

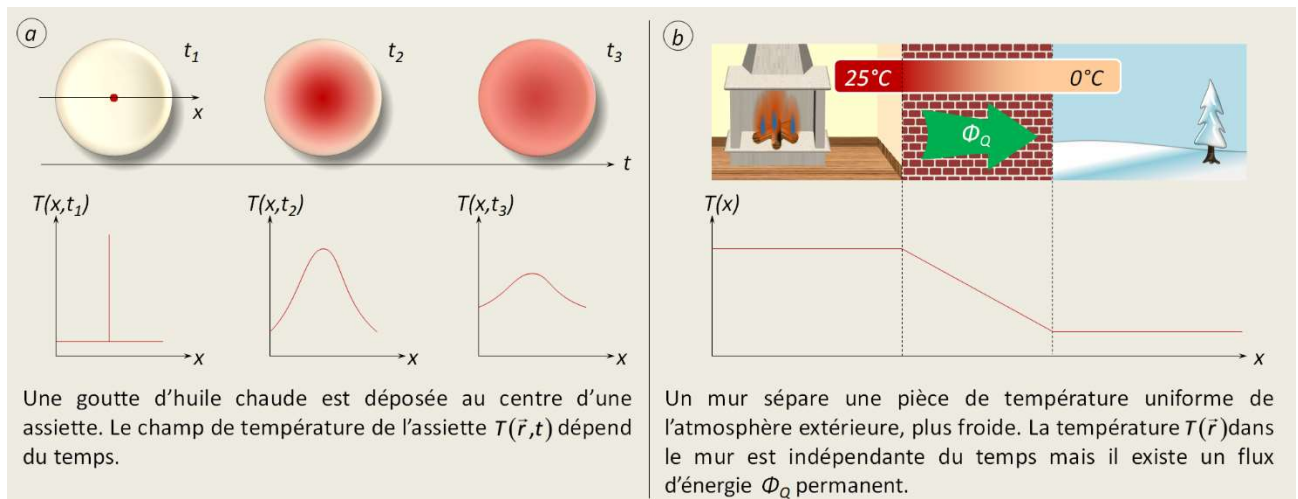
Description et modélisation des transferts thermiques.

- I- Système hors équilibre et hypothèse d'équilibre thermodynamique local.
- II- Les différents modes de transferts thermiques.
- III- Grandeurs énergétiques associées aux transferts thermiques à travers une surface.
 - A- Définitions : flux thermique, flux thermique surfacique et vecteur densité de flux thermique.
 - B- Cas de la diffusion : loi de Fourier.
 - C- Cas du transfert conducto-convectif à une interface solide-fluide : loi de Newton.
 - D- Complément : cas du rayonnement : loi de Stefan.
- IV- Source interne d'énergie et puissance volumique associée.
 - A- Exemple de base : effet Joule dans un conducteur ohmique.
 - B- Généralisation : existence d'un processus exothermique au sein d'un matériau.
- V- Continuité du flux thermique surfacique à une interface immatérielle.
 - A- Enoncé et justification.
 - B- Exemples d'application du résultat.

Description et modélisation des transferts thermiques

I- Système hors équilibre et hypothèse d'équilibre thermodynamique local.

- Objectif du cours de seconde année : étude détaillée du champ de température ainsi que des transferts thermiques localement mis en jeu au sein d'un système dans une situation **hors équilibre**, qu'il s'agisse d'une situation transitoire (figure a) ou d'une situation entretenue (figure b).



- Hypothèse nécessaire à cette étude :

$\forall t \forall \vec{r}$ on peut définir une température locale $T(\vec{r}, t)$ continue spatialement et temporellement.

On dit alors qu'il existe un **équilibre thermodynamique local** au sein du système.

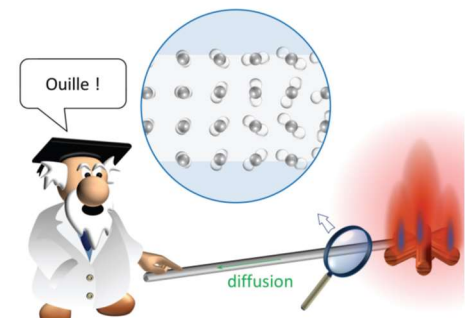
Il faut pour cela que les variations spatiales et temporelles de température imposées au système ne soient pas trop brutales et qu'ainsi tout volume mésoscopique du système puisse être à tout instant en état d'équilibre interne.

II- Les différents modes de transferts thermiques.

- Un système hors équilibre échange a priori de l'énergie avec le milieu extérieur sous deux formes : un **travail** W , associé aux éventuelles actions mécaniques ou électriques sur le système, et un **transfert thermique** Q (ou échange de chaleur) qui, a contrario, se fait indépendamment de toute action mécanique ou électrique. Plus généralement, le terme de transfert thermique désigne un **transport d'énergie** entre deux systèmes ou au sein d'un système, suivant l'un des trois modes suivants :

➤ La DIFFUSION THERMIQUE :

C'est un transport d'énergie qui apparaît au sein de tout système matériel (gaz, liquide ou solide, mais pas dans le vide !) dès qu'il existe un **gradient de température**, et qui trouve son origine dans le **mouvement d'agitation thermique microscopique**, indépendamment de tout mouvement macroscopique éventuel.

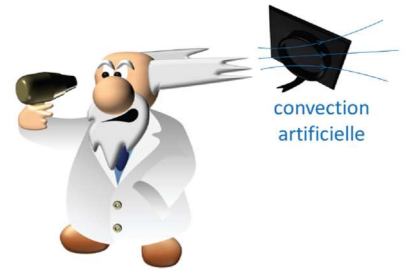


Concrètement, de l'énergie est transférée des zones les plus chaudes vers les zones les plus froides via les chocs intermoléculaires dans les fluides et aux interfaces fluide-solide, et via les vibrations atomiques dans les solides.

Par analogie avec la conduction électrique dans les métaux, ce mode de transfert thermique est également appelé **conduction thermique** (ou conduction de la chaleur). Cette analogie sera développée dans le prochain chapitre.

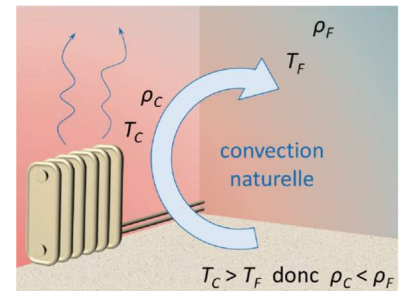
➤ **La CONVECTION (ou convection) :**

C'est un transport d'énergie propre aux fluides (gaz ou liquide) et directement associé aux **mouvements macroscopiques au sein du fluide** : au cours de son déplacement, chaque particule de fluide transporte avec elle sa propre énergie interne et contribue ainsi à la modification de la température du milieu aux points où elle passe ; l'énergie est en quelque sorte déplacée avec le fluide.



La convection peut être artificielle, comme lorsqu'on utilise un sèche-cheveux ou un climatiseur, mais elle peut également apparaître naturellement sous l'effet de la poussée d'Archimède.

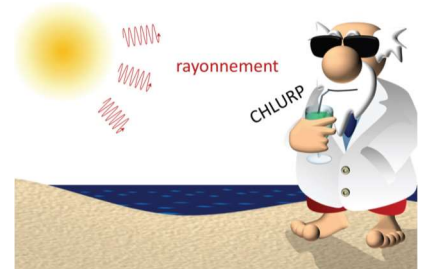
L'étude générale de la convection est hors programme ; toutefois, nous prendrons en compte des effets convectifs lors de l'étude du transfert thermique qui s'établit à l'interface entre un solide et un fluide et qui sera qualifié de « **conducto-convectif** » (§ 3.c).



A retenir : l'existence de transferts thermiques convectifs au sein d'un fluide a tendance à **homogénéiser très efficacement sa température**.

