

1. La température de surface du Soleil s'obtient directement à partir de la loi de Stefan fournie dans l'énoncé, de la puissance totale P_s qu'il rayonne et de l'expression de l'aire de sa surface externe S_s :

$$P_s = S_s \times \sigma T_s^4 = 4\pi R_s^2 \sigma T_s^4 \quad \text{d'où :} \quad T_s = \left(\frac{P_s}{4\pi R_s^2 \sigma} \right)^{1/4} = 5,7 \cdot 10^3 \text{ K}$$

2. La célèbre relation est l'équivalence masse-énergie d'Einstein : $E = mc^2$. Dans ce contexte, on l'utilise pour dire qu'une perte de masse Δm due à des réactions nucléaires est associée à une quantité d'énergie libérée qui vaut : $E_{\text{libérée}} = \Delta m c^2$.

Or d'après l'énoncé, la masse susceptible de fusionner au cœur du Soleil est égale à 70% de la masse du cœur, elle-même égale à 14% de la masse totale M_s , soit une masse égale à : $m_{\text{fusion}} = 0,70 \times 0,14 \times M_s$.

Comme la perte de masse associée aux réactions de fusion représente 0,70% de la masse qui fusionne, on peut donc conclure qu'au cours de toute sa « vie », le Soleil aura libéré une énergie totale :

$$E_{\text{totale libérée}} = \Delta m_{\text{totale}} c^2 = 7,0 \cdot 10^{-4} \times m_{\text{fusion}} c^2 = 7,0 \cdot 10^{-4} \times 0,70 \times 0,14 \times M_s c^2$$

Enfin, la puissance d'émission P_s étant connue et supposée constante, la durée de vie s'écrit :

$$\tau_{\text{vie}} = E_{\text{totale libérée}} / P_s = 7,0 \cdot 10^{-4} \times 0,70 \times 0,14 \times M_s c^2 / P_s = 3,2(5) \cdot 10^{17} \text{ s} = 1,0(3) \cdot 10^{10} \text{ années}$$

Rq 1 : Le processus de fusion décrit dans l'énoncé (4 noyaux de H donnent 1 atome He) n'est pas utile pour répondre à la question (et la donnée de la masse molaire de H non plus). On peut évidemment partir de ce processus et évaluer la perte de masse puis l'énergie associées à une réaction de fusion ($E_1 = \Delta m_1 c^2$ avec $\Delta m_1 = 7,0 \cdot 10^{-4} \times M_H / N_a$) pour trouver ensuite à partir de P_s le nombre de réactions de fusion par unité de temps et remonter enfin à la durée de vie, mais la démarche est inutilement plus longue.

Rq 2 : Dans ce calcul intervient théoriquement la masse $M_{s,0}$ du Soleil au début de sa vie et la donnée M_s fournie est évidemment la masse actuelle du Soleil. Toutefois, la perte de masse totale associée aux réactions de fusion ne représente qu'une fraction infime de la masse initiale du Soleil ($7,0 \cdot 10^{-4} \times 0,70 \times 0,14 = 6,9 \cdot 10^{-5}$) et on a donc : $M_s \approx M_{s,0}$ avec une excellente approximation.

L'âge actuel du Soleil est de $4,5 \cdot 10^9$ années. Il en est donc à la moitié de sa vie (nous sommes tranquilles...). A la fin de la séquence principale, le cœur du Soleil s'effondrera sur lui-même, provoquant brièvement d'autres réactions de fusion qui formeront des éléments plus lourds (C, O, Fe, Si) ; a contrario, les couches extérieures de l'astre subiront une force centrifuge, donnant quelques temps au Soleil l'aspect de « géante rouge ». Enfin, une fois les couches extérieures disséminées dans l'espace interstellaire, il restera un cœur très chaud et très compact mais inactif, appelée « naine blanche », qui refroidira progressivement par rayonnement (pour donner, des milliards d'années plus tard, une « naine noire »).

Rq : Si le Soleil était un peu plus massif, il pourrait conduire à une « supernova » (au lieu d'une géante rouge) pour terminer sous forme d'une « étoile à neutrons » (au lieu d'une naine blanche). Et s'il était encore plus massif, il conduirait à une supernova pour terminer sous forme d'un « trou noir ».

