# DM 7 Physique Enoncé des 5/2

#### Pour mardi 4 février 2025

## TD thermodynamique:

Rédiger les exercices 2, 3 et 4

# PROBLEME : Système liquide-vapeur et circuit secondaire des centrales nucléaires.

L'équilibre entre l'eau liquide et sa vapeur est caractérisé, à différentes températures, par les données suivantes :

θ°С	p <sub>s</sub> bar	Liquide saturant		Vapeur saturante	
		v <sub>L</sub> m <sup>3</sup> .kg <sup>-1</sup>	h <sub>L</sub> kJ. kg <sup>-1</sup>	v <sub>G</sub> m <sup>3</sup> . kg <sup>-1</sup>	h <sub>G</sub> kJ. kg
35	0,056	1,00.10 <sup>-3</sup>	146,34	25,24	2560,67
50	0,123	1,01.10 <sup>-3</sup>	208,96	12,04	2587,42
100	1,013	1,04.10 <sup>-3</sup>	418,42	1,673	2671,44
185	11,238	1,13.10 <sup>-3</sup>	784,17	0,174	2778,03
285	69,200	1,35.10 <sup>-3</sup>	1261,11	0,028	2768,83

θ : température en degré Celsius
 p<sub>s</sub> : pression de vapeur saturante

 $h_L$ : enthalpie massique du liquide saturant  $v_G$ : volume massique de la vapeur saturante  $h_G$ : enthalpie massique de la vapeur saturante

v<sub>L</sub>: volume massique du liquide saturant

## A. Diagrammes de phases de l'eau

On désigne par p la pression du système liquide-vapeur, par v son volume massique et par h son enthalpie massique.

**A-I.** Représenter l'allure du diagramme de Clapeyron (p,v) et du diagramme des frigoristes (ln P, h) de l'eau.

On prendra soin de préciser la position du point critique C, les domaines liquide (L), liquide + vapeur (L+V), et vapeur (V).

**A-II.** Pour chacun des deux diagrammes, représenter l'allure de l'isotherme critique  $T_C$  et préciser ses propriétés ; représenter également sur chaque diagramme l'allure d'une isotherme  $T < T_C$  et justifier la présence d'un palier sur cette isotherme

**A-III.** On rappelle que le titre massique en vapeur x d'un système liquide-vapeur est égal au rapport entre la masse  $m_G$  d'eau à l'état de vapeur saturante et la masse totale m du système. On désigne, respectivement par :  $v_m$  et  $h_m$ , le volume massique et l'enthalpie massique du système liquide-vapeur.

Montrer que le titre massique en vapeur x est donné par l'une quelconque des relations cidessous :

$$x = (v_m - v_L)/(v_G - v_L)$$
;  $x = (h_m - h_L)/(h_G - h_L)$ 

**A-IV.** On désigne par  $l_v(T)$  la chaleur latente massique de vaporisation à la température T. Rappeler la relation reliant  $l_v(T)$  à  $h_G(T)$  et  $h_L(T)$ .

#### B. Détente adiabatique réversible d'un système liquide-vapeur

On dispose d'un cylindre indéformable muni d'un piston. Le cylindre et le piston ont des parois calorifugées.

L'entropie massique d'un système liquide-vapeur, de titre massique en vapeur x, en équilibre à la température T est donnée par la relation :  $s(x, T) = c_L \ln T + l_v(T)x/T + cste$ , dans laquelle  $c_L$  désigne la capacité thermique massique du liquide saturant.

Le piston est, initialement, fixé dans une position qui délimite un volume V = 10 litres dans le cylindre.

L'introduction d'une masse m = 10 g d'eau dans le cylindre permet d'obtenir un système liquide-vapeur en équilibre à la température  $\theta = 100$  °C.

- **B-I.** Calculer le titre massique en vapeur x de ce système.
- B-II. On fait subir au système liquide-vapeur défini ci-dessus une détente adiabatique réversible de la température θ à la température θ' = 50 °C.
  Sachant que c<sub>L</sub> reste constante au cours de cette détente et égale à 4,18 kJ. kg<sup>-1</sup>. K<sup>-1</sup>, calculer le titre massique en vapeur x' du système liquide-vapeur à la fin de la détente.
- **B-III.** Quel titre massique en vapeur x" aurait-on dû avoir, à la température  $\theta = 100$ °C, pour qu'au cours de la détente définie ci-dessus (**B-II.**) ce titre reste constant ?