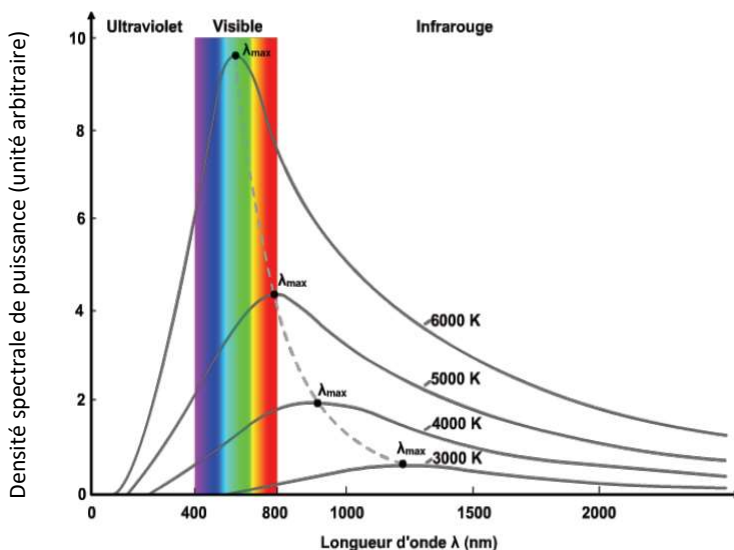
➤ **Le RAYONNEMENT :**

C'est un transport d'énergie associé à la propagation d'un **champ électromagnétique**, tout corps ayant la propriété d'émettre et d'absorber en permanence des ondes électromagnétiques.



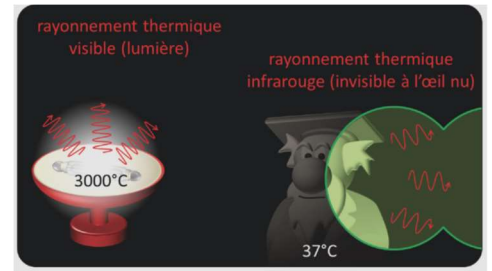
Ce mode de transfert mal connu est pourtant fondamental, puisque c'est ainsi que le soleil nous chauffe. Il est bon de savoir que (rappel du cours de sup) :

* Tout corps, quel qu'il soit, émet en permanence une onde électromagnétique polychromatique dont les caractéristiques dépendent fortement de sa température. Ce rayonnement est dit « thermique » car il trouve son origine dans l'agitation thermique des molécules constituant le corps qui se comportent comme des dipôles oscillants et rayonnent donc un champ électromagnétique.

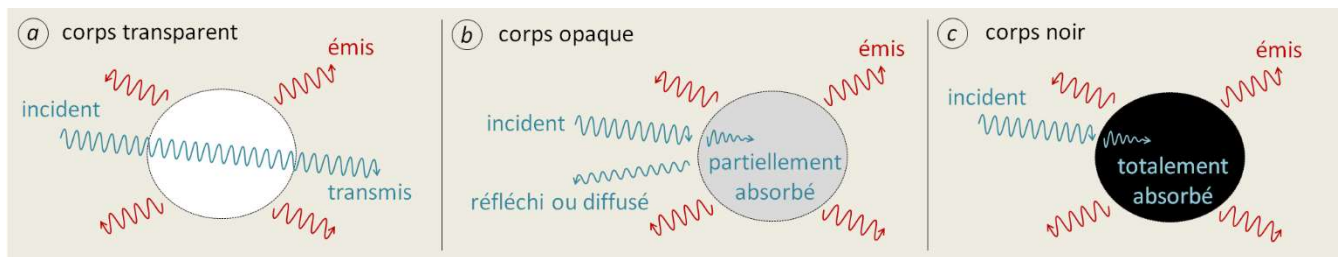


Son spectre, dont l'étude a révolutionné la physique au début du XX^{ème} siècle (cf. cours de physique quantique), est donné par la célèbre loi de Planck, représentée ci-contre. On pourra retenir que la densité spectrale de puissance augmente avec la température à toute longueur d'onde et que son maximum se déplace vers les courtes longueurs d'onde lorsque la température augmente.

Ainsi, à température ambiante, le rayonnement thermique est peu puissant et situé dans l'infrarouge lointain (donc invisible, sauf si on observe avec des lunettes à infrarouges !), tandis que pour des corps très chauds comme des braises incandescentes (900 - 1000 K), une flamme de bougie (1500 K), un filament de tungstène fortement chauffé par effet Joule (2500 - 3000 K), ou a fortiori le Soleil (5800 K), il est très puissant et en partie situé dans le visible !



* Par ailleurs, tout corps reçoit en permanence des ondes électromagnétiques polychromatiques provenant des corps qui l'entourent et les absorbe plus ou moins, suivant qu'il est transparent (figure a) ou opaque (figure b) dans le domaine spectral considéré. Dans le cas simple, mais idéal, où un corps absorbe intégralement tout rayonnement incident, quelles qu'en soient la longueur d'onde et la direction d'incidence, le corps est appelé « corps noir » (figure c).



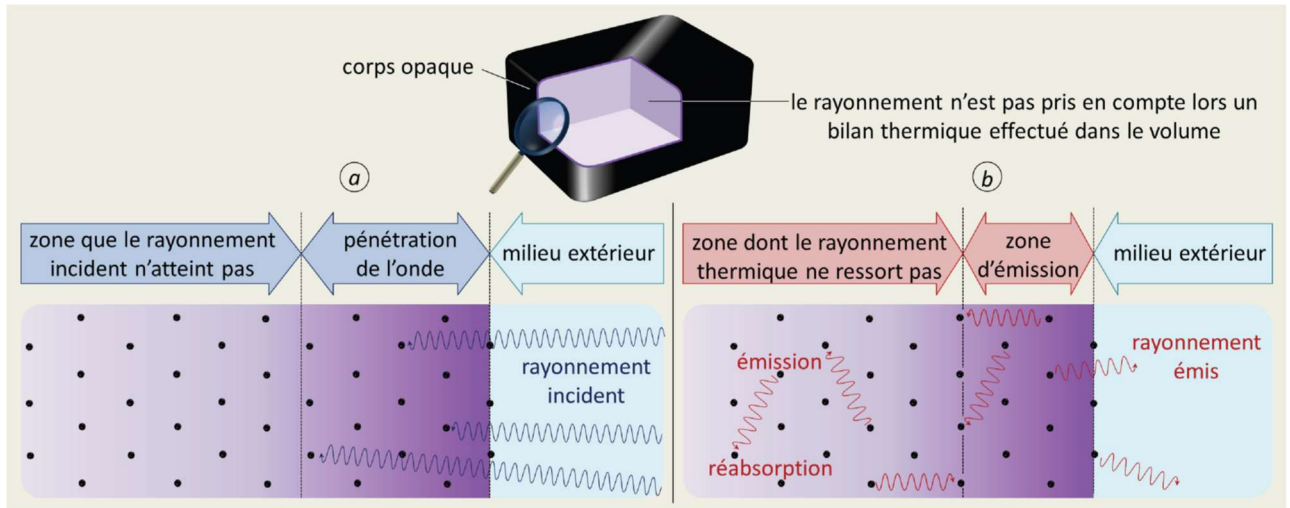
* La propagation d'une onde électromagnétique s'accompagnant d'un transport d'énergie, tout corps cède et reçoit donc de l'énergie via le rayonnement. Radiations, radiateur... il s'agit bien de la même étymologie ! ¹

Toutefois, dans presque tout ce cours, nous négligerons les transferts thermiques radiatifs dans nos bilans énergétiques, sans que cela fausse les raisonnements mis en œuvre. Justifications :

1) Nous nous limiterons à l'étude des corps opaques pour lesquels la profondeur de pénétration du rayonnement est très faible à l'échelle du problème. Nous pourrions alors considérer que toute l'absorption du rayonnement incident a lieu au voisinage immédiat de la surface (figure a) et que seul le rayonnement thermique émis au voisinage immédiat de la surface quitte le corps (le rayonnement thermique émis au sein du corps, quant à lui, est réabsorbé avant d'atteindre la surface ; figure b).

Ainsi, tous les phénomènes de transfert thermique via le rayonnement ont lieu en surface et, lors de la réalisation d'un bilan thermique au sein du corps opaque, il n'y a pas lieu d'introduire de transferts thermiques par rayonnement.

¹ C'est d'ailleurs le seul mode de transfert thermique ne nécessitant pas de support matériel et pouvant donc s'effectuer à travers le vide, à l'instar du rayonnement qui nous provient du soleil. C'est également le seul mode efficace pour se chauffer dans de grands espaces comme des halls de gare ou des cathédrales où l'on ne peut pas vraiment réchauffer l'air ambiant (volume trop grand, courants d'air froid) : on installe alors des sources de rayonnement infrarouge qui chauffent instantanément les corps opaques présents (meubles, êtres humains...).



2) Quantitativement, les effets du rayonnement augmentent très rapidement avec la température (ceci sera formalisé par la loi de Stefan) et sont incontournables lorsqu'il existe un objet de température très élevée dans le problème étudié (filament incandescent par exemple) ; en revanche, lors de l'étude des transferts thermiques entre corps de températures usuelles, négliger le rayonnement est moins problématique, surtout en présence de convection.

