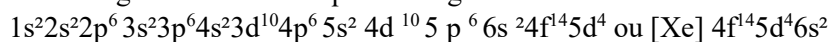


DS7 Sujet 2 Correction

Partie I

I-A Etude structurale

1a- La configuration électronique du tungstène dans son état fondamental est :



On pouvait également (plus en accord avec le programme actuel) préciser sa position dans le tableau périodique :

$$74 = \underbrace{2}_{1^{\text{ère}} \text{ ligne}} + \underbrace{8}_{2^{\text{ème}} \text{ ligne}} + \underbrace{8}_{3^{\text{ème}} \text{ ligne}} + \underbrace{18}_{4^{\text{ème}} \text{ ligne}} + \underbrace{18}_{5^{\text{ème}} \text{ ligne}} + \underbrace{20}_{6^{\text{ème}} \text{ ligne}}$$

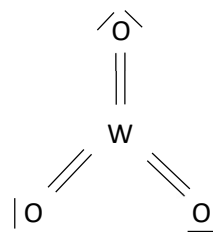
Le tungstène se trouve donc à la 6^{ème} ligne (ou période) du tableau périodique et dans la 20^{ème} colonne (en considérant les 14 cases des lanthanides) ou à la 6^{ème} colonne du tableau principal

1b- C'est un **élément de transition du bloc d**, car couche 5d incomplète

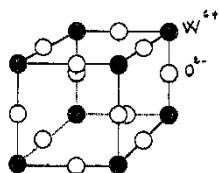
1c- Le tungstène a 6 électrons de valence (les électrons de la sous-couche 4f totalement remplie sont des électrons de coeur). En perdant ces 6 électrons de valence (il acquiert une structure stable) il devient l'ion W^{6+}

2- Molécule WO_3 :

Les doublets électroniques de valence autour de l'ion central W devant être les plus éloignés les uns des autres : on peut prévoir une géométrie plane autour de l'atome W et des angles $\widehat{\text{OWO}}$ de 120°



3a- Maille :



Nombre d'ions W^{6+} en propre par maille : $\underbrace{8}_{\text{aux 8 sommets du cube}} \cdot \underbrace{\frac{1}{8}}_{\text{chacun commun à 8 mailles}} = 1$

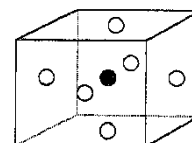
Nombre d'ions O^{2-} en propre par maille : $\underbrace{12}_{\text{au centre des 12 arêtes}} \cdot \underbrace{\frac{1}{4}}_{\text{chacun commun à 4 mailles}} = 3$

La maille est bien neutre

3b- Coordinence : W^{6+} (sur O^{2-}) : [6] ; les ions W^{6+} sont donc au centre d'un octaèdre
 O^{2-} (sur W^{6+}) : [2] ; les ions O^{2-} sont donc au milieu d'un segment et appartient à 2 octaèdres (définissant l'environnement des ions W^{6+})

Autre représentation de la maille :

W^{6+} est au centre d'un cube dont les ions O^{2-} occupent les centres des faces



3c- Compacité (cette question est

$$C = \frac{3 \cdot \frac{4}{3} \pi R_0^3 + 1 \cdot \frac{4}{3} \pi R_W^3}{a^3} = \frac{3 \cdot \frac{4}{3} \pi R_0^3 + 1 \cdot \frac{4}{3} \pi R_W^3}{\left(2(R_0 + R_W)\right)^3} = 0,51$$

tangence
anion/cation
le long de
l'arête

Rayons des cations M^+ pouvant s'insérer :

- au milieu des faces $r_{\text{ion}} \leq \frac{a - 2 R_0}{2} = R_W = 62 \text{ pm}$

- au centre du cube $r_{\text{ion}} \leq \frac{a\sqrt{2} - 2R_0}{2} = 142,3 \text{ pm}$, c'est le site occupé

