

Problème 3

Ce problème traite de certains aspects de la modulation d'amplitude d'un signal et de sa démodulation. Ce type de problématique est récurrent en physique et est également tombé dans d'autres problèmes de concours.

Un document annexe est fourni en fin d'énoncé.

Questions à traiter en priorité : III.A. et IV.A.

Partie III - Modulation

III.A - Le champ électromagnétique rayonné par l'antenne doit être modulé pour qu'il puisse véhiculer des informations. Supposons d'abord que le signal de modulation soit sinusoïdal $v_m(t) = V_m \cos \omega_m t$. Ce signal module la porteuse $v_p(t) = V_p \cos \omega_p t$ qui est la tension appliquée à l'antenne d'émission en l'absence de modulation. La porteuse est fournie par un oscillateur sinusoïdal haute fréquence dont la fréquence d'oscillation $f_p = \omega_p / 2\pi$ ($f_p \gg f_m = \omega_m / 2\pi$) est particulièrement stable.

III.A.1) La modulation s'effectue à l'aide d'un circuit (figure 4) comprenant un multiplieur de constante multiplicative k et un additionneur. Montrer que le signal modulé est de la forme $v(t) = V_p(1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega_p t$ où m est l'indice de modulation que l'on explicitera.

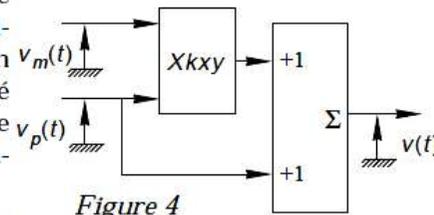


Figure 4

III.A.2) Afin de mesurer l'indice de modulation du signal porteur, on réalise les deux oscillogrammes représentés (figure 5). Quels sont les modes de l'oscilloscope utilisés pour la réalisation de chacun de ces oscillogrammes ? Exprimer l'indice de modulation en fonction des tensions extrémales $V_1 = 2V$, $V_2 = 18V$ et le calculer numériquement.

III.A.3) Déterminer le spectre de fréquences du signal modulé $v(t)$ et le représenter. En déduire, pour ce type de modulation, la largeur du spectre de fréquences nécessaire à la transmission d'un signal sinusoïdal de fréquence f_m .

III.A.4) En l'absence de modulation ($m = 0$), la puissance rayonnée par l'antenne est $P = 2100 \text{ kW}$. Quelle puissance P_t rayonne cette antenne quand l'indice de modulation m a la valeur calculée à la question III.A.2. (*)

On admettra que l'antenne se comporte électriquement comme un simple résistor, appelé « résistance de rayonnement ».

(*) Note de JLB : Cette puissance est très élevée et correspond à la puissance de l'émetteur d'Allouis, situé dans la commune d'Allouis dans le département du Cher en France, qui est l'un des émetteurs radio les plus puissants au monde ; cet émetteur est en réalité composé de deux antennes et non d'une seule comme indiqué dans ce problème.

III.A.5) Plus généralement, le signal de modulation occupe une plage de fréquences $[f_{m1}, f_{m2}]$ (figure 6). Représenter le spectre de fréquences du signal modulé. En radiodiffusion $f_{m1} = 300 \text{ Hz}$ et $f_{m2} = 4,5 \text{ kHz}$, quelle est la largeur de la plage de fréquences occupée par le signal modulé ? Quel écart minimal de fréquence Δf_{\min} doit-il exister entre les fréquences des porteuses de deux émetteurs pour que leurs émissions ne soit pas mutuellement brouillées ?

