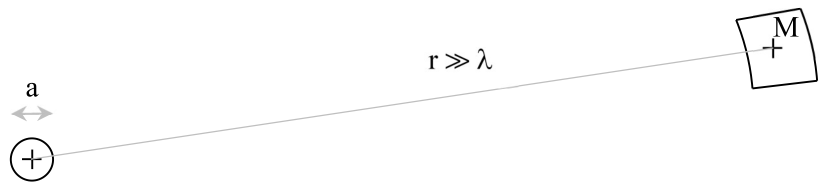
Modèle scalaire de la lumière

I- Module scalaire de la lumière et signal lumineux

Situation étudiée

Milieu de propagation DLHI
(Diélectrique Linéaire
Homogène et Isotrope)

Etude dans la zone
de rayonnement



Source :

- Taille $a \gg \lambda$
  (source ponctuelle)
- Quasi monochromatique
  $\omega, \lambda_0 = \dfrac{2\pi c}{\omega_0}$, indice $n(\omega)$, noté
  $n,\ v_\varphi = \dfrac{c}{n}$

Modèle scalaire : on admet que dans l'approximation d'onde localement plane $(\lambda_0 \ll SM)$ on peut remplacer le champ $\vec{E}$ par un champ scalaire $s(M,t)$ appelé signal lumineux pour traiter la plupart des problèmes d'optique (ce signal est en réalité une composante de $\vec{E}$ dans le plan de polarisation

Dans un milieu DLHI contenant la source S ce signal s'écrit

$$s(S,t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$s(M,t) = A(M)\cos(\omega(t - \tau_{SM}) + \varphi_0)$$

- τ_{SM} retard lié à la propagation de S à M
  $\tau_{SM} = \dfrac{SM}{v} = n\dfrac{SM}{c} = n\dfrac{r}{c}$
- $A(M) = \dfrac{A_0}{r}$ si émission isotrope
  Généralement $A(M)$ est considérée indépendante de M dans la zone étudiée (toujours limitée)

$$s(M,t) = A(M)\cos\left(\omega t - n\frac{\omega}{c}r + \varphi_0\right) = A(M)\cos\left(\omega t - n\frac{2\pi}{\lambda_0}r + \varphi_0\right)$$

Que devient s(M,t) quand l'onde traverse des dioptres ?

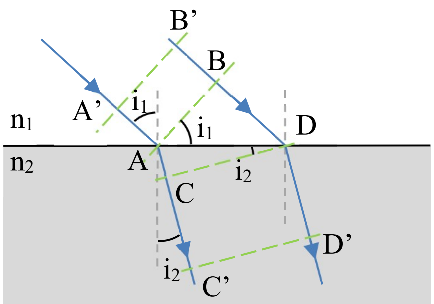
II- Lien entre signal lumineux et optique géométrique. Théorème de Malus

On constate (et on peut démontrer) que le rayon lumineux de l'optique géométrique sont les lignes de champs du vecteur de Poynting ou les lignes de champ du vecteur d'onde local $\vec{k}$.

Ceci est formalisé par le théorème de Malus :

> **Dans un milieu diélectrique linéaire et isotrope, après un nombre quelconque mais identique de réflexion et de réfractions, les rayons lumineux issus d'une source ponctuelle restent toujours perpendiculaires aux surfaces d'ondes[1].**

Exemple : réfraction sur un dioptre plan



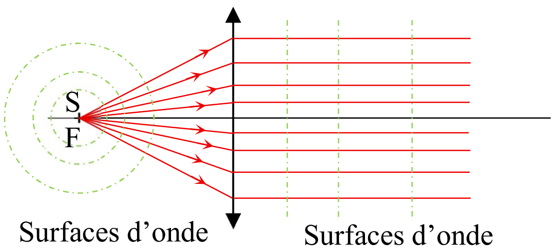
Il suffit de montrer que $t_{AC} = t_{BD}$ (il est évident que $t_{A'A} = t_{B'B}$ et $t_{CC'} = t_{DD'}$)

$$t_{AC} = \frac{AC}{v_2} = \frac{n_2}{c} AD \sin(i_2)$$

$$t_{BD} = \frac{BD}{v_1} = \frac{n_1}{c} AD \sin(i_1)$$

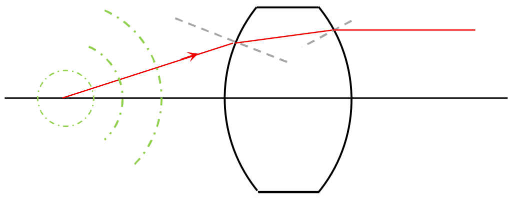
or $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$ donc $t_{AC} = t_{BD}$