I-B Electrochromisme

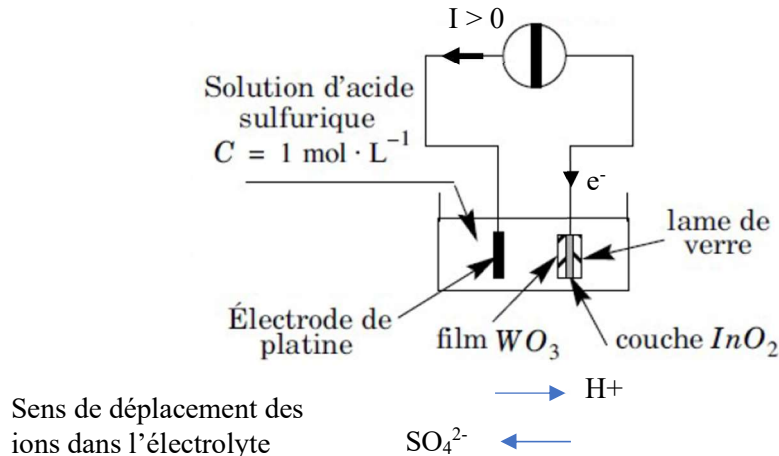
1- $x(\text{max théorique}) = 1$: un site d'insertion par maille et un atome W par maille

2- On observe un maximum d'absorption pour $\lambda = 800 \text{ nm}$ (rouge) la substance apparaîtra donc de la couleur complémentaire : elle devrait apparaître **verte** ...

3- $xM^+ + WO_3 + x e^- = M_x WO_3$,

Il y a un ion W^{6+} réduit en W^{5+} par ion M^+ ; il y a x ions M^+ insérés par maille (comptant en propre un ion W^{6+}) : **la fraction d'ions W^{6+} réduits en W^{5+} est x**

4a- WO_3 doit être réduit ; il doit donc constituer la cathode et les électrons doivent arriver à cette électrode (de droite).



4b- A la cathode : $xM^+ + WO_3 + x e^- \rightarrow M_x WO_3$

A l'anode de platine : $H_2O \rightarrow 2H^+ + \frac{1}{2}O_2 + 2e^-$

5a- Si la charge délivrée par le générateur est totalement utilisée pour réduire le tungstène :

$$Q.S = n_{W \text{ réduit}} \cdot F$$

$$\text{Or } n_{W \text{ réduit}} = x \cdot n_W = x \cdot n_{\text{maille}}$$

On peut ensuite obtenir le nombre de mailles présentes dans le film de WO_3 :

$$n_{\text{maille}} = \frac{\mu S l}{M_{\text{maille}}} = \frac{\mu S l}{M_{\text{WO}_3}}$$

$$\text{Ainsi } Q.S = xF \frac{\mu S l}{M_{\text{WO}_3}} \quad \boxed{x = Q \frac{M_{\text{WO}_3}}{\mu l F}}$$

5b- La courbe $A = f(Q)$ présente une asymptote aux deux longueurs d'onde, donc la concentration de la substance qui absorbe n'évolue plus à partir d'une charge Q_{lim} . On peut estimer sur les deux graphiques $Q_{\text{lim}} = 25 \text{ mC.cm}^{-2}$ (entre 20 et 26)

5c-
$$x_{\text{lim}} = Q_{\text{lim}} \frac{M_{\text{WO}_3}}{\mu l F} \cdot \underbrace{\frac{1}{2}}_{\substack{\text{"50\% de la charge} \\ \text{est consommée par} \\ \text{les réactions parasites}}}$$
 AN : $\boxed{x_{\text{lim}} = 0,5}$; formule du bronze $\text{M}_{0,5}\text{WO}_3$

5d- Au début de l'insertion, les courbes sont assimilables à des droites passant par l'origine donc A est proportionnelle à Q et Q à la concentration en M_xWO_3 donc Beer-Lambert vérifiée pour $Q > 8$, courbes non linéaires mais des réactions parasites consomment des charges, A n'est plus proportionnelle à C , mais Beer-Lambert pas forcément mise en défaut.

6a- Le déplacement et l'installation du dispositif est plus simple si l'état physique est solide ; (mais il y aura un moins bon transport des charges)

6b- Le platine est non transparent et cher

Les 2 électrodes doivent être simultanément transparentes et colorées. On pourra donc remplacer le platine par une électrode électrochrome dont la forme au platine (qui était siège de l'oxydation) une électrode dont la forme réduite sera transparente incolore et la forme oxydée sera colorée : IrO_x ou $\text{Ni}(\text{OH})_2$. On choisira peut-être préférentiellement IrO_x dont la forme oxydée est bleue aussi comme la forme réduite de WO_3

6c- $SQ_{\text{lim}} = I \Delta t$; $\boxed{\Delta t = 13 \text{ s}}$, temps de réponse trop long.