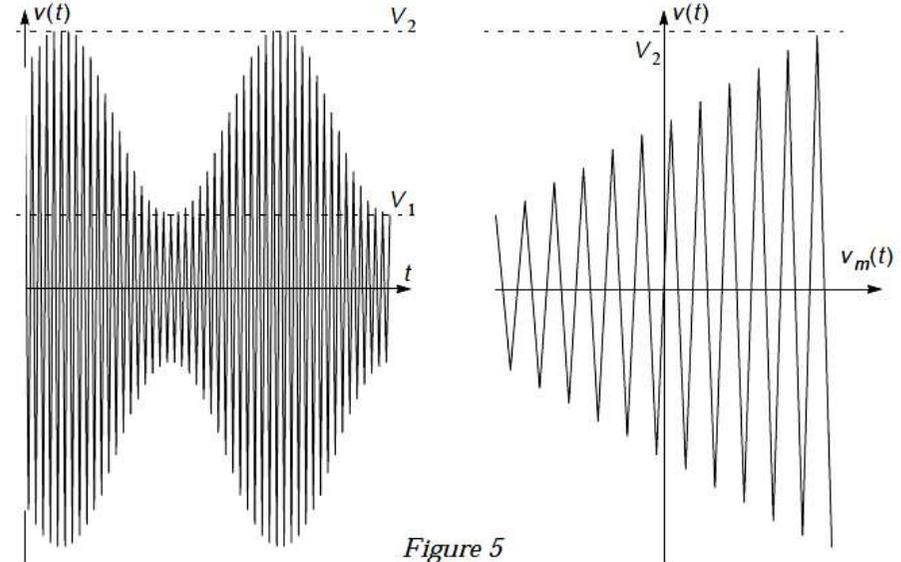


Figure 5

III.B - En fait, le signal modulé doit être amplifié avant d'être appliqué à l'antenne. Pour cela, on intercale entre la sortie du modulateur délivrant le signal $v(t)$ et l'antenne, un amplificateur sélectif dont le circuit équivalent est donné figure 7. La transconductance g de l'amplificateur est une constante réelle dans la bande de fréquences utilisée et le circuit (R, L, C) est accordé sur la fréquence f_p du signal porteur ($LC\omega_p^2 = 1$). Le facteur de qualité du circuit est $Q = R/L\omega_p$ où la résistance R inclut, pour l'essentiel, la résistance de rayonnement

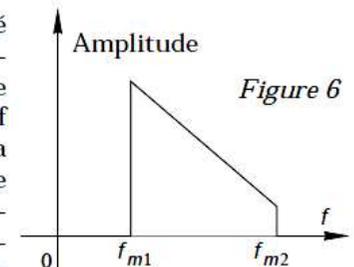
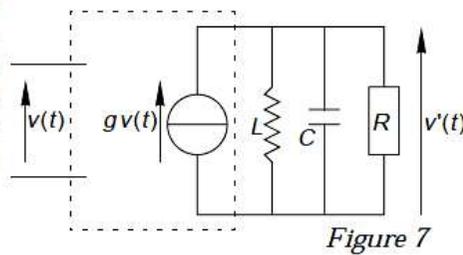


Figure 6

III.B.1) Calculer l'impédance complexe Z du circuit (R, L, C) et montrer que pour des pulsations ω telles que $\Delta\omega = \omega - \omega_p \ll \omega_p$, elle peut s'écrire $Z(j\omega) = R / (1 + j2Q\Delta\omega / \omega_p)$. En déduire les expressions du module $Z = |Z|$ et de l'argument $\varphi = \arg(Z)$.

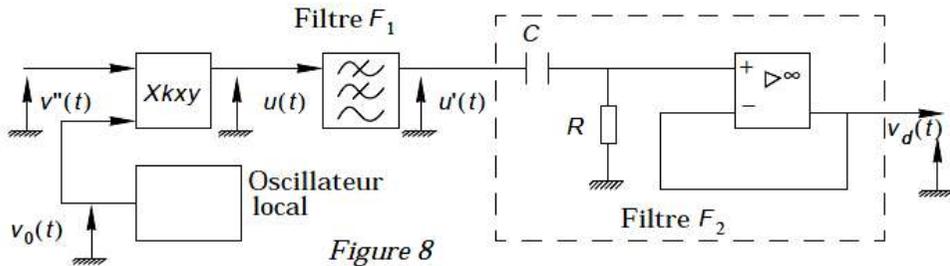
III.B.2) En déduire, que la tension $v'(t)$ à la sortie de l'amplificateur est $v'(t) = V'_p [1 + m' \cos(\omega_m t + \varphi')] \cos(\omega_p t)$, expression dans laquelle on explicitera V'_p , φ' et le nouvel indice de modulation m' . Commenter l'expression de $v'(t)$ obtenue.

III.B.3) À quelles conditions le signal amplifié $v'(t)$ est-il une image non déformée du signal modulé $v(t)$, lorsque la pulsation ω_m du signal de modulation varie entre ω_{m1} et ω_{m2} ? Vérifier que ces conditions sont réalisées lorsque $\omega_m / \omega_p \ll 1 / (2Q)$.



Partie IV - Démodulation

IV.A - L'antenne du récepteur capte un signal modulé qui est appliqué à l'entrée d'un amplificateur à commande automatique de gain (CAG), c'est-à-dire que ce signal sera d'autant plus amplifié que son amplitude au niveau de l'antenne est plus faible. L'amplificateur délivre un signal de la forme $v''(t) = V''_p (1 + m' \cos \omega_m t) \cos \omega_p t$ avec V''_p constante par CAG. Ce dernier signal est ensuite appliqué à l'entrée d'un démodulateur dont le rôle est de fournir un signal $v_d(t)$ image du signal de modulation $v_m(t) = V_m \cos \omega_m t$. Le démodulateur (figure 8) comprend un oscillateur local délivrant un signal $v_0(t) = V_0 \cos \omega_p t$ synchrone de la porteuse, un multiplieur de constante multiplicative k , un filtre passe-bas F_1 idéal d'amplification $K_1 = 1$ pour $f \leq f_p$ et de gain nul pour $f > f_p$, et un filtre F_2 dont l'amplificateur linéaire intégré est idéal.



