 = 1926 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Le rendement avec soutirage est $\rho_s = \frac{|W_s|}{Q_2}$ d'où $\rho_s = 43,6 \%$. Le soutirage permet d'augmenter le rendement. (sans dépasser le rendement de Carnot!)

FIN

Annexe :