I – C Elaboration de la poudre de tungstène métallique

1a- nombre d'oxydation du tungstène dans les composés suivants

	W	WO_3	W_4O_{11}	WO_2
No	0	+VI	+5,5	+IV

Remarque : le no peut être fractionnaire comme pour no de W dans W_4O_{11} . Cela signifie que les 4 atomes de W dans la molécule n'ont pas tous le même environnement électronique et 5,5 est le degré d'oxydation moyen du tungstène sur l'édifice (ici vraisemblablement 2 atomes sont au no +V et 2 sont au no +VI). Il faudrait étudier la structure de Lewis

A chacune des étapes, il y a diminution du no, donc réduction du tungstène par le dihydrogène

1b- L'oxyde W_4O_{11} est de couleur bleue ; ce qui est en accord avec le fait que W a un no de VI ou V dans cette structure.

2a- Lorsque chacun des 3 équilibres est réalisé, le rapport $\frac{P_{H_2O}}{P_{H_2}}$ est imposé à une valeur bien

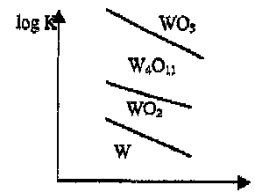
déterminée. $K_1^o = \frac{P_{H_2O,eq1}}{P_{H_2,eq1}}$; $K_2^o = \left(\frac{P_{H_2O,eq2}}{P_{H_2,eq2}}\right)^3$, $K_3^o = \left(\frac{P_{H_2O,eq3}}{P_{H_2,eq3}}\right)^2$

Or d'après le graphique, dans l'intervalle de température les valeurs $\frac{P_{H_2O,eq}}{P_{H_2,eq}}$ ne sont jamais commune à deux (et encore moins 3) équilibres. **Les équilibres ne peuvent donc pas être simultanés et seront successifs.**

2b- Les frontières sont des frontières entre deux solides : ce sont donc des frontières d'existence (deux solides ne coexistent que sur les frontières)
Pour la première frontière associée à l'équilibre entre WO_3 et W_4O_{11} : si

$$Q = \frac{P_{H_2O}}{P_{H_2}} > \left(\frac{P_{H_2O}}{P_{H_2}}\right)_{\text{frontière}} = K_1^o \text{ alors la réaction 1 aura lieu dans le sens}$$

indirect de production de WO_3 . WO_3 sera donc stable au dessus de la frontière et W_4O_{11} en dessous



3a- $K_3^o = \left(\frac{P_{H_2O,eq3}}{P_{H_2,eq3}}\right)^2$ donc

$$\Delta_r G_3^o = -RT \ln(K_3^o) = -2RT \ln\left(\frac{P_{H_2O,eq3}}{P_{H_2,eq3}}\right) = -2RT \ln 10 \cdot \log\left(\frac{P_{H_2O,eq3}}{P_{H_2,eq3}}\right)$$

Les valeurs numériques donnent en $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ avec T en K : $\Delta_r G_3^o = 42,5 - 32,3 \cdot 10^{-3} T$

Soit $\Delta_r H_3^o = 42,5 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ $\Delta_r H_3^o > 0$ **réaction endothermique**

$\Delta_r S_3^o = 32,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ **Cette valeur faible est cohérente avec le fait que la réaction 3 ne s'accompagne d'aucune variation de la quantité de gaz**

3b- $K_3^o = 0,88$

Cette valeur n'est pas très élevée (elle est proche de 1 donc T = 1000°C est voisine de la température d'inversion de l'équilibre 3).

Les 3 réactions étant endothermiques travailler à température élevée déplace les équilibres dans le sens direct (et accélère les réactions). Ici on se limite à 1000 °C certainement pour des raisons de coût de chauffage et pour éviter une détérioration des installations.

