

Principe du moteur asynchrone.

(1)

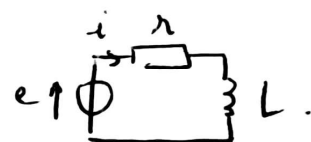
$$A - \alpha = (\vec{n}, \vec{B}) = (\vec{e}_x, \vec{B}) - (\vec{e}_x, \vec{m}) = \underline{(\omega_0 - \omega)t + \alpha_0}$$

Le champ $\vec{B}$ est supposé uniforme sur la surface d'anneau pour la petite épaisseur de la bobine.

$$\underline{\phi(\vec{B}) = N A \vec{B} \cdot \vec{m} = N A B \cos((\omega_0 - \omega)t + \alpha_0)}$$

D'après la loi de Faraday $e = - \frac{d\phi}{dt}$

$$\underline{e = N A B (\omega_0 - \omega) \sin((\omega_0 - \omega)t + \alpha_0)}$$

B. Le schéma eq. est 

$$e(t) = ri + L \frac{di}{dt} = N A B (\omega_0 - \omega) \sin(\underbrace{(\omega_0 - \omega)t + \alpha_0}_{\alpha})$$

En régime établi i a la forme $i(t) = I \sin((\omega_0 - \omega)t + \alpha_0 - \varphi)$
cherché en utilisant la notation complexe $\underline{I} = I e^{j(\alpha_0 - \varphi)}$

$$r \underline{I} + jL(\omega_0 - \omega) \underline{I} = N A B (\omega_0 - \omega) e^{j\alpha_0}$$

$$\underline{I} = \frac{N A B (\omega_0 - \omega) e^{j\alpha_0}}{r + jL(\omega_0 - \omega)}$$

$$I e^{-j\varphi} = \frac{N A B (\omega_0 - \omega)}{r + jL(\omega_0 - \omega)}$$

$$\text{Donc } |\underline{I}| = \frac{N A B |\omega_0 - \omega|}{\sqrt{r^2 + L^2(\omega_0 - \omega)^2}}$$

$$\varphi = - \text{Arg} \left(\frac{N A B (\omega_0 - \omega)}{r + jL(\omega_0 - \omega)} \right)$$

$$= 0 + \text{Arctan} \frac{L(\omega_0 - \omega)}{r} \quad \text{si } \omega_0 - \omega > 0$$

$$= \pi + \text{Arctan} \frac{L(\omega_0 - \omega)}{r} \quad \text{si } \omega_0 - \omega < 0$$

Donc $\tan \varphi = \frac{L(\omega_0 - \omega)}{\lambda}$ et $\varphi \in [0, \pi]$

(2)

C- La spin est soumise au couple

$$\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B} = \lambda A N \vec{m} \wedge \vec{B}$$

$$\begin{aligned} \vec{\Gamma} &= \lambda A B N \sin \alpha \vec{u}_z \\ &= \frac{1}{L} A B N \sin(\alpha - \varphi) \sin \alpha \vec{u}_z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Or } \sin(\alpha - \varphi) \sin \alpha &= \frac{1}{2} \left(\cos(\alpha - \varphi - \alpha) - \cos(\alpha - \varphi + \alpha) \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\cos \varphi - \cos(2\alpha - \varphi) \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\cos \varphi - \cos(L(\omega_0 - \omega)t + \alpha_0 - \varphi) \right) \end{aligned}$$

* Si $\omega \neq \omega_0$.

$$\langle \vec{\Gamma} \rangle = \frac{1}{L} A B N \cos \varphi \vec{u}_z$$

Γ_m est du même signe que $\cos \varphi$.

Si $\cos \varphi > 0$, soit si $\omega_0 > \omega$ le couple est moteur -
(ou si $\omega > 0$)

Si $\cos \varphi < 0$, si $\omega_0 < \omega$ le couple est résistant.

* Si $\omega = \omega_0$.