Autre exemple : lentille



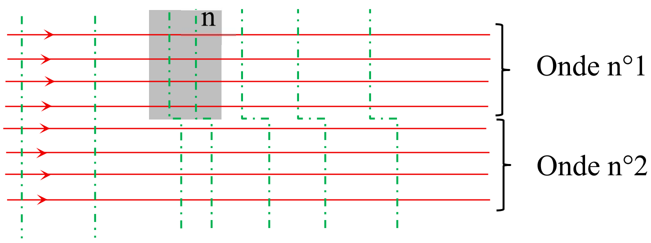
Surfaces d'onde sphériques

Surfaces d'onde planes



Zoom sur la lentille

Attention aux diviseurs d'onde



[1] Surface d'onde : ensemble des points atteints au même instant par le signal depuis la source ; c'est également une surface équiphase.

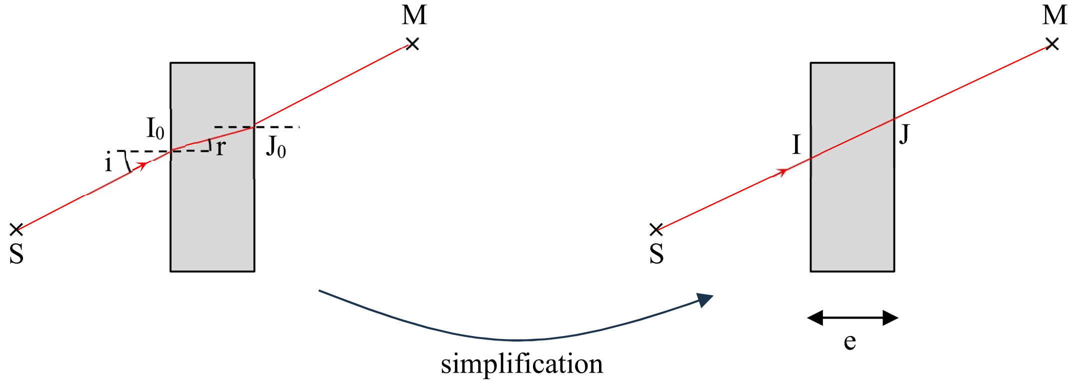
III- Calcul de la phase d'une onde lumineuse monochromatique. Chemin optique

A- Chemin optique parcouru par l'onde depuis la source

$$(SM) = \int_{\substack{P \in \text{Rayon} \\ S \to M}} n(P)\,dl_P \qquad \Delta\varphi_{S\to M} = \frac{2\pi}{\lambda_0}(SM)$$

B- Simplification lors du passage par un système dioptrique

1- Lame à faces parallèles traversées sous une incidence faible

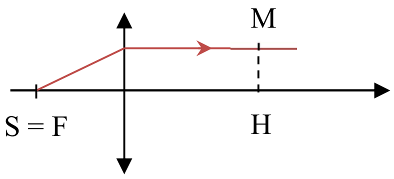


$$(SM) = SI_0 + n\underbrace{I_0J_0}_{\frac{e}{\cos r}} + J_0M \qquad IJ = \frac{e}{\cos i} \approx e$$

$$(SM) = SI + n\,IJ + JM = SI + IJ + JM + (n-1)IJ = (SM)_{\substack{\text{sans}\\ \text{lame}}} + (n-1)e$$

$$\boxed{(SM)_{\substack{\text{avec}\\ \text{lame}}} = (SM)_{\substack{\text{sans}\\ \text{lame}}} + \underbrace{(n-1)e}_{\substack{\text{chemin optique}\\ \text{ajouté par la lame}}}}$$

2- Lentille



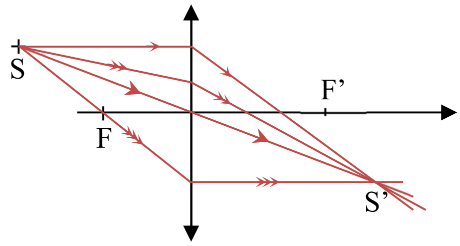
S au foyer objet d'une lentille

Toujours utiliser le théorème de Mallus :

