

III - Référentiel terrestre

A - Expression du PFD dans R_T

B - Poids (Statique dans R_T)

$$\vec{P} = \vec{F}_{grav.} + \vec{F}_{ce}$$

$$= m \vec{g}_T(n) + m \omega^L H \vec{n}$$

$$\vec{g}(n) = \vec{g}_T(n) + \omega^L H \vec{n}$$

C - Expression nouvelle du PFD

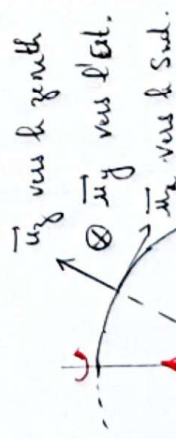
$$m \vec{a}(n|R_T) = \vec{F}_{mg} + m \vec{g}(n)$$

D - Effet de la force de Coriolis

$$m \vec{a}(n|R_T) = \vec{F}_{mg} + m \vec{g} - 2m \vec{\Omega}_{R_T/R_{geo}} \wedge \vec{v}(n|R_T)$$

1 - Not horizontal : direction vers le droit du $m \vec{v} t$ ($R_{m.N}$)

2 - Not vertical : direction vers l'Est ($R_{m.N}$)



$$\vec{\Sigma} = \Omega (-\cos \lambda \vec{u}_n + \sin \lambda \vec{u}_g)$$

PFD : $m \vec{a} = m \vec{g} + \vec{F}_{ce}$ (on introduit une date fixe)

avec $\vec{F}_{ce} = -2m \vec{\Omega} \wedge \vec{v}$

$$= -2m \Omega \begin{pmatrix} -\cos \lambda & 0 \\ 0 & \sin \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix}$$

$$= -2m \Omega \begin{pmatrix} -\dot{y} \sin \lambda \\ \cos \lambda \dot{x} + \sin \lambda \dot{y} \\ -\dot{x} \cos \lambda \end{pmatrix}$$

On obtient le système d'équations différentielles couplées :

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2\Omega \sin \lambda \dot{y} \\ \ddot{y} = -2\Omega (\cos \lambda \dot{x} + \sin \lambda \dot{y}) \\ \ddot{z} = -g + 2\Omega \cos \lambda \dot{y} \end{cases}$$

Première méthode de résolution "sans approximation"

$$\begin{cases} \dot{x} = 2\Omega \sin \lambda y + 0 \\ \dot{y} = -gt + 2\Omega \cos \lambda y + 0 \\ \ddot{y} = -2\Omega (\cos \lambda (-gt + 2\Omega \cos \lambda y) + \sin \lambda (2\Omega \sin \lambda y)) \end{cases}$$

Pq on suppose le système bloqué de 0 à t=0 sans vitesse initiale.

On obtient donc $\ddot{y} + 4\Omega^2 y = 2g \Omega \cos \lambda t$

soit $y(t) = A \cos(2\Omega t) + B \sin(2\Omega t) + \frac{g}{2\Omega} \cos \lambda t$

CI $y(0) = 0 = A$

$\dot{y}(0) = 2\Omega B + \frac{g}{2\Omega} \cos \lambda = 0$

$$y(t) = \frac{g}{2\Omega} \cos \lambda \left(t - \frac{\sin(2\Omega t)}{2\Omega} \right)$$

A priori $t \ll \frac{2\pi}{\Omega}$ donc on peut faire un DL (ici) de l'ordre aller jusqu'à l'ordre 3)

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{g}{2\Omega} \cos \lambda \left(t - \frac{1}{2\Omega} (2\Omega t) - \frac{(2\Omega t)^3}{6} + o((2\Omega t)^3) \right) \\ &= \frac{g}{2\Omega} \cos \lambda \frac{4\Omega^2 t^3}{6} + o(\cdot) \\ &= \frac{1}{3} g \cos \lambda \Omega t^3. \end{aligned}$$

→ Sans tenir compte de la force de Coriolis $y(t) = 0$.

Avec : $y(t) > 0$: déviation vers l'Est

On peut calculer l'échelle à l'ordre le plus bas (sans tenir compte de Coriolis, en considérant $\Omega = 0$)

Si on considère une chute sur une hauteur h

$$x = -\frac{1}{2} g t^2$$

$$y_{\text{final}} = -R \quad t_{\text{final}} = \sqrt{\frac{2R}{g}}$$

$$\Delta y = \frac{1}{3} g \cos \lambda \Omega \left(\frac{2R}{g} \right)^{3/2}$$

L'expérience a été menée par Ferdinand Reich en 1833 dans son puits de Rine (h = 158 m)

à Fribourg ($\lambda = 50^\circ 56' 43''$ Nord)

$$\Delta y = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Seconde méthode : traitement perturbatif

Notation : sans $\vec{F}_{ic}$ on pose $\vec{J} = \vec{J}_0$
(avec $\vec{\Omega} = \vec{0}$) $\vec{a} = \vec{a}_0$

avec $\vec{F}_{ic}$ on pose $\vec{J} = \vec{J}_0 + \vec{J}_1$
 $\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}_1$

On traite $\vec{a}_1$ et $\vec{J}_1$ comme des termes correctifs :

$$\frac{\|\vec{J}_1\|}{\|\vec{J}_0\|} \sim \frac{\|\vec{a}_1\|}{\|\vec{a}_0\|} = \varepsilon \ll 1.$$

Ω est égal : considéré c'est une borne d'ordre 1.

PTD

$$m \vec{a} = m \vec{g} - 2 \vec{\Omega} \wedge \vec{v}$$

$$m \vec{a}_0 + m \vec{a}_1 = m \vec{g} - 2 \vec{\Omega} \wedge \vec{v}_0 - 2 \vec{\Omega} \wedge \vec{v}_1$$

ordre 0 (mvt non-perturbé) ordre 1 ordre 2 (produit de 2 termes d'ordre 1)

$$\begin{cases} \text{Ordre 0} & \vec{a}_0 = \vec{g} \\ \text{Ordre 1} & \vec{a}_1 = -2 \vec{\Omega} \wedge \vec{v}_0 \end{cases}$$

$$\text{Ainsi} \quad \begin{cases} \vec{v}_0 = \vec{g} t + \vec{0} \\ \vec{a}_1 = -2 \vec{\Omega} \wedge \vec{g} t \end{cases}$$

$$= + 2 \Omega \cos \lambda \vec{u}_N \wedge (-g t \vec{u}_y)$$

$$= + 2 \Omega \cos \lambda \cdot g t \vec{u}_y$$

$$\vec{v}_1 = 2 \Omega \cos \lambda \cdot g \frac{t^2}{2} \vec{u}_y$$

$$\Delta y = \Delta y_1 = \frac{1}{3} \cos \lambda \cdot \Omega \cdot g \cdot t^3.$$

à l'ordre 1