3. La Terre reçoit une fraction de la puissance P_s rayonnée par le Soleil, qui se calcule géométriquement de la façon suivante (figure page suivante) :

- * Le rayonnement émis par le Soleil est isotrope ; ainsi, lorsqu'on s'éloigne d'une distance D de son centre, la puissance totale P_s qu'il rayonne est uniformément répartie sur la sphère de rayon D et une surface d'aire S découpée sur cette sphère reçoit donc une puissance :

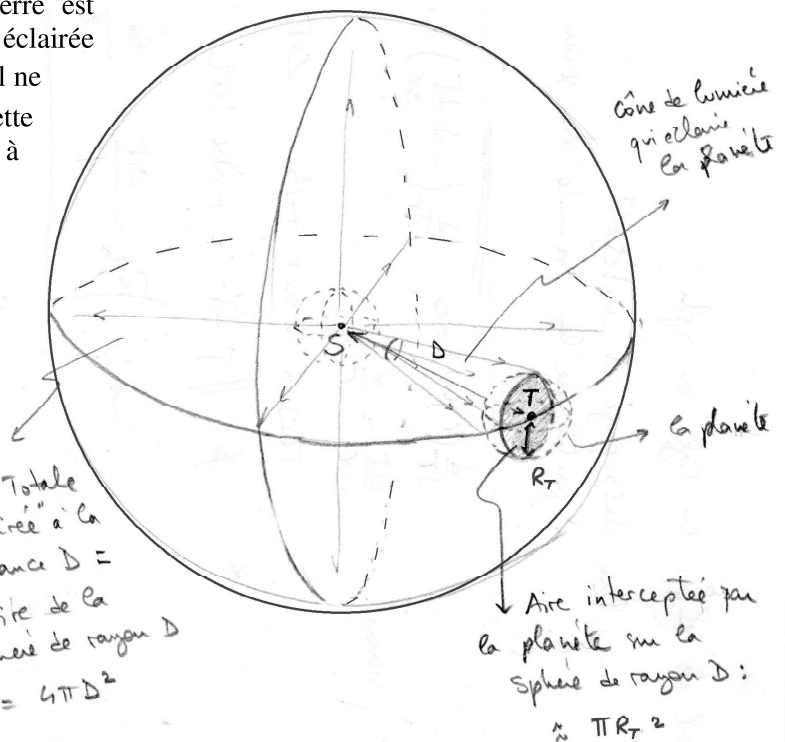
$$P = P_s \times \frac{S}{4\pi D^2}$$

- * La Terre, assimilée à une sphère de rayon R_T dont le centre se trouve à la distance D du centre du Soleil, intercepte une surface d'aire S sur la sphère de rayon D ; cette aire n'est pas simple à calculer dans le cas général mais, comme $R_T \ll D$, la courbure de la sphère de rayon D est négligeable à l'échelle de la Terre et on a approximativement : $S \approx \pi R_T^2$.

- * La Terre reçoit donc une puissance :

$$P_0 = P_s \times \frac{\pi R_T^2}{4\pi D^2} = 1,8 \cdot 10^{17} \text{ W}$$

Rq : A chaque instant, la moitié de la Terre est éclairée par le Soleil et l'aire réellement éclairée à sa surface est donc $2\pi R_T^2$; toutefois, il ne faudrait pas calculer P_0 en multipliant cette aire par le premier flux surfacique venu, à savoir : $P_s/4\pi D^2$, ce qui donnerait le double du résultat correct ! En effet, la la quantité $P_s/4\pi D^2$ représente le flux surfacique incident sur la sphère de rayon D ou encore sur toute surface suffisamment petite située à la distance D et dont la normale coïncide avec la direction radiale depuis le centre du Soleil ; en revanche, ce n'est pas le flux surfacique sur toute surface, quelle que soit son orientation (en termes vectoriels, le vecteur densité de flux surfacique associé au rayonnement solaire est radial depuis son centre et de norme $P_s/4\pi r^2$ en coordonnées sphériques). Ainsi, pour calculer



correctement P_0 , il faut impérativement évaluer la surface interceptée par la planète sur la sphère de rayon D ou, ce qui revient au même, la surface éclairée de la planète projetée sur la sphère de rayon D .