3c- La réaction 3 se produit dans le sens direct si $Q = \left(\frac{P_{H_2O}}{P_{H_2}}\right)^2 < K_3^o = \left(\frac{P_{H_2O}}{P_{H_2}}\right)_{\text{frontière}}^2$ soit

$$\frac{P_{H_2O}}{P_{H_2}} < 0,938$$

Une augmentation de P_{H_2} provoque une diminution de Q et donc un déplacement d'équilibre dans le sens direct. (de formation de W)

La méthode à contre-courant permet que le mélange le plus pauvre en WO_2 rencontre H_2 pur

(ce raisonnement est valable pour les 2 autres réactions). Il faut déshydrater H_2 pour que P_{H_2} soit le plus grand possible

Partie II

II-A Forces thermodynamiques

1- Cas de la conduction thermique pure

1a- On sera dans un problème unidimensionnel si le flux thermique n'est qu'axial. Il faut en particulier que sur les surfaces latérales $\vec{j} \cdot \vec{n} = j_r = 0$: **une isolation latérale est nécessaire**

En régime stationnaire le premier principe sur la tranche comprise entre les abscisses x et $x + dx$ s'écrit : $dU = 0 = S j_x(x) dt - S j_x(x + dx) dt$ donc $j_x(x) = j_x(x + dx) = \text{cst}$

1b- Le second principe (ou bilan entropique) sur ce même système s'écrit

$$dS = 0 = \delta S_{\text{échangé}} + \delta S_{\text{créé}} = \delta S_{\substack{\text{entrant} \\ \text{par l'interface} \\ \text{à l'abscisse } x}} + \delta S_{\substack{\text{entrant par} \\ \text{l'interface à} \\ \text{l'abscisse } x+dx}} + \delta S_{\text{créé}}$$

$$= \frac{j_x(x) S dt}{T(x)} + \frac{-j_x(x + dx) S dt}{T(x + dx)} + \delta S_{\text{créé}}$$

$$= -\frac{d}{dx} \left(\frac{j_x(x)}{T(x)} \right) dx S dt + \delta S_{\text{créé}}$$

$$\text{donc } \delta S_{\substack{\text{créé} \\ \text{entre } x \text{ et } x+dx \\ \text{entre } t \text{ et } t+dt}} = \frac{d}{dx} \left(\frac{j_x(x)}{T(x)} \right) dx S dt$$

L'entropie créée par unité de temps et de volume est donc $\sigma = \frac{d}{dx} \left(\frac{j_x(x)}{T(x)} \right) = j_x \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{T} \right)$

$$\dim(\sigma) = ML^{-1}T^{-3}\theta^{-1}$$

σ , comme $S_{\text{créée}}$ traduit **l'irréversibilité de l'évolution** et $\sigma \geq 0$

(ici la toute inhomogénéité de température sera à l'origine d'un transfert thermique irréversible).

$$1c- \sigma = -\lambda \frac{dT}{dx} \left(-T^2 \frac{dT}{dx} \right) = \lambda \left(T \frac{dT}{dx} \right)^2$$

Avec en régime stationnaire : $j_x(x) = \text{cst}$ donc $\frac{dT}{dx} = \text{cst}$ et $T = Ax + B$

Les conditions aux limites imposent : $T = \frac{T(x=L) - T(x=0)}{L} (x - L) + T(x=0)$

Au milieu du barreau :

$$T\left(x = \frac{L}{2}\right) = \frac{T(x=L) + T(x=0)}{2} \quad \text{et} \quad \frac{dT}{dx} = \frac{T(x=L) - T(x=0)}{L}$$

$$\sigma = \lambda \left(\frac{T(x=L) + T(x=0)}{2} \frac{T(x=L) - T(x=0)}{L} \right)^2 = \lambda \left(\frac{T(x=L)^2 - T(x=0)^2}{2L} \right)^2$$

$$\sigma = 200 \text{ W.K}^{-1}\text{m}^{-3}$$

2- Cas de la conduction électrique pure

0- Pour maintenir une température uniforme et indépendante, la puissance joule dissipée au sein du barreau doit être évacuée ; les surface latérales ne doivent plus être adiabatiques.

2a-conservation de la charge électrique en rég stationnaire : $\text{div}(\vec{j}_e) + \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{=0 \text{ en RP}} = 0$ donc d

$$\boxed{\text{div}(\vec{j}_e) = \frac{dj_e}{dx} = 0}$$

2b- La puissance volumique cédée par le champ au charge est $p_{\text{vol}} = \vec{j}_e \cdot \vec{E}$ ainsi

$$\boxed{dP = p_{\text{vol}} \Sigma dx = \vec{j}_e \cdot \vec{E} \Sigma dx}$$

La suite de la question n'est pas simple à justifier. Il faut faire de son mieux ...

