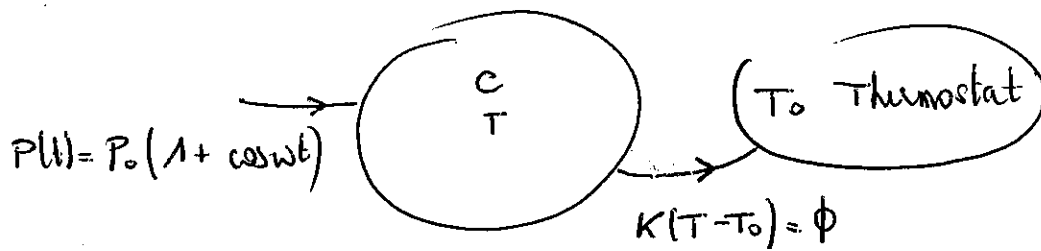


Exercice 2 : mesure d'une capacité thermique



1. On peut utiliser une résistance chauffante alimentée par une tension sinusoidale de pulsation  $\frac{\omega}{2}$

$$u(t) = U_0 \cos\left(\frac{\omega}{2} wt\right)$$

$$P(t) = \frac{u^2}{R} = \frac{U_0^2}{R} \cos^2\left(\frac{\omega}{2} wt\right)$$

$$= \frac{U_0^2}{2R} \left(1 + \cos\left(\omega \frac{1}{2} wt\right)\right)$$

$$P(t) = \frac{U_0^2}{2R} (1 + \cos(\omega t))$$

2. Premier principe appliqué à l'échantillon entre les instants  $t$  (où la température est  $T(t)$ ) et  $t+dt$  ( $T(t+dt)$ )

$$dU = \delta Q_{\text{elec}} + \delta Q_{\text{fuite th}}$$

$$CdT = C \frac{\partial T}{\partial t} dt = P_0 (1 + \cos \omega t) dt - K(T - T_0) dt$$

$$\frac{dT}{dt} + \frac{K}{C} (T - T_0 - \frac{P_0}{K}) = \frac{P_0}{C} \cos \omega t$$

$$\text{On pose } \vartheta_0 = T_0 + \frac{P_0}{K}$$

$$\text{et } \vartheta(t) = T(t) - \vartheta_0$$

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{\tau} \theta = \frac{1}{\tau} \frac{P_0}{K} \cos \omega t$$

avec  $\tau = \frac{C}{K}$

$$\theta(t) = T(t) - \theta_0$$

$$\theta_0 = T_0 + \frac{P_0}{K}$$

3- Solution  $\theta(t) = A e^{-t/\tau} + \theta_{\text{stable}}(t)$

$\theta_{\text{stable}}$  sous sinusoïdal de pulsation  $\omega$   
On travaille en notation complexe.

Equation  $(j\omega + \frac{1}{\tau}) = \frac{1}{\tau} \frac{P_0}{K}$

Equation  $= \frac{P_0}{K} \frac{1}{1 + j\omega\tau} = \frac{P_0}{K} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}} e^{-j\varphi} = \theta_e e^{-j\varphi}$