- Concluons par une propriété fondamentale des transferts thermiques :

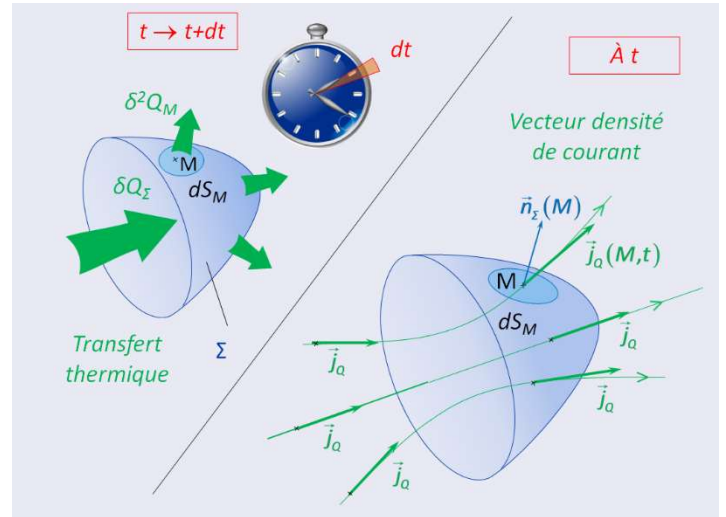
Dans toutes les situations que nous étudierons, nous constaterons toujours que le bilan énergétique conduit, quelque soit le mode, à un transfert thermique **dirigé des zones de température élevée** (zones les plus chaudes) **vers les zones de faible température** (zones les plus froides). C'est l'essence de la fameuse irréversibilité des transferts thermiques !

III- Grandeurs énergétiques associées aux transferts thermiques à travers une surface.

A- Définitions : flux thermique, flux thermique surfacique et vecteur densité de flux thermique.

- **Contexte :**

- * Soit Σ une surface orientée, fermée ou non, au sein d'un milieu ou à l'interface entre deux milieux.
- * Soit M un point quelconque de Σ et dS_M une surface élémentaire autour de M , de normale $\vec{n}$.
- * Soit δQ_Σ le transfert thermique infinitésimal à travers Σ entre t et $t + dt$.
- * Soit δQ_M ou $\delta^2 Q_M$ le transfert thermique (doublement infinitésimal) à travers dS_M , entre t et $t + dt$.



- **Définitions :**

- * Le **flux thermique**, ou la **puissance thermique**, traversant Σ , à t , est :
$$\Phi_{Q,\Sigma}(t) = \frac{\delta Q_\Sigma}{dt}$$

et le **flux thermique élémentaire** traversant dS_M , à t , est :
$$d\Phi_{Q,M}(t) = \frac{\delta^2 Q_M}{dt}$$

- * Le **flux thermique surfacique** traversant Σ en M , à t , est :
$$\varphi_Q(M,t) = \frac{d\Phi_{Q,M}}{dS_M} = \frac{\delta^2 Q_M}{dS_M dt}$$

- * Le **vecteur densité de flux thermique** est le champ de vecteur, noté $\vec{j}_Q(M,t)$, dont le produit scalaire avec la normale $\vec{n}$ à Σ en M donne, quelle que soit son orientation, le flux thermique surfacique traversant Σ en M , à t :
$$\forall t, \forall M, \forall dS_M \text{ de normale } \vec{n} : \varphi_Q(M,t) = \vec{j}_Q(M,t) \cdot \vec{n}$$

- **Notations :**

- * L'exposant 2 dans $\delta^2 Q_M$ signifie que le transfert thermique est « doublement » infinitésimal car la surface et la durée caractérisant ce transfert sont toutes les deux infinitésimales. Ce distinguo peut être utile mais cela alourdit les notations et l'exposant 2 est souvent omis.
- * En général, quand il n'y a pas d'ambiguïté sur la surface étudiée, on omet l'indice Σ ou M et on écrit plus simplement $\delta^{(2)}Q$, Φ_Q et $d\Phi_Q$. L'indice Q est également souvent omis ($\Phi(t)$, $d\Phi(t)$, $\varphi(M,t)$).

- **Propriétés de ces grandeurs :**

- * Un flux thermique est une puissance, son unité est le **Watt (W)**.
Un flux thermique surfacique et un vecteur densité de flux thermique ont pour unité le **W.m⁻²**.
- * Tout comme les transferts thermiques qui les définissent, les flux thermiques sont relatifs à la surface Σ étudiée ; en revanche, alors qu'un transfert thermique est associé à une durée ($[t ; t+dt]$ ou $[t ; t+\Delta t]$), un flux thermique est une grandeur instantanée (définie à tout instant). Enfin, le vecteur densité de flux thermique est un champ de

vecteurs et est donc une grandeur locale et instantanée (définie en tout point, indépendamment de la surface Σ , et à tout instant)

- * $\vec{j}_Q$ est l'exact analogue du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ de l'électromagnétisme : l'un décrit les flux d'énergie thermiques, l'autre les flux d'énergie électromagnétique.
- * Lorsqu'on connaît $\vec{j}_Q(M, t) \forall t$ et $\forall M$, on peut calculer n'importe quel terme énergétique associé au transfert thermique à travers n'importe quelle surface :
 - Le flux thermique à travers Σ , à t , est mathématiquement égal au flux de $\vec{j}_Q$ à travers Σ , à t :

$$\Phi_{Q,\Sigma}(t) = \iint_{M \in \Sigma} \varphi_Q(M, t) dS_M = \iint_{M \in \Sigma} \vec{j}_Q(M, t) \cdot \vec{dS}_M$$

- Le transfert thermique à travers Σ entre t et $t + dt$ s'écrit : $\delta Q_\Sigma = \Phi_{Q,\Sigma}(t) dt = \iint_{M \in \Sigma} \vec{j}_Q(M, t) \cdot \vec{dS}_M dt$
- Le transfert thermique à travers Σ sur une durée finie, de t à $t + \Delta t$ s'écrit : $Q_\Sigma = \int_t^{t+\Delta t} \Phi_{Q,\Sigma}(t) dt$

Ainsi, le vecteur densité de flux thermique contient toute l'information sur les transferts thermiques dans le milieu étudié. Encore nous faut-il disposer d'une expression explicite de ce champ de vecteurs... c'est l'objet des paragraphes suivants !

B- Cas de la diffusion : loi de Fourier.

- Intéressons-nous tout d'abord à une situation où les transferts thermiques sont exclusivement diffusifs ; c'est le cas au sein d'un corps opaque (pas de rayonnement à l'intérieur du corps) et macroscopiquement au repos (pas de convection).

L'expérience montre alors que le vecteur densité de flux thermique est lié en tout point du milieu au gradient de température par une loi mise en évidence par le français Joseph Fourier en 1815 :

LOI DE FOURIER : $\forall t \forall \vec{r} \quad \vec{j}_Q(\vec{r}, t) = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)(\vec{r}, t)$

$\lambda > 0$, parfois noté k , est un coefficient caractéristique du milieu considéré, appelé sa **conductivité thermique** ; unité : $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

- Cette loi, ainsi que les ordres de grandeur de λ , seront discutées en détail dans les prochains chapitres mais nous pouvons d'ores et déjà constater qu'elle rend compte de la caractéristique principale énoncée plus haut à propos des transferts thermiques diffusifs :

Un flux thermique diffusif apparaît lorsqu'il existe un **gradient thermique** (soit une non-homogénéité spatiale du champ de T). Ce flux est dirigé dans le sens des températures décroissantes ($\vec{j}_Q$ est opposé au $\overrightarrow{\text{grad}} T$) : des zones les plus chaudes vers les zones les plus froides.

En outre, la conductivité thermique λ d'un milieu apparaît comme le coefficient qui caractérise l'intensité des transferts thermiques dans ce milieu : pour un gradient de température donné, la puissance thermique surfacique transférée à travers le milieu est d'autant plus élevée que λ est élevée. Ainsi :

- Un milieu de grande conductivité thermique est un « **bon conducteur thermique** ».
 - Un milieu de faible conductivité thermique est un « **bon isolant thermique** ».

• **Propriétés de la loi :**

1. C'est une loi **phénoménologique** : elle est issue de l'expérience (de l'observation des phénomènes physiques) sans avoir de réelle justification théorique.
2. C'est une loi **linéaire** qui peut faire penser à un développement au 1^{er} ordre d'une loi plus complexe ; en pratique, cette loi reste valable, même pour des gradients de température relativement élevés et nous ne remettrons jamais la linéarité en cause.
3. C'est une loi « **instantanée** » : dans le cas d'un régime variable dans le temps, $\vec{j}_Q(\vec{r}, t)$ est en phase avec $\overrightarrow{\text{grad}}(T(\vec{r}, t))$ puisque ces deux champs sont directement proportionnels.