Appliquons le premier principe à la tranche entre x et $x + dx$:

$$dU = 0 = \delta Q + \delta E_{\text{libérée par effet Joule}} = \delta Q + P dt \text{ soit } \delta Q = -P dt$$

Le second principe donne en régime stationnaire : $dS = 0 = \delta S_{\text{échangée}} + \delta S_{\text{créée}}$

Donc $\delta S_{\text{créée}} = -\delta S_{\text{échangée}}$ et $\delta S_{\text{échangée}}$ est lié au transfert thermique calculé précédemment.

Il est un peu plus difficile de justifier (ce que semble attendre le texte) que $\delta S_{\text{échangée}} = \frac{\delta Q}{T}$;

cela semble raisonnable dans l'hypothèse où la température du système est uniforme mais a priori on ne sait bien calculer que l'entropie échangée avec un thermostat et

$$\delta S_{\text{échangée}} = \frac{\delta Q}{T_{\text{thermostat}}}$$

$$\text{On considère } \delta S_{\text{créée}} = -\frac{\delta Q}{T} = \frac{dP}{T} dt = \frac{\vec{j}_e \cdot \vec{E}}{T} \Sigma dx \cdot dt \text{ et } \boxed{\sigma = \frac{\vec{j}_e \cdot \vec{E}}{T}}$$

2c- Comme $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V)$; $\boxed{\sigma = \vec{j}_e \cdot \underbrace{\left(-\frac{\overrightarrow{\text{grad}}(V)}{T} \right)}_{\vec{\varphi}_e}}$

2d- $\boxed{\sigma = \frac{\vec{j}_e \cdot \vec{E}}{T} = \frac{j_e^2}{\gamma T} = \frac{I^2}{\gamma T \Sigma^2} = 0,578 \text{ WK}^{-1} \text{ m}^{-3}}$

II-B Théorie de la réponse linéaire d'Onsager

1- Exemple de lois phénoménologiques linéaires : loi de Fourier $\boxed{\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)}$ ou loi

$$\text{d'Ohm } \boxed{\vec{j}_e = -\gamma \overrightarrow{\text{grad}}(V)}$$

2a- Dans un champ de température uniforme : $\vec{\varphi}_Q = \vec{0}$ et

$$\vec{j}_e = L_{ee} \vec{\varphi}_e = -L_{ee} \frac{\overrightarrow{\text{grad}}(V)}{T} = -\gamma \overrightarrow{\text{grad}}(V) \quad \text{donc } \boxed{L_{ee} = \gamma T}$$

2b- Si $\vec{j}_e = \vec{0}$,

$$L_{eq} \vec{\varphi}_Q = -L_{ee} \vec{\varphi}_e \quad \text{soit} \quad L_{eq} \overrightarrow{\text{grad}}\left(\frac{1}{T}\right) = -L_{eq} \frac{1}{T^2} \overrightarrow{\text{grad}}(T) = L_{ee} \frac{\overrightarrow{\text{grad}}(V)}{T} = L_{ee} \frac{-\epsilon \overrightarrow{\text{grad}}(T)}{T}$$

$$\boxed{L_{eq} \frac{1}{T} = \varepsilon L_{ec}}$$

On aura également :

$$\vec{j}_Q = L_{qq} \left(-\frac{\overrightarrow{\text{grad}}(T)}{T^2} \right) + L_{ec} \varepsilon T \left(-\frac{\overrightarrow{\text{grad}}(V)}{T} \right) = L_{qq} \left(-\frac{\overrightarrow{\text{grad}}(T)}{T^2} \right) + L_{ec} \varepsilon^2 T \left(\frac{\overrightarrow{\text{grad}}(T)}{T} \right) = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)$$

$$\text{et } \boxed{\frac{L_{qq}}{T^2} - L_{ec} \varepsilon^2 = \lambda}$$

2c- On a donc $L_{ec} = \gamma T$; $L_{eq} = L_{qe} = \varepsilon \gamma T^2$; $L_{qq} = (\lambda + \varepsilon^2 \gamma T) T^2$

$$\vec{j}_Q = -(\lambda + \varepsilon^2 \gamma T) \overrightarrow{\text{grad}}(T) - \gamma T \varepsilon \overrightarrow{\text{grad}}(V) \text{ et } \vec{j}_e = -\varepsilon \gamma \overrightarrow{\text{grad}}(T) - \gamma \overrightarrow{\text{grad}}(V)$$

$$\text{On a donc bien } \boxed{\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T) + \varepsilon T \vec{j}_e}$$

La loi de Fourier n'est valable qu'en l'absence de courant électrique dans le milieu.