Alors $\phi(B) = 0$ il n'y a pas d'induction
 $i = 0$ et $\vec{\Gamma} = 0$.

$$D1. \quad P_m = \frac{I A B N}{L} \cos \varphi$$

(5)

$$= \frac{1}{L} N^2 A^2 B^2 \frac{|\omega_0 - \omega|}{\sqrt{\lambda^2 + L^2 (\omega_0 - \omega)^2}} \cos \varphi.$$

$$\text{avec } \cos \varphi = \cos \operatorname{Arg}(\lambda + jL(\omega_0 - \omega)) \text{ si } \omega_0 - \omega > 0.$$

$$= \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + L^2 (\omega_0 - \omega)^2}}$$

$$= \cos(\pi - \operatorname{Arg}(\lambda + jL(\omega_0 - \omega))) \text{ si } \omega_0 - \omega < 0$$

$$= -\cos(\operatorname{Arg}(\lambda + jL(\omega_0 - \omega)))$$

$$= -\frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + L^2 (\omega_0 - \omega)^2}}$$

$$P_m = \frac{1}{L} N^2 A^2 B^2 \frac{|\omega_0 - \omega|}{\sqrt{\lambda^2 + L^2 (\omega_0 - \omega)^2}} \cdot \frac{\operatorname{sign}(\omega_0 - \omega) \lambda}{\sqrt{\lambda^2 + L^2 (\omega_0 - \omega)^2}}$$

$$P_m = \frac{1}{L} N^2 A^2 B^2 (\omega_0 - \omega) \frac{\lambda}{\lambda^2 + L^2 (\omega_0 - \omega)^2}$$

$$= \frac{1}{L} N^2 A^2 B^2 \frac{1}{\frac{\lambda}{\omega_0 - \omega} + \frac{L^2 (\omega_0 - \omega)}{\lambda}}$$

$$\left| P_m = \frac{\Phi_0^2}{Ly} \quad \text{avec } \Phi_0^2 = (NAB)^2. \right. \\ \left. y = \frac{\lambda}{\omega_0 - \omega} + \frac{L^2}{\lambda} (\omega_0 - \omega) \right.$$

D2. P_m varie inversement à y .

$$\frac{dy}{d\omega} = -\frac{dy}{d\Omega} = -\frac{\lambda}{\Omega^2} + \frac{L^2}{\lambda}.$$

$$\text{avec } \Omega = \omega_0 - \omega$$

$$\frac{dy}{d\Omega} = 0 \quad \text{pour } \Omega^2 = \frac{\lambda^2}{L^2} \quad \Omega = \pm \frac{\lambda}{L}$$

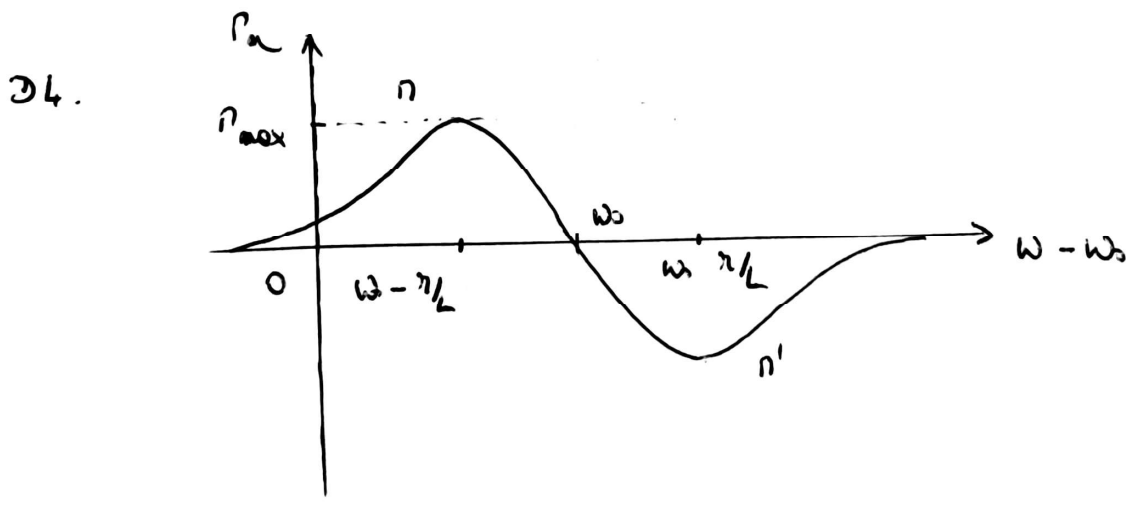
ω	$\omega_0 - \frac{\lambda}{L}$			ω_0	$\omega_0 + \frac{\lambda}{L}$		
$\frac{dy}{d\omega}$	-	0	+		+	0	-
y	↘ ↗				↗ ↘		
p_m	↗ ↘				↘ ↗		

Si $\omega > \omega_0$ p_m et y sont négatifs p_m est constant -
 $|y|$ est minimal $\omega_0 + \frac{\lambda}{L}$.