Ceci signifie que les variations temporelles de température que l'on peut imposer dans le milieu sont toujours très lentes vis-à-vis du temps caractéristique d'établissement d'un transfert thermique diffusif².

4. C'est une loi analogue à la loi d'Ohm : $\vec{j}_{elec}(\vec{r}, t) = \gamma \vec{E}(\vec{r}, t) = -\gamma \overrightarrow{\text{grad}}(V)(\vec{r}, t)$.

Il existe une forte analogie entre diffusion thermique et conduction électrique dans un milieu ohmique, ce qui explique que l'on parle parfois de **conduction thermique** pour désigner la diffusion³. λ est l'analogue de la conductivité électrique γ , ce qui lui vaut le nom de **conductivité thermique** ! Cette analogie sera pleinement développée plus loin.

5. λ n'est réellement une « constante » que si le milieu est **homogène et isotrope**⁴.

Dans un milieu inhomogène comme l'atmosphère à grande échelle par exemple, la pression, la densité et la température moyenne varient fortement avec l'altitude et λ dépend a priori de l'altitude.

² Ceci qui n'est pas étonnant puisque ce temps caractéristique est de l'ordre du temps moyen de collision $\tau_c \approx 1$ ps pour un solide ou un liquide à 100 ps pour un gaz. Pour mettre en défaut ce caractère instantané, il nous faudrait provoquer des variations de température notables sur des durées extrêmement brèves, de manière à « prendre de vitesse » la réponse thermique du système. Est-ce réalisable en pratique ? Oui ! car il est aujourd'hui possible de transférer localement une grande quantité d'énergie en un temps très bref, en utilisant une impulsion laser de durée inférieure à la picoseconde. Pour modéliser le transfert thermique dans ce genre de situation, nous pourrions alors recourir à une loi du type :

$$\vec{j}_Q + \tau \frac{\partial \vec{j}_Q}{\partial t} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)$$

³ Cette analogie entre diffusion thermique et conduction électrique est purement formelle : en effet, la conduction électrique dans un milieu ohmique ne se fait pas par diffusion des porteurs de charge électrique mais par migration de ces charges sous l'effet d'un champ de force extérieur (le champ électrique appliqué dans le conducteur) et présente des propriétés fondamentalement plus proches d'un phénomène convectif que diffusif (il y a un mouvement d'ensemble des porteurs de charges comme dans un écoulement). Un transport de charges fondamentalement diffusif se rencontre dans certaines structures comme les jonctions de semi-conducteurs (qui forment les diodes, les thyristors...) où il existe un gradient de la densité volumique de charges ; la loi locale traduisant la diffusion est alors :

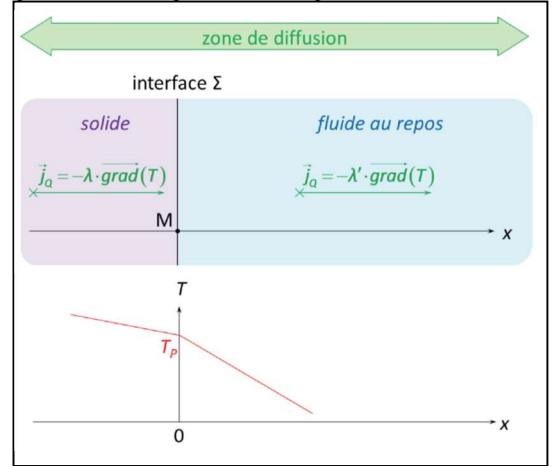
$$\vec{j}_{elec}(\vec{r}, t) = -\alpha \overrightarrow{\text{grad}}(\rho_{elec}(\vec{r}, t))$$

⁴ Dans un milieu solide anisotrope, où toutes les directions ne sont pas équivalentes du point de vue microscopique et donc du point de vue des transferts thermiques, il peut apparaître des valeurs différentes de λ suivant la direction du gradient de températures : l'équation locale entre le vecteur densité de flux thermique et le gradient de température fait alors intervenir une « matrice de conductivité » au lieu d'un simple scalaire...

C- Cas du transfert conducto-convectif à une interface solide-fluide : loi de Newton.

- L'étude générale des transferts thermiques convectifs est hors programme. En revanche, nous souhaitons obtenir une expression du vecteur densité de flux thermique dans un fluide en mouvement **au voisinage d'une paroi solide**. Analysons qualitativement la situation en supposant, par exemple, le solide plus chaud que le fluide :

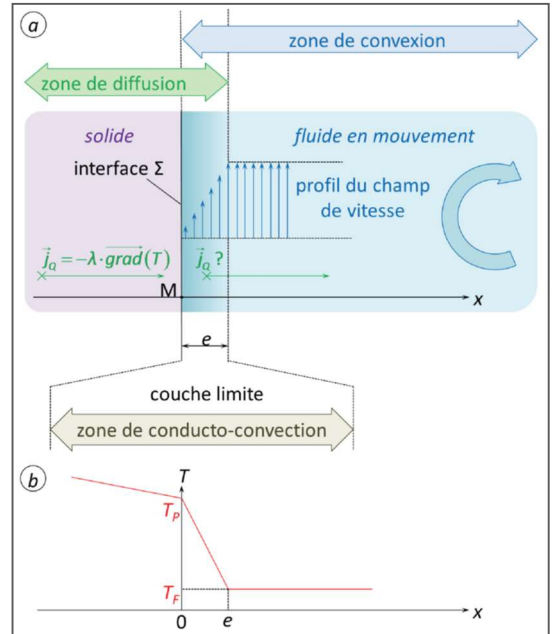
➤ Si le fluide était au repos (figure ci-contre), les transferts thermiques seraient partout diffusifs et, compte tenu de l'existence d'un gradient thermique dirigé du solide vers le fluide, le profil de température aurait l'allure représentée ci-contre : la température diminuerait le long de l'axe (Ox), avec une pente a priori différente dans chaque milieu du fait de la différence des conductivités thermiques (cf. chapitre suivant) ; elle serait bien entendu continue à l'interface Σ entre le solide et le fluide, c'est une conséquence de l'hypothèse d'équilibre thermo-dynamique local.



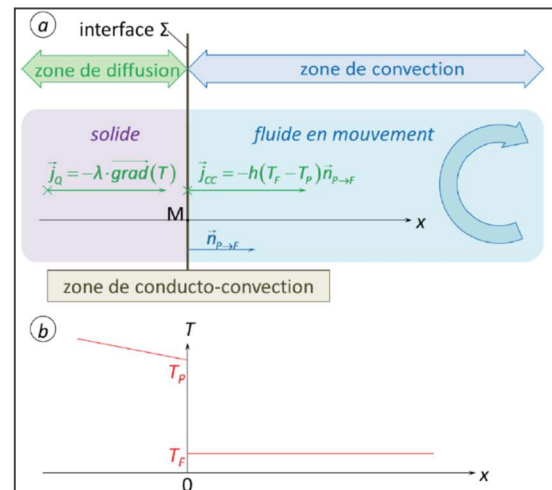
➤ Lorsque le fluide est en mouvement, d'importants transferts thermiques convectifs ont lieu et homogénéisent sa température, sauf au voisinage immédiat de la paroi Σ où la friction entre le fluide et le solide limite fortement la vitesse d'écoulement. Il se crée alors une fine couche de fluide, appelée « couche limite », où les profils de vitesse d'écoulement et de température varient brutalement : la vitesse est nulle contre la paroi solide et importante dans le fluide au-delà de la couche limite ; la température varie brutalement entre la température T_p de la paroi solide et la température uniforme T_F du fluide (figure ci-contre).

On dit alors qu'il existe un phénomène de **conducto-convection** à l'interface solide-fluide car le profil de température résulte des effets conjugués de :

- la convection dans le fluide : c'est elle qui fixe la taille e de la couche limite et impose la température T_F à la distance e de la paroi ;
- la conduction thermique dans la couche limite.



- La situation est donc complexe mais, l'épaisseur e de la couche limite étant très faible à l'échelle du problème, nous admettrons qu'il est possible de la négliger et d'adopter un modèle simple où :
 - le profil de température (figure ci-contre) présente une **discontinuité apparente** au voisinage de l'interface ;
 - le vecteur densité de flux thermique dans le fluide, au voisinage de l'interface, est colinéaire à la normale à cette interface et proportionnel à la discontinuité apparente de température (loi empirique due à Newton, page suivante).



$$\text{LOI DE NEWTON : } \forall t \quad \forall M \in \Sigma \quad \vec{j}_{cc}(M, t) = h [T_p(M, t) - T_f(M, t)] \vec{n}_{p \rightarrow f}$$

$h > 0$ est le **coefficient de transfert conducto-convectif** ; unité : $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$.