3- Effet Peltier

3a- Puissance reçue par la source $\boxed{P_p^F = (j_Q(x_n) - j_Q(x_p))S = (\varepsilon_n - \varepsilon_p) T_f j_e S = (\varepsilon_n - \varepsilon_p) T_f I}$

3b- Si $\varepsilon_n - \varepsilon_p < 0$, $P_p^F < 0$: la source froide cède de la puissance à la plaque

Si on inverse I, les signes sont inversés $P_p^F > 0$, c'est la source qui reçoit la puissance

Le premier cas est intéressant pour réaliser un réfrigérateur (le second cas n'est pas intéressant, car le transfert thermique se fait dans le sens « habituel »)

II-C Etude d'un réfrigérateur à effet Peltier

1a- Puissance reçue par la source chaude $P_p^C = (\varepsilon_p - \varepsilon_n) T_c I$

Puissance fournie par le générateur $P_e = (\varepsilon_p - \varepsilon_n) (T_c - T_F) I$

1b- $\boxed{P_p^F = -0,53 \text{ W}}$, $\boxed{P_e = 0,039 \text{ W}}$

1c- On identifie la puissance fournie par le générateur avec U.I. On a

donc $\boxed{U = (\varepsilon_p - \varepsilon_n) (T_c - T_F) = 7,8 \text{ mV}}$ et résistance interne nulle

1d- efficacité $\boxed{e = \frac{P_p^F}{P_e} = \frac{T_F}{T_c - T_F} = 13,65}$

$$\boxed{e_{\text{Carnot}} = \frac{T_F}{T_c - T_F}}, \text{ le fonctionnement du module est réversible.}$$

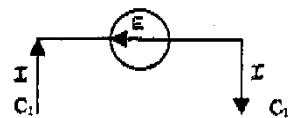
2a- Le premier principe sur la tranche d'épaisseur dx ne change pas :

$$(j_Q(x) - j_Q(x + dx))\Sigma + P_j = 0 \text{ soit } \frac{\partial j_Q}{\partial x} dx \Sigma + \vec{j}_e \cdot \vec{E} dx \Sigma = 0$$

$$\vec{j}_e \cdot \vec{E} = \frac{dj_Q}{dx} \stackrel{(\text{eq4})}{=} -\lambda_n \frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{d\varepsilon}{dT} \frac{dT}{dx} T \cdot j_e + \varepsilon \frac{dT}{dx} j_e = -\lambda_n \frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{d\varepsilon}{dT} \frac{dT}{dx} T \cdot \frac{I}{\Sigma} + \varepsilon \frac{dT}{dx} \frac{I}{\Sigma}$$

de plus, à la question B2c $\vec{j}_e = -\varepsilon \gamma \overrightarrow{\text{grad}}(T) + \gamma \vec{E}$

$$\lambda_n \frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{d\varepsilon}{dT} \frac{dT}{dx} T \cdot \frac{I}{\Sigma} - \varepsilon \frac{dT}{dx} \frac{I}{\Sigma} = -\vec{j}_e \cdot \vec{E} = -\varepsilon \frac{I}{\Sigma} \frac{dT}{dx} - \frac{I^2}{\gamma_n \Sigma^2} \text{ soit } \boxed{\lambda_n \frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{d\varepsilon}{dT} \frac{dT}{dx} T \cdot \frac{I}{\Sigma} = -\frac{I^2}{\gamma_n \Sigma^2}}$$



2b- L'équation se simplifie en $\lambda_n \frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{I^2}{\gamma_n \Sigma^2}$ soit $T = -\frac{I^2}{2\gamma_n \lambda_n \Sigma^2} x^2 + Ax + B$

Soit en tenant compte des conditions aux limites

$$T = -\frac{I^2}{2\gamma_n \lambda_n \Sigma^2} x^2 + Ax + T_c = -\frac{I^2}{2\gamma_n \lambda_n \Sigma^2} x(x-L) + \frac{T_f - T_c}{L} x + T_c$$

