Ondes électromagnétiques dans le vide

Exercice 1 : Etude d'une onde plane progressive monochromatique

Sera corrigé très rapidement

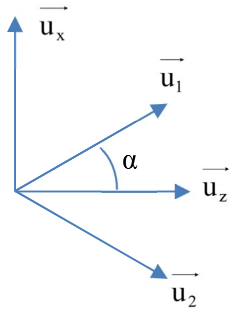
On étudie une onde électromagnétique sont le champ électrique est $\vec{E} = E_x \vec{u_x} + E_y \vec{u_y}$ avec

$E_x = E_0 \exp\left(i\left(\frac{k}{3}(2x+2y+z) - \omega t\right)\right)$.

L'onde se propage dans le vide et sa longueur d'onde est $\lambda = 6.10^{-7}$ m

1- Calculer la fréquence de l'onde
2- Dans quel domaine du spectre électromagnétique se situe cette onde ?
3- Calculer la valeur numérique de la constante k
4- Etablir l'équation cartésienne d'un plan d'onde.
5- Exprimer E_y en fonction de E_x.
6- Calculer le champ magnétique $\vec{B}$ de cette onde.
7- Calculer la densité moyenne d'énergie électromagnétique associée à cette onde.
8- Calculer le vecteur de Poynting de cette et sa moyenne temporelle. Commenter.

Exercice 2 : Superposition de deux ondes planes progressives monochromatiques.



On s'intéresse à la superposition de deux ondes planes progressives monochromatiques de même amplitude E_0, de même pulsation ω et se propageant respectivement selon les vecteurs $\vec{u_1}$ et $\vec{u_2}$. On pose $\vec{u_1} = \sin\alpha \vec{u_x} + \cos\alpha \vec{u_z}$ et $\vec{u_2} = -\sin\alpha \vec{u_x} + \cos\alpha \vec{u_z}$ (cf ci-contre ; $0 \le \alpha \le \frac{\pi}{2}$)

1- Quelles sont les normes des deux vecteurs d'onde $\vec{k_1}$ et $\vec{k_2}$?
2- Sachant que les deux champs électriques sont parallèles à $\vec{u_y}$ et qu'ils sont en opposition de phase dans le plan $x = 0$, donner leur expression sous forme complexe.
3- En déduire l'expression du champ électrique total (réel). Décrire l'onde obtenue. Est-elle plane ? Est-elle progressive ?
4- Donner la forme du champ magnétique (réel). Commentaires.
5- En déduire le vecteur de Poynting moyenne. Pouvait-on deviner sa direction ?

Exercice 3 : Propriétés d'un laser.

Un laser He-Ne (de puissance moyenne d'émission $\langle \phi \rangle = 2\,\text{mW}$) émet un faisceau lumineux (supposé cylindrique et de rayon $r = 0,75\,\text{mm}$) monochromatique (de longueur d'onde $\lambda = 632,6\,\text{nm}$) que l'on assimilera à une OPPM.

1- Calculer les valeurs numériques des normes des champs électriques E_0 et magnétiques B_0 émis par ce laser.

2- Déterminer le nombre n de photons par unité de volume dans le faisceau (traversant une section normale au faisceau par unité de temps) ($h = 6,62.10^{-34}\,\text{J.s}$)

Exercice 4 : Champ rayonné par une plaque de courants.

Dans le plan z = 0, des courants surfaciques $\overrightarrow{J_S} = J_S^0 \exp\left(i\left(\omega t - \alpha x\right)\right)\overrightarrow{u_y}$ avec $\alpha < \dfrac{\omega}{c}$ engendrent un champ électromagnétique dans tout l'espace. Partout ailleurs, l'espace est vide.

1- Trouver la densité surfacique de charges σ portée par le plan z = 0 à l'aide d'une équation de conservation de la charge surfacique.

2- Expliquer pourquoi on cherche le champ électrique sous la forme :
$\vec{E} = f\left(z\right)\exp\left(i\left(\omega t - \alpha x\right)\right)\overrightarrow{u_y}$ (justifier les variables et la direction)

3- Trouver une équation satisfaite par f et la résoudre. On pose : $\beta = \sqrt{\dfrac{\omega^2}{c^2} - \alpha^2}$

4- Quelle est la forme du champ électrique pour $z > 0$ (on écrira le champ sous la forme de la superposition de deux ondes places progressives monochromatiques) ? Vu le problème, éliminer une des deux ondes dans chaque demi-espace.

5- Conclure en utilisant les relations de passage pour les champs.

6- Commenter, sur les expressions de $\vec{E}$ et $\vec{B}$, le fait que z = 0 soit un plan de symétrie des sources du champ électromagnétique.