Commentaires :

- * Cette loi conduit bien à un transfert thermique dirigé dans le sens des températures décroissantes, c'est-à-dire des zones les plus chaudes vers les zones les plus froides (toujours choisir vérifier le signe ou l'orientation de $\vec{j}_{cc}$).
- * Le coefficient h dépend de la nature du fluide et de la taille de la couche limite, donc de la vitesse du phénomène de convection ; son ordre de grandeur est très variable, de 1 à $10^5 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ (!!!), mais on pourra retenir les valeurs suivantes, en $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$:

Type de convection	Air	Eau
Naturelle (la vitesse du fluide est « faible »)	10	100
Artificielle (la vitesse du fluide est « forte »)	100	1000

- * Attention à la signification de $\vec{j}_{cc}$: ce vecteur n'est défini que pour un point de l'interface et caractérise le flux thermique « du côté du fluide » ; du côté du solide le transfert est purement diffusif ! Ces précisions prendront tout leur sens lors de la réalisation de bilans énergétiques aux interfaces (§ 5.b).
- * Insistons sur le fait que la discontinuité de température envisagée n'est pas réelle mais apparente puisqu'elle découle d'une modélisation où l'on néglige l'épaisseur de la couche limite. Cette situation est analogue à la discontinuité apparente du champ électrique de part et d'autre d'une surface chargée.

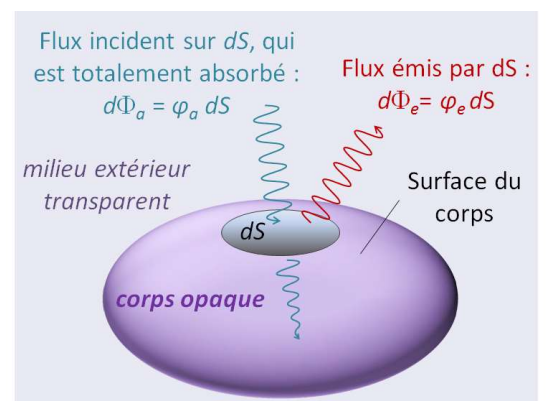
D- Complément : cas du rayonnement ; loi de Stefan.

- **L'étude générale des transferts thermiques par rayonnement est hors programme**, seule la connaissance de la caméra thermique comme instrument de mesure de la température est exigible. Toutefois, en prévision de certains exercices débordant du programme, nous allons donner une expression du flux thermique surfacique radiatif algébriquement reçu par un **corps noir** (totalement absorbant) plongé dans un milieu extérieur transparent à l'équilibre thermique.

Comme nous l'avons expliqué plus haut, du fait de la faible profondeur de pénétration rayonnement dans les milieux absorbants, tous les phénomènes de transfert thermique radiatif ont lieu **en surface** des corps ; ces transferts thermiques sont donc entièrement caractérisés par des **flux surfaciques** au niveau de la surface externe du corps noir étudié.

Notations :

- * $T_s(t)$ ou $T_p(t)$ désigne la température de surface du corps noir étudié, encore appelée température de paroi ; cette température est supposée uniforme.
- * T_{ext} désigne la température du milieu extérieur supposé à l'équilibre thermique, supposée uniforme.
- * Pour un élément de surface dS du corps noir étudié, on note $d\Phi_e$ le flux thermique émis par l'élément de surface dS , et $d\Phi_a$ le flux incident sur cet élément de surface, qui est totalement absorbé. Ces deux flux sont définis positifs.



On note alors : $\boxed{\varphi_a \text{ et } \varphi_e}$ les flux surfaciques associés $\left(\varphi = \frac{d\Phi}{dS} \right)$, et $\boxed{\varphi^R = \varphi_a - \varphi_e}$.

φ^R représente ainsi le flux *algébriquement reçu* par le corps via l'ensemble des phénomènes radiatifs (émission thermique et absorption du rayonnement incident) ; de ce fait, φ^R est appelé le **flux surfacique radiatif**.

- Nous admettrons la loi de Stefan qui relie les flux surfaciques émis et absorbé aux températures $T_s(t)$ et T_{ext} :

$$\boxed{\varphi_e(t) = \sigma T_s^4(t) \quad \& \quad \varphi_a = \sigma T_{ext}^4}$$

où σ est une constante universelle (faisant intervenir uniquement des constantes fondamentales)⁵.

→ Le flux surfacique radiatif s'écrit donc : $\underline{\varphi^R = \varphi_a - \varphi_e(t) = \sigma(T_{ext}^4 - T_s^4(t))}$

Commentaires :

- On voit clairement que le transfert thermique radiatif s'effectue, comme il se doit, du corps le plus chaud vers le corps le plus froid puisque : $T_{ext} > T_s \Rightarrow \varphi^R > 0$ & $T_{ext} < T_s \Rightarrow \varphi^R < 0$.
- La température apparaissant avec un exposant 4 dans l'expression de φ , la puissance rayonnée par un corps augmente très fortement avec sa température ; ainsi, parmi les différents modes de transfert thermique, le rayonnement devient fondamental à température élevée.
- La loi de Stefan fournit le flux surfacique radiatif sur l'ensemble du domaine spectral ; rappelons que la densité spectrale associée à ce flux, donnée par la loi de Planck, est très variable suivant la longueur d'onde considérée.
- Puisqu'il existe un lien direct entre la température de surface d'un corps noir et le flux surfacique que ce corps rayonne, on peut mesurer la température du corps via une mesure de flux thermique.
 - C'est sur ce principe que fonctionnent les caméras thermiques, ou caméra à infrarouges, qui construisent une image en fausses couleurs à partir de l'intensité du rayonnement infrarouge émis par chaque point de l'objet visé ; cette intensité étant une fonction fortement croissante de la température, l'image fournit une « photo » du champ température de surface de l'objet !



Notez que ce n'est pas la loi de Stefan qui est directement utilisée par la caméra car celle-ci ne mesure pas la puissance thermique émise sur l'intégralité du spectre, mais seulement dans une ou deux gammes de longueurs d'onde.

- C'est également par ce biais que l'on accède à la température de certains corps difficiles d'accès ou dont la température est trop élevée pour que l'on puisse les mettre en contact avec un thermomètre usuel : c'est ainsi que l'on mesure la température de la lave, ou la température de surface du soleil ! Les « thermomètres » basés sur ce principe s'appellent des pyromètres⁶.

⁵ Pour information : $\sigma = 2\pi^5 k_B^4 / 15h^3 c^2 = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$

⁶ Attention néanmoins car tous les rayonnements ne sont pas d'origine thermique : certains rayonnements (cœur de la flamme d'une bougie par exemple) sont dus à des désexcitations électroniques provoquées par d'autres phénomènes que l'agitation thermique. La mesure de la température de ces corps à l'aide d'un pyromètre ou d'une caméra thermique conduirait donc à un résultat absurde ! Par ailleurs, même dans le cas d'un rayonnement d'origine thermique, la mesure est moins simple qu'il n'y paraît car les lois de Planck et de Stefan s'appliquent aux corps noirs, i.e. aux corps totalement absorbants, et peuvent donner des résultats très erronées pour des corps peu absorbants / très réfléchissants...

IV- Source interne d'énergie et puissance volumique associée.

A- Exemple de base : effet Joule dans un conducteur ohmique.

- Dans le cours d'électromagnétisme, nous avons décrit les échanges énergétiques qui peuvent exister en tout point d'un milieu matériel entre le champ électromagnétique et les charges microscopiques en mouvement et nous avons vu que l'on peut associer à ce transfert d'énergie une puissance volumique :

$$p(\vec{r}, t) = \frac{\delta^2 U_{em}}{d\tau dt} = \vec{j}(\vec{r}, t) \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) \quad ^7$$

qui s'écrit $p(\vec{r}, t) = \gamma E^2(\vec{r}, t) = \frac{j^2(\vec{r}, t)}{\gamma}$ dans le cas d'un milieu ohmique.

Dans le cas d'un milieu ohmique, les charges mobiles (les électrons s'il s'agit d'un métal) interagissent fortement avec les entités immobiles constituant le matériau au sein duquel elles se déplacent (les atomes du métal, ou plutôt les ions du métal puisque ceux-ci ont libéré des électrons de conduction) et subissent l'équivalent d'une force de frottement fluide. De ce fait, la puissance qui leur a été cédée par le champ est finalement transférée au matériau conducteur lui-même : on parle de dissipation par effet Joule (il n'est peut-être pas inutile d'aller revoir le cours d'électromagnétisme...).