Le flux surfacique moyen (temporellement et spatialement) pour l'ensemble des points de la planète s'obtient en divisant le flux total reçu P_0 par la surface totale de la planète $4\pi R_T^2$, ce qui donne :

$$\varphi_0 = \frac{P_0}{4\pi R_T^2} = \frac{P_s}{4\pi R_T^2} \times \frac{\pi R_T^2}{4\pi D^2} = \frac{P_s}{16\pi D^2} = 351 \text{ W.m}^{-2}$$

Rq : Du fait de la rotation de la Terre sur elle-même, un point donné ne reçoit pas le même flux solaire surfacique au cours du temps. Par ailleurs, à un instant t fixé, le flux surfacique reçu n'est pas le même en tout point de la Terre : il dépend de la latitude et de la longitude via l'angle ψ que font les rayons solaires avec la verticale locale ; à t fixé, les points qui reçoivent un flux surfacique maximal sont ceux qui reçoivent le rayonnement solaire en incidence normale ($\psi=0$) et ce flux vaut alors : $\varphi_{\max} = P_s/4\pi D^2 = 1,4 \cdot 10^3 \text{ W.m}^{-2}$; pour les autres points éclairés, le flux surfacique est de la forme : $\varphi_{\max} \times \cos \psi$. On remarque que $\varphi_0 = \varphi_{\max}/4$ et que ces deux flux surfaciques sont indépendants de R_T .

4. Pour trouver la température de surface moyenne de la Terre T_T , il faut effectuer un bilan énergétique (what else ?) c'est-à-dire lui appliquer le premier principe. La situation étudiée étant un régime permanent (le flux reçu depuis le Soleil et la température de surface cherchée sont indépendants du temps), ce bilan s'écrit :

$$dU/dt = \Phi_{\text{algébriquement reçu}} + P_{\text{libérée par les sources internes}}$$

- * On a $dU/dt=0$ par hypothèse de régime permanent, et on suppose que la puissance libérée par les sources internes est nulle car aucune information n'est donnée à ce sujet (cela signifie en particulier qu'on néglige la radioactivité terrestre). Ainsi, le bilan conduit à :

$$\Phi_{\text{algébriquement reçu}} = 0$$

- * Dans ce flux algébriquement reçu, il y a la puissance P_0 venant du Soleil, dont on va supposer, faute d'information complémentaire, qu'elle est intégralement absorbée (alors qu'en réalité une partie est réfléchiée, en particulier par les zones enneigées) ; il y a également la puissance P_T rayonnée par la Terre (l'énoncé nous rappelle que « tout corps rayonnant émet un rayonnement thermique qui dépend de sa température de surface »), dont on va supposer, faute de mieux, qu'elle suit la loi de Stefan / se comporte comme un corps noir et s'écrit donc :

$$P_T = S_T \times \sigma T_T^4 = 4\pi R_T^2 \sigma T_T^4$$

(même formule que celle établie pour le Soleil à la question 1 ; évidemment cette puissance est beaucoup plus faible que P_s car $R_T \ll R_s$ et surtout $T_T \ll T_s$, et est émise exclusivement dans l'IR).

On a finalement : $P_0 - P_T = 0$ (on dit que la Terre est en *équilibre radiatif*), i.e. : $P_s \times \frac{\pi R_T^2}{4\pi D^2} - 4\pi R_T^2 \sigma T_T^4 = 0$

qui donne :

$$T_T = \left(\frac{P_s}{16\pi D^2 \sigma} \right)^{1/4} = 277 \text{ K} = 4^\circ \text{C} \quad \left[= T_s \sqrt{\frac{R_s}{2D}} \right]$$

Les phénomènes physiques supplémentaires à prendre en compte sont :

- * La *radioactivité du sous-sol* (qui est une faible correction en pratique).
- * L'*albédo*, c'est-à-dire la *fraction du rayonnement solaire non absorbé* car réfléchi par la Terre (qui est de 32%, donc pas du tout négligeable !).
- * L'*effet de serre*, c'est-à-dire l'effet supplémentaire lié à la présence de l'atmosphère, dont on sait bien compte tenu de l'actualité qu'il est déterminant.