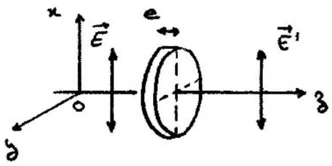
7- Quelle est la relation entre le module du vecteur d'onde et la pulsation ? Est-ce surprenant ?

Rq : on peut reprendre l'étude de l'onde rayonnée dans le cas où $\alpha > \omega / c$; on obtient alors des ondes « rampantes » le long de la plaque, progressives selon (O*x*) et dont l'amplitude décroit exponentiellement avec *z* dans la direction orthogonales à la plaque.

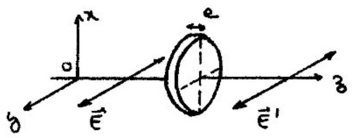
Exercice 5 : Modification de la polarisation par une lame à retard.

Une « lame à retard » est une lame à faces parallèles de faible épaisseur *e*, dont la normale sera choisie comme axe (*Oz*), possédant deux directions privilégiées (*Ox*) et (*Oy*), appelées lignes neutres (ou axes neutres), orthogonales entre elles et à (*Oz*), telles que pour une onde polarisée rectilignement traversant la lame selon (*Oz*), celle-ci se comporte comme un milieu isotrope :

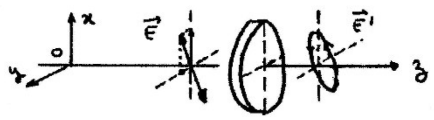
- d'indice n_x si l'onde est polarisée selon (*Ox*), (situation 1 sur le schéma ci-dessous) ;
- d'indice $n_y \neq n_x$ si l'onde est polarisée selon (*Oy*), (situation 2 sur le schéma).



Situation 1



Situation 2



Situation 3

1- Si $n_y > n_x$, (Ox) est appelé l'axe rapide de la lame et (Oy) l'axe lent. Justifier cette dénomination.

2- Soit une onde polarisée rectilignement dont le champ électrique s'écrit $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\vec{u}_x$ (situation 1) ; en notant z_0 la cote d'entrée de la lame, donner l'expression du champ électrique à la sortie de la lame. Quel est l'état de polarisation de l'onde à la sortie de la lame ?
Mêmes questions si l'onde incidente s'écrit $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\vec{u}_y$ (situation 2).

3- On suppose maintenant que l'onde incidente est polarisée rectilignement dans une direction quelconque par rapport aux axes neutres de la lame (situation 3 sur le schéma). Donner les expressions du champ électrique à l'entrée puis à la sortie de la lame et en déduire que la lame déphase (c'est-à-dire retarde) une composante du champ électrique par rapport à l'autre d'une quantité $\Delta\varphi$ que l'on exprimera en fonction des données.

4- Comment tailler la lame pour obtenir $\Delta\varphi \equiv \pi\ [2\pi]$? Justifier qu'une telle lame soit appelée « lame demi-onde ». Décrire la polarisation de l'onde à la sortie d'une telle lame dans la situation 3.

5- Comment tailler la lame pour obtenir $\Delta\varphi \equiv \pi/2\ [2\pi]$? Justifier qu'une telle lame soit appelée « lame quart d'onde ». Décrire sommairement la polarisation de l'onde à la sortie d'une telle lame dans la situation 3.
A quelle condition sur l'état de l'onde incidente obtient-on une polarisation circulaire à la sortie de la lame ?

6- Pourquoi (Ox) et (Oy) sont-ils appelés axes neutres de la lame ? Expliquer comment repérer ces axes en plaçant la lame entre un polariseur et un analyseur « croisés ».

Cette propriété d'un milieu, associé à l'existence de deux indices différents suivant la direction de polarisation de l'onde qui le traverse, est appelée la « biréfringence » ; c'est l'une des trois grandes propriétés observées dans des milieux anisotropes avec le dichroïsme (absorption de la composante du champ électrique parallèle à une direction particulière du cristal) et l'« activité optique » ou « pouvoir rotatoire » (cf. TP).

Exercice 6. Etude d'un polariseur.

Dans cet exercice, on étudie un polaroïd utilisé en travaux pratiques. Ce polariseur rectiligne n'est pas idéal. T_1 désigne le coefficient de transmission en énergie, selon la direction de transmission privilégiée du polariseur et T_2 le coefficient de transmission analogue, selon la direction perpendiculaire. On supposera $T_2 < T_1$. Une onde électromagnétique plane, polarisée rectilignement, arrive normalement sur la face d'entrée d'un polaroïd selon l'axe (Oz) ; le vecteur champ électrique de l'onde fait un angle θ avec la direction de transmission privilégiée du polaroïd, supposée parallèle à l'axe (Ox).

Calculer le coefficient de transmission T en énergie de l'onde à travers ce polaroïd en fonction de T1, T2 et de θ. Commenter en envisageant le cas particulier du polariseur idéal.