- Si l'on se place maintenant **du point de vue du matériau conducteur**, tout se passe comme si de l'énergie lui était fournie par une **source interne** (le champ électromagnétique en l'occurrence) en tout point : tout volume $d\tau$ autour de tout point $M(\vec{r})$ reçoit entre t et $t + dt$ une énergie $p(\vec{r}, t) d\tau dt$; cette énergie ne vient pas de l'extérieur mais est en quelque sorte libérée ⁸ dans le volume $d\tau$ par la source interne.

→ $p(\vec{r}, t) = \gamma E^2(\vec{r}, t)$ apparaît donc comme une **puissance volumique** ⁹ **reçue par le matériau de la part de la source interne.**

B- Généralisation : existence d'un processus exothermique au sein d'un matériau.

- Cette notion de « source interne » n'est pas limitée à l'effet Joule au sein d'un conducteur ohmique mais doit être introduite dès qu'il existe un processus physique exothermique au sein du milieu matériel étudié. Sont concernés, entre autres, les matériaux radioactifs, sièges de réactions de désintégrations nucléaires exoénergétiques, et plus généralement tous les systèmes où se produit une réaction chimique.

⁷ Il est bon de préciser régulièrement la signification de ce type d'expression : $\delta^2 U_{em}$ est l'énergie électromagnétique cédée par le champ entre t et $t + dt$ aux charges mobiles contenues dans un volume $d\tau$ autour du point $M(\vec{r})$; lorsqu'on divise $\delta^2 U_{em}$ par dt , on obtient la puissance infinitésimale transférée aux charges du volume $d\tau$; puis lorsqu'on redivise par $d\tau$, on obtient la puissance volumique transférée localement aux charges « en M ».

⁸ Ce terme est parfois appelé terme de « création », par opposition au terme d'échange avec l'extérieur ; toutefois, il n'y a évidemment pas de réelle création d'énergie mais une conversion d'énergie électromagnétique en énergie interne.

⁹ Attention : nous parlions jusqu'à présent de puissance **surfactive** car nous caractérisions des transports d'énergie d'un milieu « extérieur » vers un système d'étude, **à travers la surface délimitant ce système**. Désormais nous envisageons, en plus d'un tel transport, l'existence d'une source interne qui convertit de l'énergie électromagnétique en énergie interne à l'intérieur même du système étudié et **en tout point du volume** ; la grandeur locale associée est donc bien une **puissance volumique**.

NOTION DE SOURCE INTERNE D'ENERGIE

Il existe parfois, au sein du milieu matériel étudié, un processus physique particulier qui convertit de l'énergie électromagnétique, nucléaire ou chimique, en énergie interne. Ce processus exothermique constitue pour le milieu l'équivalent d'une **source interne d'énergie** à laquelle est associé un champ scalaire $p(\vec{r}, t)$ caractérisant la **puissance volumique libérée** en tout point et à chaque instant par ce processus, et défini par :

$$p(\vec{r}, t) = \frac{\delta^2 U_{\text{libéré dans } d\tau \text{ entre } t \text{ et } t+dt}}{d\tau dt}$$

avec, dans le cas particulier de l'**effet Joule** : $p(\vec{r}, t) = \gamma E^2(\vec{r}, t) = \frac{j^2(\vec{r}, t)}{\gamma}$

L'énergie totale reçue entre t et $t + dt$ par un système de volume V de la part de la source interne s'écrit donc :

$$\delta U_{\text{libérée par les source interne}} = P_{\text{libérée par les source interne}} \times dt = \iiint_V p(M, t) d\tau_M dt$$

Les processus envisagés étant exothermiques, la puissance volumique p est une grandeur positive. Toutefois, dans le cas d'un système chimique, la réaction peut être exothermique ou endothermique, auquel cas la puissance volumique « libérée » p est négative.

V- Continuité du flux thermique surfacique à une interface immatérielle.

A- Enoncé et justification.

- Sauf indication contraire, on appelle **interface** entre deux milieux la surface **immatérielle** délimitant ces deux milieux et à travers laquelle s'effectuent les transferts thermiques de l'un vers l'autre (il y a contact direct entre les deux milieux).
- Considérons une telle interface entre deux milieux notés 1 et 2, tels que le champ de vecteurs densité de flux thermique prenne deux expressions différentes $\vec{j}_{Q1}(\vec{r}, t)$ et $\vec{j}_{Q2}(\vec{r}, t)$ dans ces deux milieux ; il se peut par exemple que le transfert thermique soit purement diffusif dans chaque milieu et que, les conductivités thermiques des milieux étant différentes, on ait :

$$\vec{j}_{Q1}(\vec{r}, t) = -\lambda_1 \overrightarrow{\text{grad}}(T(\vec{r}, t)) \quad \text{et} \quad \vec{j}_{Q2}(\vec{r}, t) = -\lambda_2 \overrightarrow{\text{grad}}(T(\vec{r}, t))$$

Nous nous posons ici la question du lien entre les expressions $\vec{j}_{Q1}(\vec{r}, t)$ et $\vec{j}_{Q2}(\vec{r}, t)$ au voisinage de tout point de l'interface : ces deux expressions se raccordent-elles par continuité ?

Rappelons que nous savons déjà qu'il y a continuité de la température à l'interface entre deux milieux, sauf s'il s'agit d'une interface solide – fluide en mouvement, où un phénomène de conducto-convection conduit à une discontinuité *apparente* de température entre la paroi solide et le fluide (cf. § III-C-).

- Relation de continuité essentielle à l'étude des transferts thermiques :

A l'interface entre deux milieux matériels, la composante **normale** du vecteur densité de flux thermique $\vec{j}_Q$ est continue.

$$\forall M \in \text{interface} \quad (\vec{j}_{Q1}(M,t) - \vec{j}_{Q2}(M,t)) \cdot \vec{n}_{1 \rightarrow 2} = 0 \quad ^{10}$$

On dit aussi qu'il y a **continuité du flux thermique surfacique** de part et d'autre de l'interface, ce flux s'écrivant indifféremment :

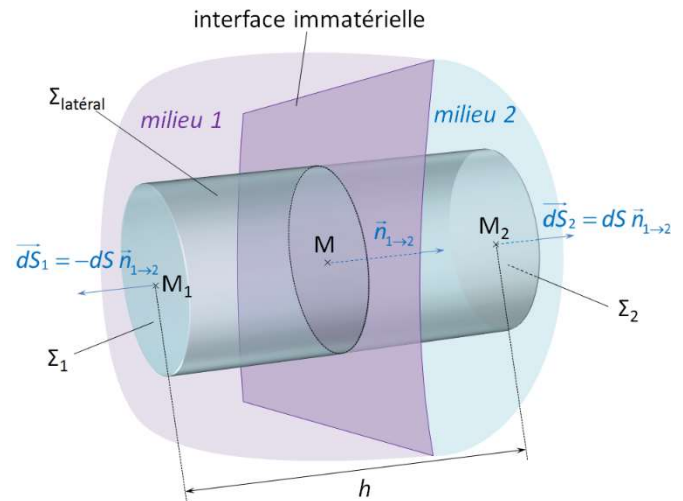
$$\forall M \in \text{interface} \quad \phi_{1 \rightarrow 2}(M,t) = \vec{j}_{Q1}(M,t) \cdot \vec{n}_{1 \rightarrow 2} = \vec{j}_{Q2}(M,t) \cdot \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$$

Physiquement, ce résultat découle du caractère **immatériel** de l'interface qui, à ce titre, ne peut emmagasiner d'énergie.

Justification (HP) :

Pour démontrer ce résultat, il suffit d'appliquer le 1^{er} principe au cylindre ci-contre, « à cheval » sur l'interface, puis de faire tendre la hauteur h du cylindre vers 0 ; alors :

- * L'intérieur du cylindre se réduit à l'interface qui est immatérielle et dont la variation d'énergie interne est donc nulle ; le flux total sortant est donc nul lui aussi.
- * L'aire de la surface latérale $\rightarrow 0$ donc le flux latéral $\rightarrow 0$; le flux sortant se réduit aux 2 flux à travers les deux surfaces dS_1 et dS_2 (orientées vers l'extérieur), qui sont donc opposés. CQFD !



B- Exemples d'application du résultat.

