

<p align="center">APPROCHE DOCUMENTAIRE N°3 Expérience de Stern et Gerlach</p>

PLAN

Introduction	page 2
A) Description du dispositif expérimental	page 2
A1) étude du four et du jet d'atomes	page 3
A2) étude du vide	page 4
A3) étude de l'aimant	page 4
B) Explication de l'expérience dans le cadre de la mécanique classique	page 4
B1) Force appliquée à l'atome	page 4
B2) étude de la trajectoire	page 5
B3) résultats attendus classiquement	page 5
C) résultats de l'expérience et enjeux	page 6
C1) Observation expérimentale quantification spatiale	page 6
C2) liens avec la mécanique quantique contemporaine :	page 7
C2a) rapport gyromagnétique :	page 7
C2b) Le moment cinétique, le nombre quantique magnétique : m	page 7
C2c) Application aux moments magnétiques, magnéton de Bohr, facteur de Landé	page 8
 Annexe introduction	 page 9
Annexe B2	page 10
Questions	page 11
Publication officielle de Stern et Gerlach (1922)	page 13
Tableau comparatif	page 17

APPROCHE DOCUMENTAIRE N°3

Expérience de Stern et Gerlach 1921

Otto Stern, physicien allemand 1888 - 1969

Walther Gerlach, physicien allemand 1889 - 1979

Introduction :

L'expérience montre que des milieux matériels peuvent être, au même titre que les « courants libres » \mathbf{j} qui parcourent des conducteurs, la source de champs magnétiques. On constate par exemple qu'un aimant cylindrique produit un champ en tout point semblable au champ extérieur d'un solénoïde circulaire (figure 1).

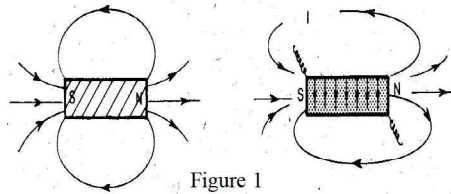


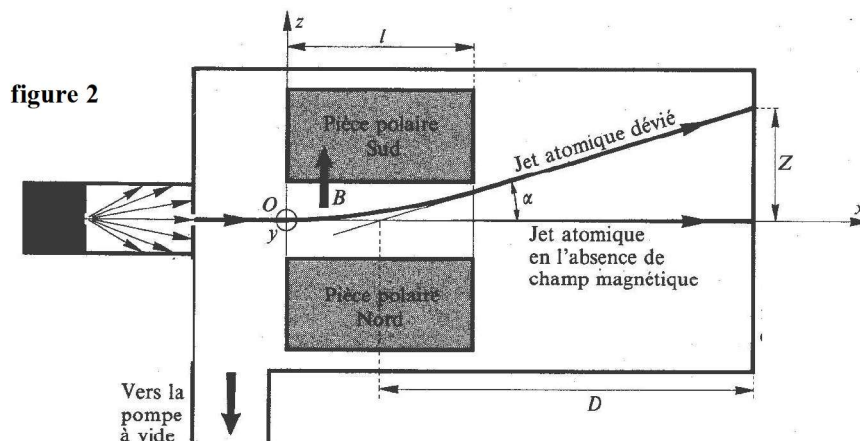
Figure 1

Ampère (André Marie Ampère, physicien français 1775 - 1836) suggéra en 1821 que de tels champs magnétiques avaient pour sources des boucles de courants (courants ampériens) liés à la structure des milieux. D'un point de vue macroscopique, considérer un milieu aimanté comme des distributions de dipôles magnétiques suffit à rendre compte d'un grand nombre de faits expérimentaux. Restait à comprendre la nature de ces dipôles magnétiques élémentaires ce qui ne pu être fait qu'au vingtième siècle grâce aux connaissances acquises sur la structure de l'atome et aux progrès technologiques. On peut penser dans une représentation simple et classique que les boucles de courant étaient les trajectoires « fermées » des électrons autour des noyaux, on parlera dans ce cas de **magnétisme orbital** (voir annexe « introduction p »). Nous verrons que cela est insuffisant pour tout expliquer.

Nous allons étudier un protocole expérimental permettant la mesure directe d'une composante du moment magnétique atomique à l'aide d'un champ magnétique fortement inhomogène à l'échelle de l'atome : c'est l'expérience de Stern et Gerlach.

