

Exercice 2: La mission Parker Solar Probe.

①

1. $2a = r_A + r_p$ est le grand axe de l'ellipse

La 3^e de Kepler indique

$$\left(\frac{T^2}{a^3}\right)_{\text{PSP}} = \left(\frac{T^2}{a^3}\right)_{\text{Terre}}$$

La Terre et le sondé orbitent autour du soleil

$$\text{Soit } T = T_{\text{Terre}} \left(\frac{a_{\text{PSP}}}{a_{\text{Terre}}}\right)^{3/2}$$

$$\text{AN } T = 1. \left(\frac{0,73 + 4,6 \cdot 10^{-2}}{2 \times 1}\right)^{3/2}$$

$$\begin{aligned} T &= 0,242 \text{ ans} \\ &= 88,3 \text{ j} \end{aligned}$$

$$2. \quad \mathcal{E}_m = \frac{1}{2} m v_p^2 - G \frac{m M_s}{r_p} = - \frac{G m M_s}{r_p + r_A}$$

$$v_p^2 = 2 G M_s \left(\frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_p + r_A} \right)$$

$$\text{AN } v_p = \left[2 \times 6,67 \cdot 10^{-11} \times 1,99 \cdot 10^{30} \left(\frac{1}{4,6 \cdot 10^{-2}} - \frac{1}{4,6 \cdot 10^{-2} + 0,73} \right) \times \frac{1}{1,5 \cdot 10^{11}} \right]^{1/2}$$

$$= \left[\frac{2 \times 6,67 \times 1,99}{1,5} \times \left(\frac{1}{4,6} - \frac{1}{4,6 + 73} \right) 10^{10} \right]^{1/2}$$

$$= \underline{1,90 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}}$$

$$3 \quad \begin{cases} \lambda_A = \frac{P}{1-e} \\ \lambda_P = \frac{P}{1+e} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } \frac{\lambda_A}{\lambda_P} &= \frac{1+e}{1-e} \Rightarrow e = \frac{\frac{\lambda_A}{\lambda_P} - 1}{\frac{\lambda_A}{\lambda_P} + 1} \\ &= \frac{1 - \lambda_P/\lambda_A}{1 + \lambda_P/\lambda_A} \\ &= \left(1 - \frac{\lambda_P}{\lambda_A}\right) \left(1 - \frac{\lambda_P}{\lambda_A} + o\left(\frac{\lambda_P}{\lambda_A}\right)\right) \\ &= \underline{1 - 2 \frac{\lambda_P}{\lambda_A} + o\left(\frac{\lambda_P}{\lambda_A}\right)} \end{aligned}$$

$$\text{AN } e = 1 - 2 \frac{4,6 \cdot 10^{-2}}{0,73} = 0,87$$

$$(\text{Rq sur DL } e = \frac{0,73 - 4,6 \cdot 10^{-2}}{0,73 + 4,6 \cdot 10^{-2}} = 0,88)$$

$$\begin{aligned} p &= (1+e) \lambda_P \\ &= \frac{\lambda_A/\lambda_P - 1}{\lambda_A/\lambda_P + 1} \cdot \lambda_P \\ &= \frac{\lambda_A - \lambda_P}{\frac{\lambda_A}{\lambda_P} + 1} \end{aligned}$$

$$\underline{p = 8,7 \cdot 10^{-2} \text{ u.a.}}$$

$$4. \quad \lambda \leq \lambda_{10} \Rightarrow \frac{P}{1+e \cos \vartheta} \leq \lambda_{10}$$

$$\frac{P}{\lambda_{10}} \leq 1 + e \cos \vartheta$$

$$\left(\frac{P}{\lambda_{10}} - 1\right) \frac{1}{e} \leq \cos \vartheta$$

(3)

$$\text{On pose } \theta_1 = \arccos \left(\frac{P}{r_{10}} - 1 \right) \frac{1}{e}$$

Le sondage a moins de $10R_s$ du soleil pour $\theta \in [-\theta_1; \theta_1]$.

$$\begin{aligned} \text{AN } \theta_1 &= \arccos \left(\frac{8,7 \cdot 10^{-2} \cdot 15 \cdot 10^{11}}{10 \cdot 6,96 \cdot 10^8} - 1 \right) \frac{1}{0,88} \\ &= \arccos \left(\frac{8,7 \cdot 1,5}{6,96} - 1 \right) \frac{1}{0,88} \\ &= 0,11 \text{ rad.} \end{aligned}$$

Pour ensuite passer d'une donnée angulaire à une donnée temporelle on utilise $r^2 \dot{\theta} = C = r_p \dot{\theta}_p$.

$$\text{On a donc } \frac{d\theta}{dt} = \frac{r_p \dot{\theta}_p}{r^2(\theta)}$$

Remarque : le calcul exact donne

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} \frac{r^2(\theta)}{r_p \dot{\theta}_p} &= dt \\ d\theta \cdot \frac{P^2}{(1+e \cos \theta)^2} \frac{1}{r_p \dot{\theta}_p} &= dt \\ \int_{-\theta_1}^{\theta_1} \frac{P^2}{(1+e \cos \theta)^2} \frac{1}{r_p \dot{\theta}_p} d\theta &= \Delta t \end{aligned}$$

Expression exacte de Δt mais difficile à évaluer.

Comme l'intervalle $[-\theta_1, \theta_1]$ est faible on peut supposer $\theta \approx r \approx 0$ et approximer

$$\frac{d\theta}{dt} \approx \frac{r_p \dot{\theta}_p}{r(0)^2} = \frac{\dot{\theta}_p}{r_p}$$

On obtient alors

$$\frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\sigma_P}{\lambda_P} = \frac{2D_1}{\Delta t} = \frac{\sigma_P}{\lambda_P}$$

Ainsi $\left| \Delta t = \frac{\lambda_P}{\sigma_P} \Delta \theta \right.$

AN $\Delta t = \frac{4,6 \cdot 10^{-6} \times 1,5 \cdot 10^6}{1,9 \cdot 10^5} \times 2 \times 0,11.$

$$= \frac{4,6 \times 1,5 \times 0,22}{1,9} 10^4$$

$$\left| \begin{aligned} \Delta t &= 8,0 \cdot 10^3 \text{ s.} \\ &= 2,2 \text{ h} \end{aligned} \right.$$