IV.A.1) Déterminer la fonction de transfert $H_2(j\omega)$ du filtre F_2 . Quel est le type de ce filtre? Quelle est l'amplification K_2 de ce filtre en bande passante? Calculer R pour avoir une fréquence de coupure à $f_{m1}/10$ sachant que $C = 100\text{nF}$. Quel est le rôle de l'amplificateur linéaire intégré? Tracer le diagramme de Bode (courbe de réponse en gain et courbe de réponse en phase) de F_2 .

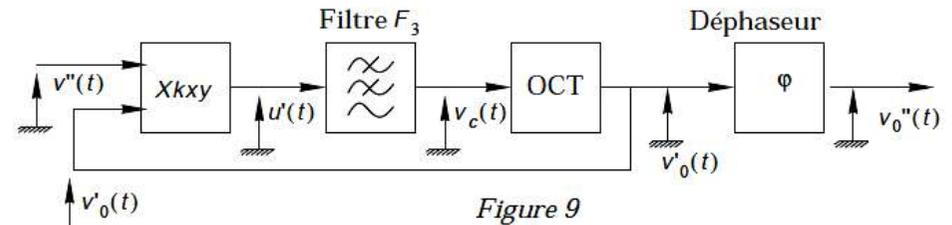
IV.A.2) Établir l'expression du signal démodulé $v_d(t)$ à la sortie du filtre F_2 .

IV.A.3) On isole à l'aide d'un soustracteur la composante continue U du signal $u(t)$ en utilisant les signaux délivrés par les filtres F_1 et F_2 . Exprimer U . Quel renseignement nous fournit cette composante continue et à quoi peut-on l'utiliser?

IV.B - En fait, il est pratiquement impossible de réaliser un oscillateur local parfaitement synchrone de la porteuse. En effet, la phase instantanée de l'oscillateur local est de la forme $\omega_p t + \varphi_0(t)$ où $\varphi_0(t)$ est une fonction aléatoire du temps avec $|d\varphi_0/dt| \ll \omega_p$.

IV.B.1) Dans cette hypothèse, calculer le signal $v_d(t)$ délivré par le démodulateur. Conclure que l'amplitude du signal démodulé fluctue aléatoirement et détériore le signal audible (fading).

IV.B.2) Pour corriger ce défaut, on remplace l'oscillateur local par un circuit alimenté par la tension modulée $v''(t)$ et dont le rôle est de fournir une tension sinusoïdale $v'_0(t)$ parfaitement synchrone de la porteuse. Ce circuit réalise une "boucle à verrouillage de phase" (figure 9). Il est constitué d'un oscillateur commandé en tension OCT délivrant un signal $v'_0(t)$ d'amplitude constante V_0 et de phase instantanée $\omega_p t + \varphi_0(t)$, c'est-à-dire de pulsation instantanée $\omega_p + d\varphi_0/dt$ avec $d\varphi_0/dt = a v_c(t)$ où $v_c(t)$ est la tension de commande de l'OCT et a une constante dimensionnée réelle positive telle qu'à tout instant : $|a v_c(t)| \ll \omega_p$. Le circuit comprend, en outre, un multiplieur de constante multiplicative k , un filtre passe-bas idéal F_3 qui transmet sans atténuation les signaux de fréquence $f \leq f_p$ et, enfin, un circuit déphaseur introduisant un déphasage de $\varphi = -\pi/2$ à la fréquence f_p . Quelle est l'équation différentielle vérifiée par $\varphi_0(t)$?



IV.B.3) Sachant que $\int \frac{1}{\cos x} dx = \ln \left| \tan \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right|$, intégrer l'équation différentielle précédente et montrer que la boucle se verrouille, c'est-à-dire que $\varphi_0(t)$ tend vers $\pi/2$ et que la pulsation de l'OCT tend vers ω_p pulsation de la porteuse.

IV.B.4) Cependant, une fois la boucle verrouillée, peut-on substituer le signal $v'_0(t)$ délivré par l'OCT à celui $v_0(t)$ délivré initialement par l'oscillateur local (figure 8)? Quel est le rôle du déphaseur?