La puissance thermique autre que la puissance Pelletier est donc

$$P_n^F = -\lambda_n \frac{dT}{dx}(x=L)\Sigma = -\lambda_n \Sigma \left(-\frac{I^2}{\gamma_n \lambda_n \Sigma^2} L + \frac{I^2}{2\gamma_n \lambda_n \Sigma^2} L + \frac{T_f - T_c}{L} \right) = \frac{I^2}{2\gamma_n \Sigma} L - \lambda_n \Sigma \frac{T_f - T_c}{L}$$

2c- Terme : $-\lambda_n \Sigma \frac{T_f - T_c}{L} = R_{th} (T_c - T_f)$ correspond à la conduction thermique habituelle

Terme $\frac{I^2}{2\gamma_n \Sigma} L = \frac{1}{2} R_{cl} I^2$: effet Joule avec un coefficient $\frac{1}{2}$

3a- Avec le semi-conducteur p, on retrouvera une expression semblable à la précédente en

remplaçant λ_n par λ_p et ε_n par ε_p soit : $P_p^F = \frac{I^2}{2\gamma_p \Sigma} L - \lambda_p \Sigma \frac{T_f - T_c}{L}$.

La puissance thermique totale (hors effet Peltier) fournie à la source froide sera donc

$$P_{ther}^F = P_n^F + P_p^F = \frac{1}{2} \underbrace{\frac{L}{\Sigma} \left(\frac{1}{\gamma_p} + \frac{1}{\gamma_n} \right)}_R I^2 + \underbrace{\frac{\Sigma}{L} (\lambda_p + \lambda_n)}_G (T_c - T_f)$$

Si on rajoute la puissance Peltier, on obtient l'expression de la puissance totale :

$$P_{tot}^F = P_{ther}^F + P_{peltier}^F = \frac{1}{2} R I^2 + G (T_c - T_f) + (\varepsilon_n - \varepsilon_p) T_f I$$

3b- R : résistance électrique des deux barres de semi-conducteur en série

G : conductance thermique des deux barres en parallèle (extrémités soumises à la même différence de température)

3c- $R = 5,23 \cdot 10^{-3} \Omega$ et $G = 1,2 \cdot 10^{-2} W.K^{-1}$.

Au niveau des jonctions et des soudures, il faut éviter des **ddp de contact ou des gradients de température**

3d- A $T_F = 273K$, $P_F = -0,227 W < 0$ la source froide cède de la chaleur à la jonction

A $T_F = 253K$, $P_F = 0,052 W$ le système ne fonctionne plus en réfrigérateur

On trouve : effet Joule : 0,065 W ; conduction thermique 0,24 ou 0,48 W et effet Peltier $1,95 \cdot 10^{-3} W$). **L'effet Joule et la conduction thermique ne sont donc pas négligeables (approximations non validées)**

3e- T_{min} est atteinte quand $P_F = 0$ soit $T_F = \frac{GT_c + \frac{RI^2}{2}}{G - (\varepsilon_n - \varepsilon_p)I} = 256,6 K$

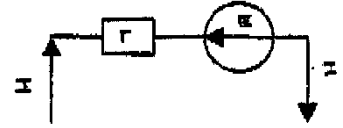
4a- On peut appliquer le résultat de la question **3a-** au cas de la source chaude :

$$P_{\text{tot}}^C = \frac{1}{2} R I^2 + G(T_f - T_c) + (\varepsilon_p - \varepsilon_n) T_c I \quad \text{et} \quad P_e = P_C + P_F = 0,17 \text{ W}$$

4b- $e = \frac{P_f}{P_e} = 1,33 < 13,6$ à cause de l'effet Joule et de la conduction thermique

4c- $P_e = (\varepsilon_p - \varepsilon_n)(T_c - T_f)I + R I^2 = U.I + r.I^2$ avec

$$U = (\varepsilon_p - \varepsilon_n)(T_c - T_f) = 7,8 \text{ mV} \quad \text{et} \quad r = R = 5,22 \cdot 10^{-3} \Omega$$



5- Nombre de modules : $\frac{50}{0,227} = 220,27$ soit $N = 221$ modules .

Le montage peut être considéré en série du point de vue électrique et en parallèle du point de vue thermique.