Approfondissements pour la culture :

- * La température obtenue ici est trop faible, la valeur mesurée étant de $\pm 15^\circ \text{C}$.
- * La prise en compte de la radioactivité du sous-sol conduit à une valeur de T_T plus élevée, donc plus proche de la réalité, mais est en pratique une correction très faible.
- * La prise en compte de l'albédo est simple : on note A cet albédo et on modifie le bilan sous la forme : $(1 - A)P_0 - P_T = 0$. On obtient alors l'évaluation suivante :

$$T'_T = \left(\frac{(1 - A)P_s}{16\pi D^2 \sigma} \right)^{1/4} = 254 \text{ K} = -19^\circ \text{C}$$

La correction due à l'albédo est essentielle puisqu'elle modifie l'évaluation de 23°C ! En revanche, cette correction « ne va pas dans le bon sens » et la température ainsi obtenue est anormalement faible (34°C de moins que la température mesurée), ce qui montre qu'un élément déterminant manque encore dans le modèle. Il s'agit de l'effet thermique de l'atmosphère ou effet de serre, dont le rôle crucial puisque sans lui la température des surface moyenne de la Terre serait de -19°C (et la température instantanée fluctuerait énormément entre le jour et la nuit).

- * Quel est le mécanisme de cet effet de serre ? En bref, l'atmosphère est partiellement opaque aux infra-rouges (I.R.) lointains ; elle absorbe donc une petite fraction du rayonnement solaire (qui n'arrive pas sur la Terre) mais surtout *elle absorbe une grande partie du rayonnement thermique terrestre* (essentiellement dans l'I.R. lointain) qui, sans elle, serait « perdu » dans l'espace ; ces apports énergétiques lui confèrent une température suffisamment élevée (de l'ordre de -20°C en moyenne) pour que *son propre rayonnement thermique vers la Terre réchauffe la surface du sol terrestre de -19°C jusqu'à $+15^\circ \text{C}$* . Tout se passe donc comme si le rayonnement thermique du sol n'était pas entièrement perdu, une partie étant « captée par l'atmosphère » et renvoyée vers le sol. Ce phénomène naturel est appelé effet de serre car c'est le même mécanisme qui conduit au réchauffement du sol d'une serre (le verre de la serre possède sensiblement les mêmes propriétés que l'atmosphère : il est quasi transparent au rayonnement solaire, absorbe le rayonnement thermique du sol et réchauffe à son tour le sol via son propre rayonnement thermique).
- * Depuis plusieurs dizaines années, l'effet de serre atmosphérique s'intensifie, ce qui conduit à une augmentation de la température moyenne sur Terre : c'est le fameux « réchauffement climatique » (*global warming*). D'où vient cette intensification de l'effet de serre ? La réponse est bien connue de la communauté scientifique : l'absorption, par l'atmosphère, des I.R. lointains émis par la Terre, est due à la présence de certaines molécules particulières appelées « gaz à effet de serre » et dont les plus représentées sont le dioxyde carbone gazeux CO_2 et la vapeur d'eau H_2O . En outre, contrairement, ces molécules ne sont pas en quantité suffisante dans l'atmosphère pour que celle-ci absorbe l'intégralité du rayonnement terrestre : environ 5% de ce rayonnement la traverse et se perd dans l'espace. La température terrestre dépend donc du taux de ces gaz à effet de serre, et en particulier de celui du CO_2 qui augmente significativement depuis 1950 du fait de l'activité humaine, dont la production d'énergie, l'industrie et les transports ; ainsi, l'atmosphère absorbe davantage le rayonnement terrestre, ce qui conduit à une élévation de sa température, donc à une augmentation de la quantité de rayonnement atmosphérique et, in fine, à une élévation de la température de la Terre.