- Montrons maintenant comment cette loi s'applique, sur quelques exemples faisant intervenir les interfaces couramment rencontrées. Nous nous limitons pour le moment à des **géométries unidimensionnelles**, c'est-à-dire à des situations où il existe un axe (Ox) tel que le champ de température ne dépende que du temps et de la coordonnée x le long de cet axe : $T(\vec{r},t) = T(x,t)$; dans tous nos exemples, l'interface entre les deux milieux est confondue avec le plan $x = 0$.
- **Interface entre deux solides :**

Nous sommes dans la situation évoquée plus haut où les deux milieux sont solides et les transferts thermiques purement diffusifs mais où les expressions de $\vec{j}_Q$ diffèrent suivant le milieu du fait de la différence des conductivités thermiques.

¹⁰ En revanche, il n'existe aucune condition sur la composante **tangentielle** de $\vec{j}_Q$ à l'interface !

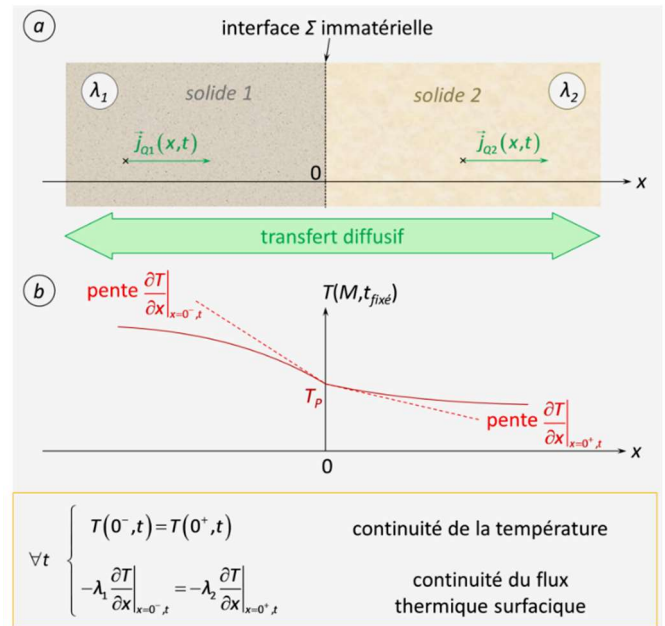
Ainsi, d'après la loi de Fourier, nous avons :

$$\begin{cases} \forall x < 0 & \vec{j}_Q(x,t) = -\lambda_1 \overrightarrow{\text{grad}}(T(x,t)) = -\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x}(x,t) \vec{u}_x \\ \forall x > 0 & \vec{j}_Q(x,t) = -\lambda_2 \overrightarrow{\text{grad}}(T(x,t)) = -\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial x}(x,t) \vec{u}_x \end{cases}$$

La continuité du flux surfacique à l'interface, donc en $x = 0$, impose alors :

$$\varphi_{1 \rightarrow 2}(t) = -\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x}(0^-, t) = -\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial x}(0^+, t)$$

Nous savons par ailleurs que la température est continue à l'interface entre deux solides, ce qui conduit qualitativement au profil de température représenté ci-dessus : la fonction $T(x,t)$ est continue mais non dérivable en $x = 0$, le rapport des pentes étant égal à l'inverse de celui des conductivités thermiques.

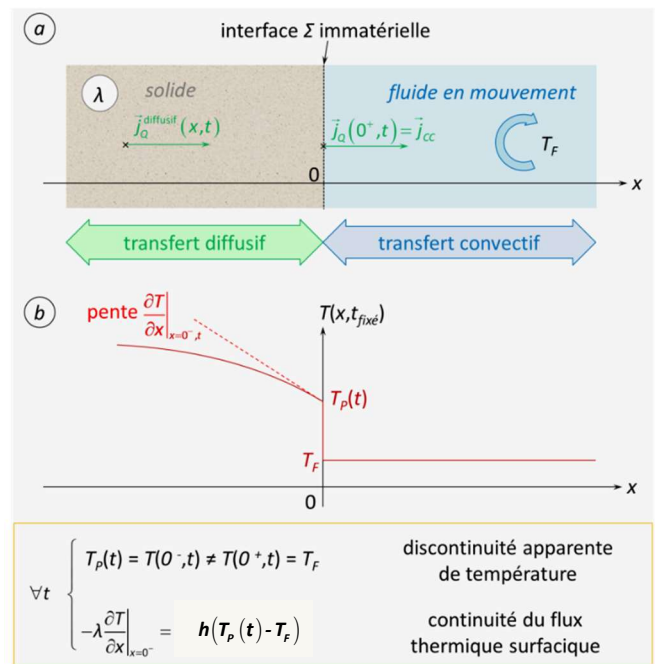


• Interface entre un solide et un fluide en mouvement :

Nous sommes dans la situation évoquée plus haut en remarque où le transfert thermique dans le fluide au voisinage de l'interface est conducto-convectif et où la température présente une discontinuité apparente à l'interface. Ainsi, d'après les lois de Fourier et de Newton, nous avons :

$$\begin{cases} \forall x < 0 : \vec{j}_Q(x,t) = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T(x,t)) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}(x,t) \vec{u}_x \\ \text{En } x = 0 : \vec{j}_Q(0^+, t) = \vec{j}_{CC}(0^+, t) = h(T(0^-, t) - T(0^+, t)) \vec{u}_x \\ \quad \quad \quad = h(T_P(t) - T_F) \vec{u}_x \end{cases}$$

en notant $T_P(t) = T(0^-, t)$ la température de la paroi solide et $T_F = T(0^+, t)$ la température du fluide (uniforme du fait de la convection).



La continuité du flux surfacique à l'interface impose alors :

$$\varphi_{1 \rightarrow 2}(t) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}(0^-, t) = h(T_P(t) - T_F)$$

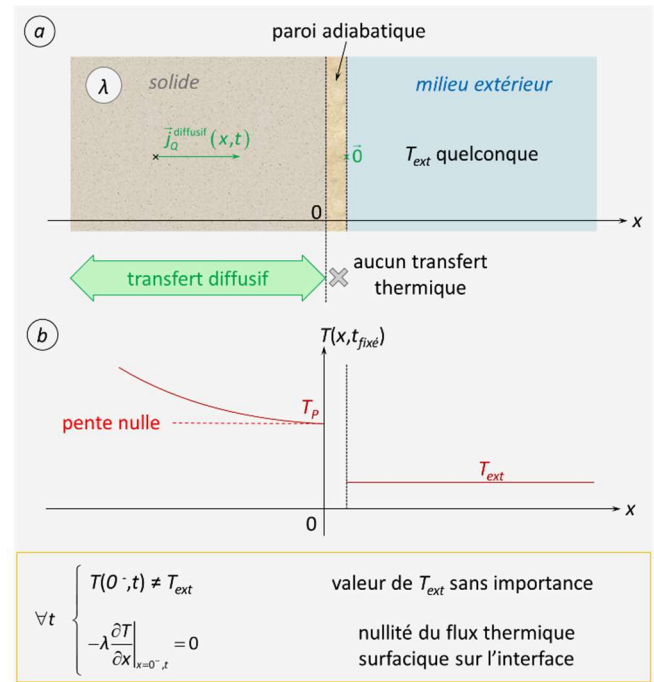
• Interface ou paroi adiabatique entre un solide et un milieu extérieur quelconque :

On rencontre parfois des situations où le corps étudié est séparé du milieu extérieur par une « **paroi adiabatique** » ou une « **interface adiabatique** » : dans ce cas, même si on ne la représente pas comme telle, l'interface n'est plus du tout immatérielle mais est en réalité constituée d'un corps intermédiaire très mauvais conducteur thermique qui rend infimes les transferts thermiques entre le corps étudié et le milieu extérieur. Cette notion de « mauvais conducteur thermique » sera discutée plus loin.

Bien que la situation ne relève pas de l'étude générale que nous venons d'effectuer, elle reste très simple puisque, si nous négligeons totalement les transferts thermiques à travers l'interface, nous avons naturellement :

$$\varphi_{1 \rightarrow 2}(t) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}(0^-, t) = 0$$

L'allure du champ de température $T(x, t)$ est représentée ci-dessus. La température du milieu extérieur a été supposée uniforme par commodité mais ceci est sans importance puisque celle-ci n'a aucune influence sur la température au sein du solide, tout transfert thermique étant bloqué par la paroi adiabatique.