Si $\omega < \omega_0$ p_m et y sont positifs p_m est maximal -
 y est minimal en $\omega_0 - \frac{\lambda}{L}$.

$$y_{\min} = y\left(\omega_0 - \frac{\lambda}{L}\right) = \frac{\lambda}{\pi/L} + \frac{L^2}{\pi} \frac{\pi}{L} = 2L.$$

D3. $p_{\max} = \frac{\Phi_0^2}{4L}$ indépendant de λ .



D5. $\omega < 0$ $p_m > 0$ $p_m \cdot \omega < 0$ le couple est rendant
 les forces de Laplace (ou actions
 et réactions) freinent la rotation
 et tendent à faire tourner le
 système dans le sens de B.

$$0 < \omega < \omega_0$$

$$P_m > 0$$

$$P_m > 0$$

le couple est moteur
 ω augmente jusqu'à ω_0

$$\omega > \omega_0$$

$$P_m < 0$$

$$P_m < 0$$

le couple est résistant.
 ω diminue vers ω_0 .

$$E1a. P_0 = \frac{\Phi_0^2}{2 \left(\frac{1}{\omega_0} + \frac{L\omega_0}{R} \right)}$$

E1b. le texte manque de clarté ici

Nous supposons $\vec{P}_r = -|P_r| \vec{u}_z$ si $\omega > 0$.

$\vec{P}_r = +|P_r| \vec{u}_z$ si $\omega < 0$

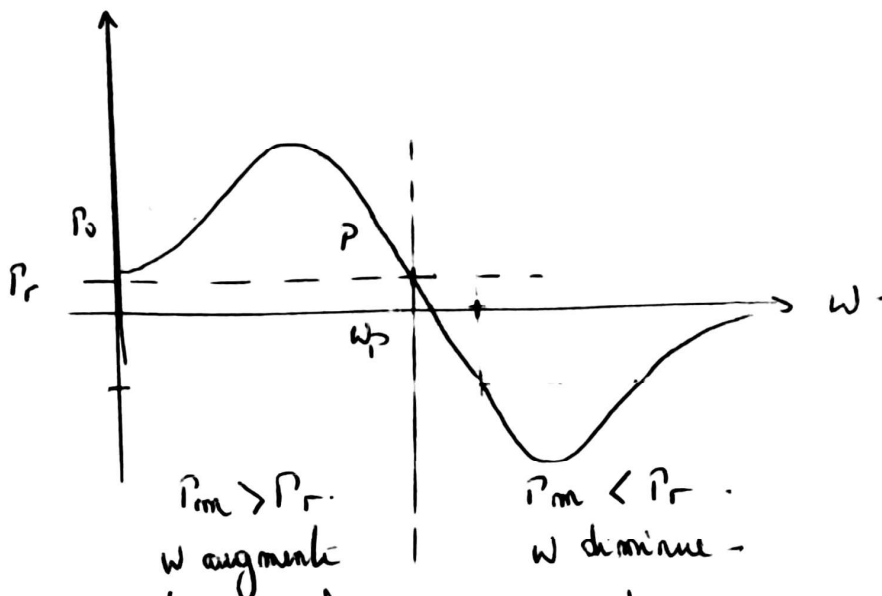
le théorème du moment cinétique donne (on suppose $\omega > 0$)

$$J \frac{d\omega}{dt} = P_m - |P_r|$$

si $P_0 > P_r$ la bobine est mise en rotation dans le sens direct.