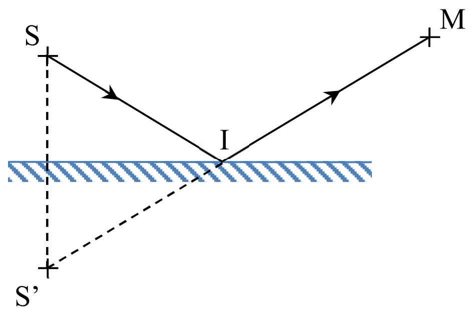
$(SM) = (SH) = SH + (n-1)e$

où e est l'épaisseur de la lentille

Propriété : pour deux points S et S' conjugués à travers un système stigmatique, le chemin optique est le même le long de tout rayon allant de S à S' : $(SS') = SS' + (n-1)e$



C- Simplification lors de la réflexion sur un miroir plan



Virtuellement, tout se passe comme si la lumière venait de S'

$$(SM) = (SI) + (IM) = n_{air}\left(\underbrace{SI}_{\substack{SI' \\ \text{par symètrie}}} + IM\right)$$

$$\boxed{(SM) = n_{air}.S'M}$$

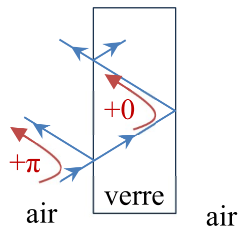
D- Déphasage supplémentaire

Dans trois situations particulières, il faut retrancher (ou rajouter) π à la phase du signal (ou $\frac{\lambda}{2}$ au chemin optique) par rapport au calcul précédent :

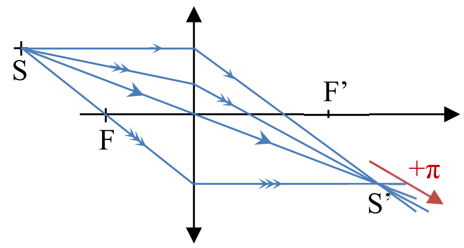
$$\begin{aligned} s(M,t) &= a(M)\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0}(SM)_{\substack{\text{calculé comme} \\ \text{précédemment}}} + \varphi_0 - \pi\right) \\ &= a(M)\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0}\left((SM)_{\substack{\text{calculé comme} \\ \text{précédemment}}} + \frac{\lambda_0}{2}\right) + \varphi_0\right) \end{aligned}$$

1^er^ cas : Réflexion sur un miroir entre S et M (lié au fait que la réflexion impose un nœud de $\vec{E}$ donc $\overrightarrow{E_{inc}}$ et $\overrightarrow{E_{réf}}$ sont en opposition de phase au point d'incidence.

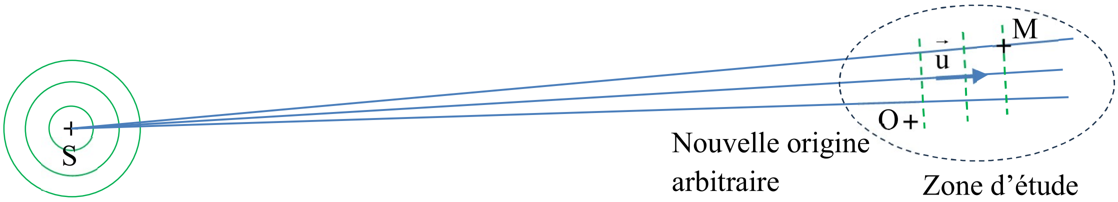
2^ème^ cas : réflexion vitreuse (sur un dioptre) sur un milieu plus réfringent que le milieu d'incidence.



3^ème^ cas : Passage par un point de convergence



E- Cas particulier : expression de la phase d'une onde plane ou d'une source S rejetée à l'infini



A priori : $s(M,t) = a(M)\cos\left(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{SM} + \varphi_0\right)$ avec $\vec{k} = \dfrac{2\pi}{\lambda_0} n\vec{u}$

Cette expression n'est pas pratique lorsque S est située très loin et inutile lorsque S est à l'infini.

On change alors de tactique et on choisit une nouvelle origine quelconque arbitrairement O

$$s(M,t) = a(M)\cos\left(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM} \underbrace{- \vec{k}.\overrightarrow{SO} + \varphi_0}_{\substack{\theta_0 \\ \text{phase à l'origine} \\ \text{en } M = O \text{ et à } t=0}}\right)$$

On obtient alors : $\boxed{s(M,t) = a(M)\cos\left(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM} + \theta_0\right)}$