II- Propriétés de symétrie

A- Existence d'invariance de la distribution de courant

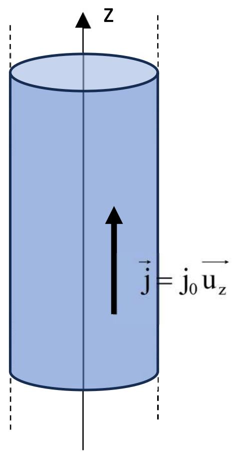
Par le principe de Curie, si la distribution D de courants admet une invariance par une translation ou une rotation ($\vec{j}$ ou ses coordonnées sont indépendants de z ou de θ), $\vec{B}$ admet également cette invariance.

B- Existence de plans de symétrie ou d'antisymétrie de D.

Si D admet un plan de symétrie π ($\vec{j}$ symétrique par rapport à π) alors $\vec{B}$ est **antisymétrique** par rapport à π. $\boxed{\text{Si } M \in \pi \text{ ; } \vec{B}(M) \perp \pi}$

Si D admet un plan d'antisymétrie π* ($\vec{j}$ antisymétrique par rapport à π*) alors $\vec{B}$ est **symétrique** par rapport à π*. $\boxed{\text{Si } M \in \pi^* \text{ ; } \vec{B}(M) \in \pi}$

Exemple : Cylindre parcouru par un courant i uniformément réparti $\vec{j} = j_0 \overrightarrow{u_z}$



C- Notions de vrais vecteurs et de pseudo vecteurs

Il peut être surprenant que $\vec{E}$ possède les symétries de ses sources et que $\vec{B}$ possède les symétries opposées.

$\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont définis par leur effet : $\vec{F_e} = q\vec{E}$ et $\vec{F_m} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

IV- Conservation du flux de $\vec{B}$ et de $\vec{j}$

Définition : un vecteur $\vec{G}$ est à flux conservatif ssi son flux à travers toute surface fermée est nul

A- $\vec{\mathbf{B}}$ et $\vec{\mathbf{j}}$ sont à flux conservatif

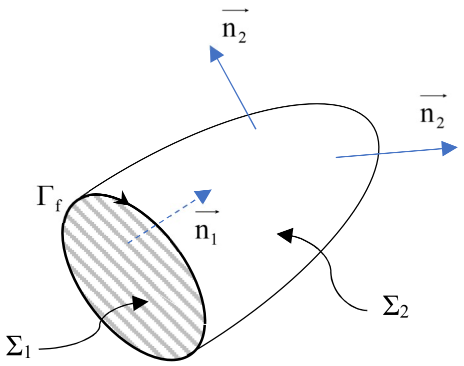
Propositions :

1- $\vec{B}$ est à flux conservatif. C'est une propriété fondamentale du magnétisme qui sert aujourd'hui de postulat.
Cette propriété est lié à **l'absence de monopole magnétique** (c'est aussi cette propriété qui explique que toutes les lignes de champ magnétique bouclent sur elles-mêmes)

2- En régime stationnaire et dans l'ARQS $\vec{j}$ est aussi à flux conservatif.

B- Conséquences d'un flux conservatif

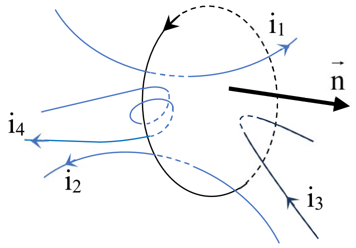
1- Soit $\vec{G}$ est à flux conservatif
Soit un contour fermé Γ_f et Σ sur une surface s'appuyant sur Γ_f, le flux de $\vec{G}$ à travers Σ ne dépend pas du choix de Σ (mais uniquement de Γ_f)



Intérêt (pour $\vec{j}$ en statique) : permet de définir la notion de courant enlacé par un contour :
Soit Γ_f un contour fermé orienté

$$I_{\text{enlacé par } \Gamma_f} = \iint_{\substack{P\in\Sigma \\ \Sigma \text{ s'appuyant} \\ \text{sur } \Gamma_f}} \overrightarrow{j(P)}.dS_P.\overrightarrow{n(P)}$$

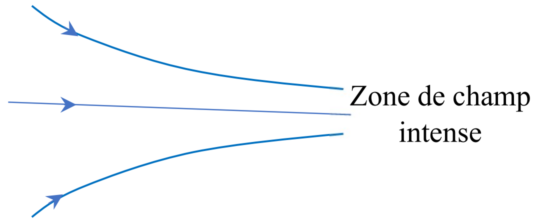
Ici $I_{\text{enlacé par } \Gamma_f} = i_1 - i_2 - 2i_4$



2- $\vec{G}$ est à flux conservatif ssi pour toutes sections Σ_1, Σ_2 d'un même tube de champ,
$\Phi\left(\vec{G},\Sigma_1\right) = \Phi\left(\vec{G},\Sigma_2\right)$

Intérêt (pour $\vec{j}$ en statique) : le courant est le même en tout point d'un fil électrique et est indépendant du choix de la section utilisée pour le calcul
Prolongement : justification de la loi des nœuds.

3- Si $\vec{G}$ est à flux conservatif alors $\|\vec{G}\|$ augmente lorsqu'on se déplace le long d'une ligne de champ dans le sens de resserrement des lignes de champ.



Remarque : cette propriété s'applique à $\vec{B}$ et à $\vec{j}$ en statique mais aussi à $\vec{E}$ dans une région vide de charge $\left(\Phi_{sortant}\left(\vec{E},\Sigma_f\right)=\dfrac{Q_{int}}{\varepsilon_0}=0\right)$