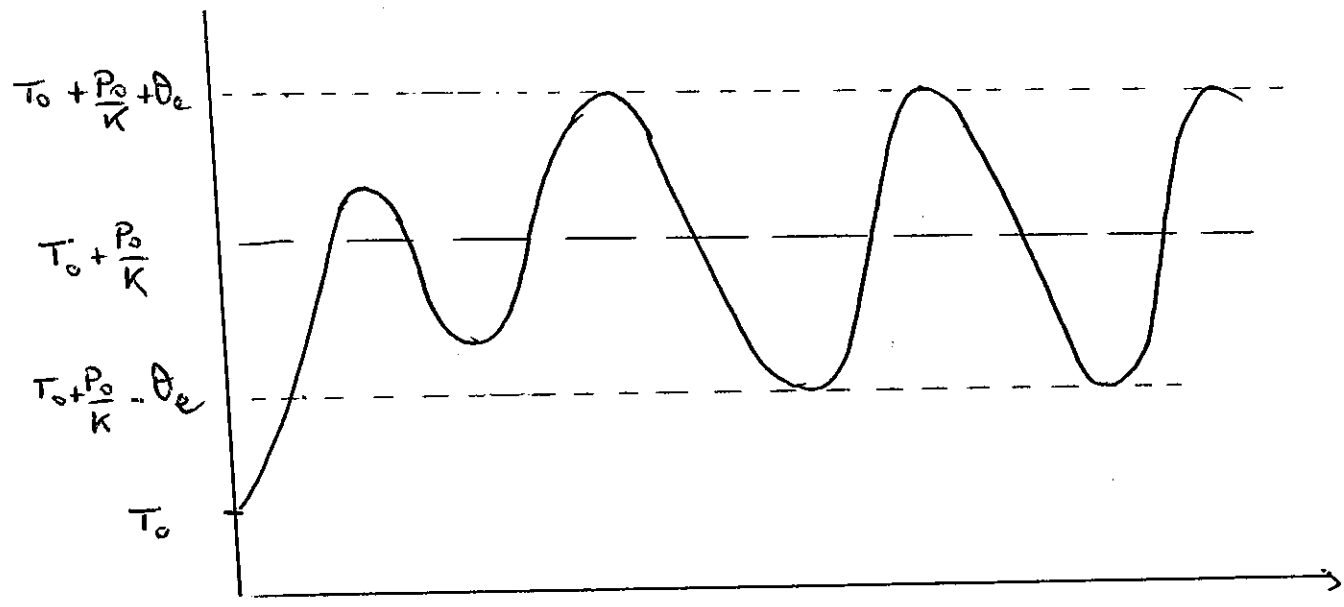
$\varphi = \text{Arg}(1 + j\omega\tau)$  ;  $\varphi = \text{Arctan } \omega\tau$ .

$\theta_{\text{stable}}(t) = \theta_e \cos(\omega t - \varphi)$

Ainsi  $T(t) = \theta_0 + A e^{-t/\tau} + \theta_e \cos(\omega t - \varphi)$

A est obtenu grâce aux conditions initiales.

$T(t) = \underbrace{T_0 + \frac{P_0}{K}}_{\text{Température "d'équilibre."}} + \underbrace{\frac{P_0/K}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}} \cos(\omega t - \varphi)}_{\text{Oscillations sinusoïdales arrivées aux fluctuations de chauffage (avec un retard de } \frac{\varphi}{\omega} \text{)}} - \underbrace{\left(\frac{P_0}{K} + \theta_e \cos\varphi\right) e^{-t/\tau}}_{\text{Régime transitoire (passage de } T = \text{at} = T_0 \text{ à } T(t))}$
--



Régime transitoire  
 dure qq  $\tau$   
 $(\tau = \frac{C}{K})$

Régime établi

5- Amplitude de la composante alternative -

$$\theta_e = \frac{P_0}{K} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$$

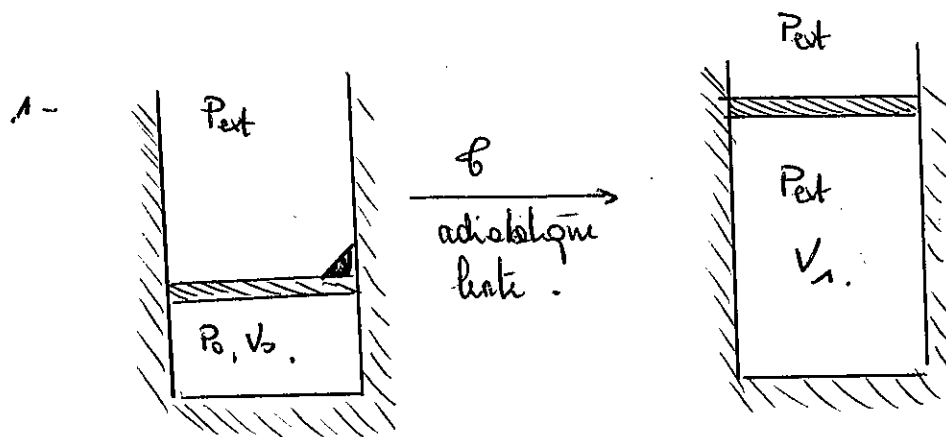
Soit  $\frac{1}{\theta_e^2} = \left(\frac{K}{P_0}\right)^2 (1 + \omega^2 \tau^2)$

Si on effectue la régression linéaire de  $\frac{1}{\theta_e^2}$  en fonction de  $\omega^2$

↳ l'ordonnée à l'origine donne  $\left(\frac{K}{P_0}\right)^2$  donc  $K$ .  
 ( $P_0$  est supposé connu).  
 On a égalité accès à  $K$  en déterminant la valeur moyenne  $T_0 + \frac{P_0}{K}$  du régime établi.