• **Remarque (HP) : Interface entre un corps noir et un milieu transparent ; prise en compte du rayonnement.**

Nous envisageons maintenant une situation quasiment identique à la précédente si ce n'est qu'en plus du transfert thermique conducto-convectif, des transferts thermiques radiatifs apparaissent à droite de l'interface :

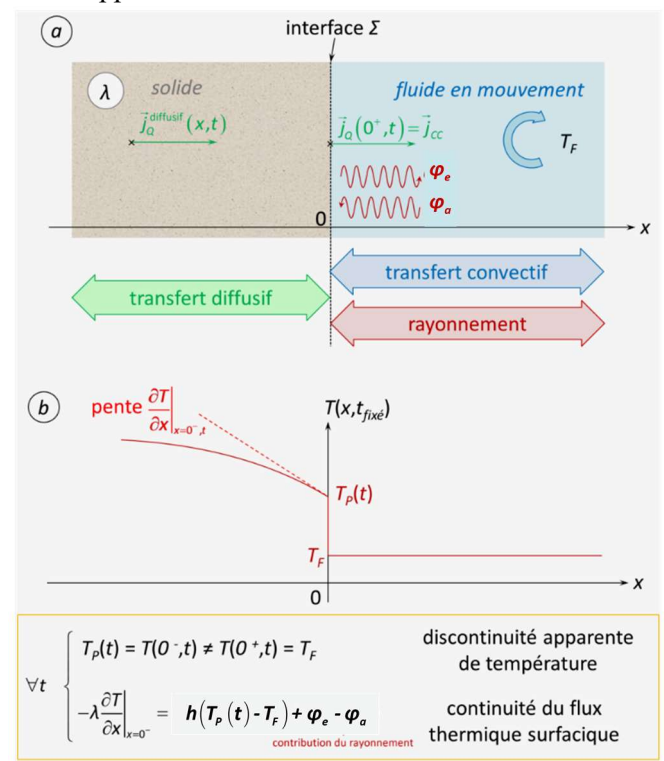
- * un rayonnement incident atteint le solide au niveau de l'interface ; un flux surfacique incident φ_a est absorbé par le solide après avoir traversé le fluide transparent ;
- * un rayonnement émis par le solide au niveau de l'interface s'éloigne vers la droite en traversant le fluide transparent, emportant un flux surfacique φ_e .

La continuité du flux surfacique à l'interface impose alors :

$$\begin{aligned} \varphi_{1 \rightarrow 2}(t) &= -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}(0^-, t) \\ &= h(T_p(t) - T_F) + \varphi_e - \varphi_a \\ &= h(T_p(t) - T_F) + \sigma(T_p^4(t) - T_F^4) \end{aligned}$$

avec les mêmes notations que dans le cas précédent.

L'allure du champ de température $T(x, t)$ est qualitativement la même que dans le cas précédent : le rayonnement ne fait qu'ajouter un terme de flux radiatif dans le bilan énergétique.



L'essentiel des notions de base sur les transferts thermiques

- L'étude thermique d'un système hors équilibre est l'analyse détaillée de l'évolution spatio-temporelle de la température et des transferts thermiques qui apparaissent au sein du système, sous l'hypothèse **d'équilibre thermodynamique local** :

$\forall t \forall \vec{r}$ on peut définir une température locale $T(\vec{r}, t)$ continue spatialement et temporellement.

- Il existe 3 modes de transfert thermique :
 - La **diffusion** thermique, également appelée **conduction** de la chaleur, qui apparaît au sein d'un milieu matériel au repos lorsqu'il existe un gradient de température.
 - La **conducto-convection** à l'interface entre un solide et un fluide en mouvement.
 - L'absorption et l'émission de **rayonnement** à l'interface entre un solide opaque et un milieu transparent.

Quel que soit leur mode, les transferts thermiques sont toujours dirigés des zones de température élevée vers les zones de faible température.

- Afin de formaliser les transferts thermiques qui ont lieu à partir d'un instant t , on utilise :
 - Le **flux thermique**, ou puissance thermique, à travers une surface : $\Phi_{Q,\Sigma}(t)$; unité : W.
 - Le **flux thermique surfacique** à travers une surface en un point : $\varphi_Q(M, t)$; unité : W.m⁻².
 - Le **vecteur densité de flux thermique** en un point : $\vec{j}_Q(M, t)$; unité : W.m⁻².

Lorsqu'on connaît $\varphi_Q(M, t)$ ou $\vec{j}_Q(M, t) \forall t$ et $\forall M$, on peut calculer :

- Le transfert thermique à travers Σ entre t et $t + dt$:

$$\delta Q_\Sigma = \Phi_{Q,\Sigma}(t)dt = \iint_{M \in \Sigma} \varphi_Q(M, t) dS_M dt = \iint_{M \in \Sigma} \vec{j}_Q(M, t) \cdot \vec{dS}_M dt$$

- Le transfert thermique à travers Σ sur une durée finie, de t à $t + \Delta t$: $Q_\Sigma = \int_t^{t+\Delta t} \Phi_{Q,\Sigma}(t)dt$

- Dans le cas de la **diffusion thermique**, le vecteur densité de flux thermique est lié en tout point du milieu au gradient de température par la **Loi de Fourier** :

$$\forall t \forall \vec{r} \quad \vec{j}_Q(\vec{r}, t) = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)(\vec{r}, t) \quad \text{avec } \lambda > 0 ; \text{unité : W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}.$$

λ , parfois noté k , est la **conductivité thermique** du milieu.

- Dans le cas de la **conducto-convection** à l'interface Σ entre un solide de température de surface T_p et un fluide température T_f , le vecteur densité de flux thermique dans le fluide, au voisinage de l'interface, est donné par la **Loi de Newton** :

$$\forall t \forall M \in \Sigma \quad \vec{j}_{CC}(M, t) = h[T_p(M, t) - T_f(M, t)]\vec{n}_{p \rightarrow f} \quad \text{avec } h > 0 ; \text{unité : W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}.$$

h est le **coefficient de transfert conducto-convectif** à l'interface.

- Il existe des phénomènes physiques comme l'**effet Joule** ou la **radioactivité** qui, en tout point d'un milieu matériel, convertissent en énergie interne une autre forme d'énergie (électromagnétique, nucléaire...) ; il existe alors l'équivalent d'une **source interne d'énergie** en tout point du milieu, à laquelle on associe une **puissance volumique** $p(\vec{r}, t)$; unité : W.m^{-3} .

➤ Un volume $d\tau$ situé en $M(\vec{r})$ reçoit de la part de cette source interne, entre t et $t + dt$, une énergie : $p(\vec{r}, t) d\tau dt$

Dans le cas d'un effet Joule : $p(\vec{r}, t) = \gamma E^2(\vec{r}, t)$.

- Il y a **continuité du flux thermique surfacique à une interface** entre deux milieux car une telle interface est **immatérielle** et n'emmagasine donc pas d'énergie.

- Entre t et $t + dt$, le **bilan énergétique** (1^{er} principe) associé à un système matériel de volume V délimité par une surface Σ s'écrit :

➤ Pour une phase condensée incompressible et indilatable, quelles que soient les conditions :

$$\frac{dU}{dt} = \Phi_{\text{entrant par } \Sigma}^{\text{total}} + P_{\text{source interne}} = \iint_{M \in \Sigma} \phi_{\text{entrant}}^{\text{total}}(M, t) dS_M + \iiint_V p(\vec{r}, t) d\tau$$

➤ Pour tout système en évolution isobare :

$$\frac{dH}{dt} = \Phi_{\text{entrant par } \Sigma}^{\text{total}} + P_{\text{source interne}} = \iint_{M \in \Sigma} \phi_{\text{entrant}}^{\text{total}}(M, t) dS_M + \iiint_V p(\vec{r}, t) d\tau$$

Si le système est de taille infinitésimale, ce même bilan s'écrit :

$$\frac{d(\delta U)}{dt} = \delta \Phi_{\text{entrant par } \Sigma}^{\text{total}} + p(\vec{r}, t) d\tau \quad \text{ou} \quad \frac{d(\delta H)}{dt} = \delta \Phi_{\text{entrant par } \Sigma}^{\text{total}} + p(\vec{r}, t) d\tau \quad \text{selon le cas.}$$

- Un système est en situation de **régime permanent** lorsque ses paramètres d'état et en particulier sa température sont indépendants du temps malgré d'éventuels transferts thermiques.

➤ Pour tout système en situation de **régime permanent**, quelles que soient les conditions :

$$\Phi_{\text{entrant par } \Sigma}^{\text{total}} + P_{\text{source interne}} = 0$$

« Aucune énergie n'est accumulée à l'intérieur du système : toute l'énergie générée par les sources internes à l'intérieur du système le quitte sous forme de transfert thermique à travers sa surface Σ . »

➤ En particulier, en **régime permanent** et en l'**absence de source interne** :

$$\Phi_{\text{entrant par } \Sigma}^{\text{total}} = 0$$

« Aucune énergie n'est accumulée à l'intérieur du système : tout transfert thermique entrant dans le système est exactement compensé par un transfert thermique sortant. »