Dans la suite du problème tous les calculs se rapporteront à une masse m=1 kg de fluide. La capacité thermique massique  $c_L$  du liquide est constante et vaut 4,18 kJ. kg<sup>-1</sup>. K<sup>-1</sup>. Le coefficient de dilatation isobare  $\alpha$  de l'eau liquide, supposé constant, vaut 1,5.10<sup>-4</sup> K<sup>-1</sup>. L'eau liquide est considérée incompressible mais pas indilatable.

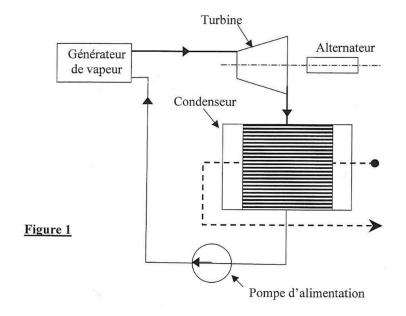
#### C. Modèle de fonctionnement d'une turbine à vapeur. Cycle de Rankine

Le circuit secondaire d'une centrale nucléaire comporte les éléments suivants : un générateur de vapeur, une turbine, un condenseur et une pompe d'alimentation (figure 1).

Les transformations subies par l'eau dans ce circuit sont modélisées par le cycle de Rankine décrit ci-dessous.

- A→B: compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression p<sub>1</sub>= 0,056 bar à la pression p<sub>2</sub> = 69,200 bar, du liquide saturant sortant du condenseur à la pression p<sub>1</sub> (état A).
   Cette compression entraîne une élévation ΔT de la température du liquide.
- B→D: échauffement isobare du liquide dans le générateur de vapeur qui amène le liquide de l'état B à l'état de liquide saturant sous la pression p₂ (état D).
- D→E: vaporisation totale, dans le générateur de vapeur, sous la pression p<sub>2</sub>.
- E→F: détente adiabatique réversible, dans la turbine, de p<sub>2</sub> à p<sub>1</sub>.
- F→A: liquéfaction totale, dans le condenseur, sous la pression p<sub>1</sub>, de la vapeur présente dans l'état F.

On note respectivement T<sub>1</sub> et T<sub>2</sub> les températures prises par l'eau dans les états A et E.



- C-I. Représenter le cycle décrit par l'eau dans le diagramme de Clapeyron (p,v).
  Préciser les valeurs numériques de T<sub>1</sub> et T<sub>2</sub> et discuter, pour chaque étape du cycle, la nature des échanges énergétiques entre l'eau et la partie active qu'elle traverse.
- C-II. La différentielle de l'entropie massique du liquide s'écrit, en fonction des variables T et p :  $ds = c_L dT/T \alpha v_L dp$ .

On note  $\Delta T = T - T_1$  l'élévation de la température du liquide dans la pompe d'alimentation. Sachant que  $\Delta T \ll T_1$ , calculer  $\Delta T$ .

On supposera, pour ce calcul, que le liquide est incompressible et que son volume massique  $v_L$  vaut  $10^{-3}$  m<sup>3</sup>. kg<sup>-1</sup>.

Dans la suite du problème on négligera  $\Delta T$ .