↳ la pente est  $\left(\frac{K}{P_0} \tau\right)^2 = \frac{C^2}{P_0^2}$ , ce qui donne accès à  $C$ .

Exercice 3: On l'on détend un gaz parfait.



Le gaz est supposé parfait  
 $\gamma$  est supposé constant.  
 La transformation lente est réversible et adiabatique.

On peut appliquer le 1<sup>er</sup> de la 2<sup>ème</sup> loi.

Dans l'état final, l'équilibre mécanique du piston impose  $P_f = P_{ext}$

$$P_0 V_0^\gamma = P_{ext} V_1^\gamma$$

Donc 
$$V_1 = V_0 \left( \frac{P_0}{P_{ext}} \right)^{1/\gamma}$$

2- 
$$C_v = \left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_V = \frac{dU}{dT} \quad \text{pour GP.}$$

$$C_p = \left. \frac{\partial H}{\partial T} \right|_P = \frac{dH}{dT} \quad \text{pour GP.}$$

$$H = U + PV = U + nRT \quad \text{pour GP.}$$

$$C_p = C_v + nR$$

à qui permet d'établir les expressions

$$C_v = \frac{nR}{\gamma - 1}$$

$$C_p = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1}$$

Le premier principe appliqué au GP dans le cylindre

$$\Delta U = W + Q$$

$$C_V(T_2 - T_0) = -P_{ext}(V_2 - V_0) + 0$$

$$\frac{1}{\gamma - 1} (mRT_2 - mRT_0) = \frac{1}{\gamma - 1} (P_{ext}V_2 - P_0V_0) = -P_{ext}(V_2 - V_0)$$

$$P_{ext}V_2 - P_0V_0 = (1 - \gamma)P_{ext}(V_2 - V_0)$$

$$\gamma P_{ext}V_2 = P_0V_0 - (1 - \gamma)P_{ext}V_0$$

$$V_2 = V_0 \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma} \frac{P_0}{P_{ext}} \right)$$

3. On utilise l'expression de S.

$$S(P, V) = S(P_0, V_0) + C_V \ln \frac{P}{P_0} + C_P \ln \frac{V}{V_0}$$

Exp 1 : évolution isentropique

$$\Delta S_1 = 0 = C_V \ln \frac{P_{ext}}{P_0} + C_P \ln \frac{V_1}{V_0}$$

$$\text{Exp 2 } \Delta S_2 = S_{cyl} = C_V \ln \frac{P_{ext}}{P_0} + C_P \ln \frac{V_2}{V_0}$$

$$\text{Donc } C_P \ln \frac{V_2}{V_0} = S_{cyl} + C_P \ln \frac{V_1}{V_0} > C_P \ln \frac{V_1}{V_0}$$

$$\text{Ainsi } \underline{V_2 > V_1}$$

$$\text{AN : } \frac{V_1}{V_0} = \left( \frac{P_0}{P_{ext}} \right)^{1/\gamma} = 6,6^{1/1,4} = 3,85$$

$$\frac{V_2}{V_0} = \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma} \frac{P_0}{P_{ext}} \right) = \frac{0,4}{1,4} + \frac{6,6}{1,4} = 5$$

4- Le m barbe entropique permet d'ecrire

$$\Delta S_1 = C_p \ln \frac{T_1}{T_0} - mR \ln \frac{P_{ext}}{P_0} = 0$$

$$\Delta S_2 = C_p \ln \frac{T_2}{T_0} - mR \ln \frac{P_{ext}}{P_0} = S_{cree}$$

Donc  $C_p \ln \frac{T_2}{T_1} = S_{cree} > 0$

Ainsi  $T_2 > T_1$ .

D'où  $\Delta U_2 = W_2 > \Delta U_1 \neq W_1$ .

Le travail recupere est plus elevé dans la transformation 2.

Exercice 4 : Dilatation monotherme d'un liquide dans le vide.

1g d'eau liquide n'occupera l'intégralité du volume offert (autrement dit vide) et une partie de l'eau va se vaporiser.

Deux états finaux sont possibles

→ l'eau se vaporise totalement

L'état final sera donc

1g de vapeur d'eau  
 $V = 1L$

$T = 293K$  (20°C)

$P_f$  inconnue.

Pour valider cet état final, on calcule  $P_f$  et on vérifie que  $P_f < P_s$ .

→ l'eau se vaporise partiellement.