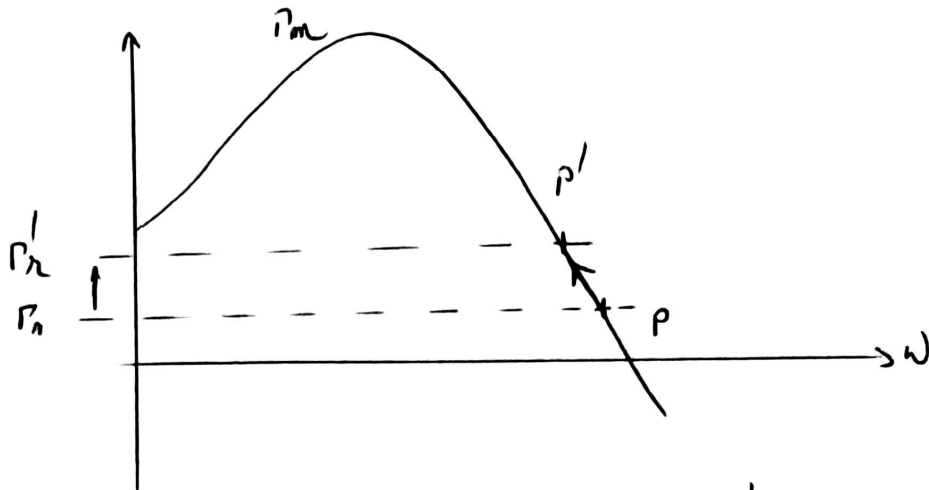
(il faudrait ici une modélisation du couple résistant
 assimilable à la loi de Coulomb du frottement solide)

E1c.



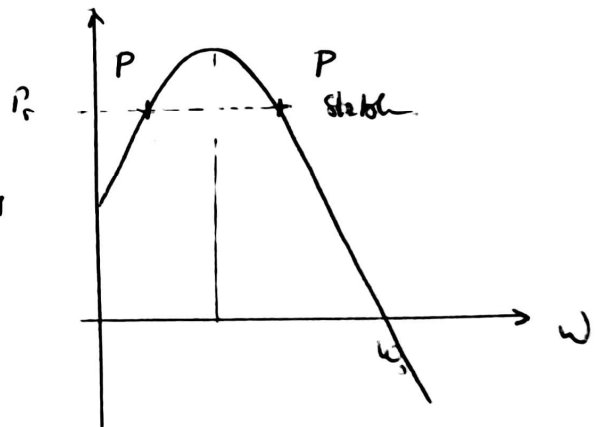
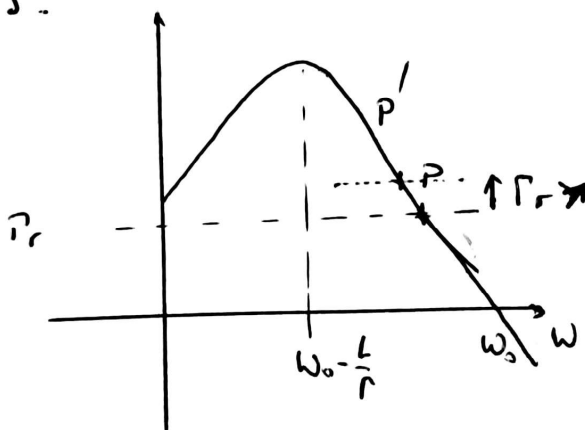
La vitesse angulaire ω_p apparaît donc comme une
 vitesse de rotation stable.

E2. Si on charge davantage le moteur le couple résistant va augmenter.



Le nouveau point de fonctionnement est P' la vitesse de rotation va diminuer.

E3.



Si $\omega_p \in [\omega_0 - \frac{L}{r}, \omega_s]$
 A charge est
 * Si ω augmente légèrement
 alors $\Gamma_m \searrow$ $\Gamma_m - \Gamma_r$ devient < 0
 et ω diminue -
 (inverse! si ω diminue)

Variation de la charge.

Si la charge augmente $\Gamma_r \uparrow$ et $\Gamma_r > \Gamma_m$
 Donc $\omega \searrow$
 Dans $\omega \searrow$, $\Gamma_m \uparrow$ et on
 attendra un nouveau point
 de fonction.

Fonctionnement stable -

Si $\omega_p \in [0, \omega_0 - \frac{L}{r}]$
 A charge est
 * Si $\omega \uparrow$, alors $\Gamma_m \uparrow$ et
 $\Gamma_m - \Gamma_r > 0$ et ω augmentera
 encore plus, jusqu'à atteindre P_{stable} .
 Variation de la charge,
 Si la charge augmente $\Gamma_r \uparrow$ et $\Gamma_r > \Gamma_m$
 Donc $\omega \searrow$
 Dans $\Gamma_m \searrow$ et vitesse inférieure
 à Γ_r : le freinage et inductif
 et la rotation s'arrête.