- C-III. Calculer le titre  $x_F$  et l'enthalpie massique  $h_{mF}$  du système liquide-vapeur sortant de la turbine (état F).
- C-IV. Calculer les quantités d'énergie Q<sub>1</sub> et Q<sub>2</sub> reçues par 1 kg d'eau, par transfert thermique, respectivement, dans le condenseur et dans le générateur de vapeur.
- C-V. Calculer le travail W reçu, par 1 kg de fluide, au cours du cycle.
- C-VI. Calculer l'efficacité  $\rho$  (ou rendement thermodynamique) du cycle. Comparer cette efficacité à celle  $\rho_C$  d'un cycle de Carnot décrit entre les mêmes températures extrêmes  $T_1$  et  $T_2$ .
- C-VII. Calculer la variation d'enthalpie  $\Delta h_{AB}$  du liquide au cours de la compression AB. On supposera, pour ce calcul, que le liquide est incompressible et que son volume massique  $v_L$  vaut  $10^{-3}$  m<sup>3</sup>. kg<sup>-1</sup>.
- C-VIII. Dans le calcul du bilan enthalpique du fluide au cours du cycle, on peut négliger la variation d'enthalpie Δh<sub>AB</sub>. Montrer, alors, que le travail W peut s'exprimer en fonction des enthalpies massiques du fluide à l'entrée et à la sortie de la turbine.
- **C-IX.** Sur la feuille fournie en annexe de ce sujet figure une ébauche de diagramme (ln P, h) de l'eau, sur lequel on a reporté les points associés aux états figurant dans le tableau de données fourni en début d'énoncé, ainsi que le point critique.

Compléter ce diagramme en y faisant figurer les courbes de rosée et d'ébullition, ainsi que le cycle décrit par l'eau.

#### D. Cycle de Rankine avec soutirage

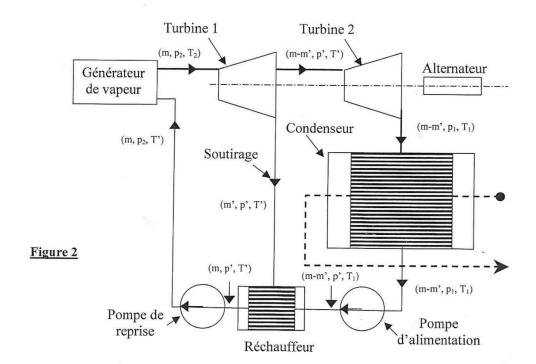
On se propose de modifier l'installation par l'adjonction d'une deuxième turbine et la pratique du soutirage qui a pour but de réchauffer le liquide avant qu'il soit réinjecté dans le générateur de vapeur.

La pratique du soutirage consiste à prélever, à la sortie de la première turbine, sous la pression p'=11,238 bar, une masse m' de vapeur saturante. Cette vapeur est envoyée dans un réchauffeur où elle est mise en contact, par l'intermédiaire d'un échangeur, avec la masse m-m' de liquide saturant, issue du condenseur, qui a été, préalablement, comprimée de  $p_1$  à p' par la pompe d'alimentation (figure 2).

Au cours de cette opération la masse m' de vapeur saturante se liquéfie sous la pression constante p'. L'énergie ainsi libérée est entièrement utilisée pour réchauffer la masse m-m' de liquide de la température  $T_1$ , atteinte à la sortie du condenseur, à la température T'.

A la sortie du réchauffeur le fluide se trouve à l'état liquide dans les conditions T', p'. Une pompe de reprise comprime ce liquide, de manière adiabatique, de p' à  $p_2$  puis le refoule dans le générateur de vapeur où il subit un échauffement isobare de T' à  $T_2$  avant de se vaporiser de nouveau.

- **D-I**. Représenter le cycle de Rankine avec soutirage dans le diagramme de Clapeyron (p,v).
- **D-II.** A partir d'un bilan enthalpique traduisant les transferts thermiques entre la vapeur saturante et le liquide dans le réchauffeur, calculer m'.
- D-III. Calcul des titres et des enthalpies du système liquide-vapeur à la fin des deux détentes.
  - **D-III-1** Calculer le titre  $x'_1$  et l'enthalpie massique  $h'_1$  du système liquide-vapeur à la fin de la première détente et avant soutirage.
  - **D-III-2** Calculer le titre x<sub>2</sub> et l'enthalpie H<sub>2</sub> du système liquide-vapeur à la fin de la deuxième détente.
- **D-IV.** On adopte l'approximation suggérée à la question **C-VIII.** de l'exercice précédent. Calculer le travail total W<sub>s</sub> reçu, par 1 kg de fluide au cours d'un cycle avec soutirage.
- **D-V.** Calculer l'efficacité  $\rho_s$  (ou rendement) du cycle avec soutirage. Conclure.



**FIN** 

Diagramme des frigoristes  $(\ln P, h)$  de l'eau