L'état final sera

$V = 1L$

$T = 293K$

$P_f = P_s = 2352 Pa$

La composition

$m - \delta m$  liquide

$\delta m$  vapeur.

Pour valider cet état final, on calcule  $\delta m$  et on vérifie que  $\delta m < m$ .

Hypothèse : l'eau se vaporise totalement!

on considère le vapeur comme un gaz parfait

$V = 1L = 10^{-3} m^3$

$T = 293K$

$n = \frac{m}{M} = \frac{1}{18} = 5,56 \cdot 10^{-2} mol$

Validation  $P = \frac{nRT}{V} = \frac{1 \times 8,314 \times 293}{18 \times 10^{-3}} = 1,35 \times 10^5 \text{ Pa}$ . (7)

$P > P_s$  l'état final ne peut donc être totalement gazeux.

L'état final est donc diphasé

$$V = 1 \text{ L}$$

$$T = 293 \text{ K}$$

$$P = P_s = 2352 \text{ Pa}$$

$\delta m$  liquide

$\delta m$  vapeur.

On pourra négliger le volume de la phase liquide

$$P_s V = \frac{\delta m}{M} RT$$

$$\delta m = M \frac{P_s V}{RT} = 18 \frac{2352 \times 10^{-3}}{8,314 \times 293}$$

$$\delta m = 1,74 \times 10^{-2} \text{ g}$$

Rq on a bien  $\delta m > 0$  et  $\delta m < 1 \text{ g}$ .

Chaleur fournie par le thermostat.

$\Delta$  L'évolution se fait à volume constant.

$$\hookrightarrow Q = \Delta U$$

$$\hookrightarrow L_v = \Delta_{\text{vap}} h$$

$$\begin{aligned} Q = \Delta U &= \delta m \left( \mu(\text{vapeur}, T, P_s) - \mu(\text{liquide}, T, P_i) \right) \\ &= \delta m \left( \mu(\text{vapeur}, T, P_s) - \mu(\text{liquide}, T, P_s) \right) \\ &\quad + \underbrace{\mu(\text{liq}, T, P_s) - \mu(\text{liq}, T, P_i)}_{=0} \end{aligned}$$

= 0 - énergie interne de  $\psi$  connue ici dépend de T.



$$Q = \delta m ( u(\text{vapeur}, T, P_s) - u(\text{liquide}, T, P_s) )$$

$$\text{Or } h = u + p v$$

$$= \delta m ( h(\text{vapeur}, T, P_s) - h(\text{liquide}, T, P_s) ) - P_s ( v(\text{vapeur}, T, P_s) - v(\text{liq}, T, P_s) )$$

$$= \delta m ( \Delta_{\text{vap}} h(T) - P_s v(\text{vapeur}, T, P_s) )$$

en négligeant le volume molaire du liquide.

$$Q = \delta m ( \Delta_{\text{vap}} h(T) - \frac{RT}{M} )$$

$$\text{AN } Q = 1,74 \cdot 10^{-2} ( 2455 - \frac{8,314 \times 293}{18} )$$

↳ 135 J g<sup>-1</sup>  
(pas totalement négligeable)

$$Q = 40,4 \text{ J}$$

Bon entropique

$$\Delta S = \delta m ( \underbrace{s(\text{vapeur}, T, P_s) - s(\text{liq}, T, P_s)}_{\Delta_{\text{vap}} s(T)} + \underbrace{s(\text{liq}, T, P_s) - s(\text{liq}, T, P_i)}_{=0} )$$

$$= \frac{\Delta_{\text{vap}} h}{T}$$

= 0  
l'entropie de phase constante ne varie qu'avec T

$$\Delta S = \delta m \frac{\Delta_{\text{vap}} h}{T} = 1,74 \cdot 10^{-2} \frac{2455}{293} = 1,46 \text{ JK}^{-1}$$

$$\begin{aligned}
\text{Socle } (= \Delta S_{\text{univ}}) &= \Delta S - \text{Sechange}' \\
&= \Delta S - \frac{Q}{T} \\
&= 1,46 \cdot 10^{-1} - \frac{40 \cdot 4}{293} \\
&= 7,91 \cdot 10^{-3} \text{ JK}^{-1} > 0.
\end{aligned}$$

$$\text{Rq. } \Delta S_{\text{thermostat}} = \text{Sechange}_{\text{sys} \rightarrow \text{thermostat}} = -\frac{Q}{T}$$