A) Description du dispositif expérimental :

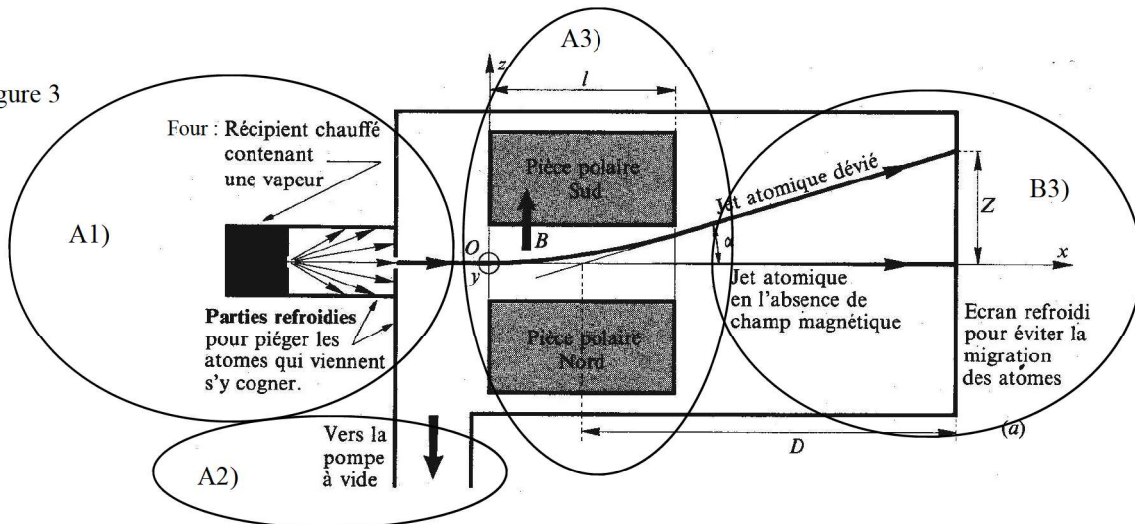
Le schéma de l'expérience est reporté sur la figure 2 ci-dessous. Il s'agit dans un premier temps de fabriquer un jet atomique quasi unidirectionnel et homocinétique. De le faire passer dans une zone où règne un champ magnétique inhomogène et ainsi dévier le jet. Puis après une évolution libre de mesurer sa déviation Z sur un écran.



Pour rendre la figure 2 plus claire, l'échelle n'est pas respectée, les dimensions perpendiculaires au jet sont exagérées.

Classifions les différentes zones intervenant successivement dans cette expérience :

figure 3



Pour des raisons de disponibilité, de conservation (métal noble) il a été choisi de prendre des atomes d'argent dont on peut donner quelques paramètres :

- la température de fusion est $T_f = 960^\circ\text{C}$
- de taille $R_{\text{Ag}} = 1,5 \cdot 10^{-10}\text{m}$
- $Z=47$, $A=107$
- $P_v = 10^{-2}\text{Pa}$ pression de vapeur à $t=1000^\circ\text{C}$
- $M=107\text{g}$

A1) étude du four et du jet d'atomes

Les premiers éléments à prendre en compte sont le four et le sélecteur de vitesse. L'argent est déposé dans le four puis chauffé sous vide jusque

$t=1000^\circ\text{C}$ (état liquide),

la pression d'équilibre devient $P_v = 10^{-2}\text{Pa}$.

La vitesse quadratique moyenne est de $u = (3kT/m)^{1/2} \approx 500\text{m/s}$

Une des parois est munie d'un trou dont le diamètre est de l'ordre de $D_t \approx 10\mu\text{m}$, on supposera que de l'autre côté le vide est assez poussé pour que les particules s'échappant par ce premier trou n'ont de choc qu'avec la paroi de l'enceinte de cette zone qui va constituer le « sélecteur de vitesse ». Une partie des atomes constituant la vapeur générée dans le four s'échappe en permanence par l'orifice percé dans la paroi, il pénètre dans le sélecteur de vitesse où leur trajectoire est rectiligne et uniforme. A l'autre extrémité du « sélecteur » un second trou est aménagé de même taille que le premier, la distance entre l'entrée et la sortie est de l'ordre de $L=10\text{cm}$. On sélectionne ainsi les atomes dont le vecteur vitesse est aligné avec la droite joignant les deux trous. Après ce second diaphragme, le jet atomique pénètre dans la « grande enceinte » où agira un champ magnétique B . On admettra que la vitesse la plus probable dans un jet tel qu'il est confectionné est la vitesse quadratique moyenne dans la vapeur initiale :

$$V_p = u = (3kT/m)^{1/2} \approx 500\text{m/s}$$

Afin que les atomes qui heurtent les parois du « sélecteur » ne viennent après leur rebond perturber les atomes se dirigeant vers le second trou, on « piège » ces atomes sur la paroi en la refroidissant $T_{\text{paroi}} < -70^\circ\text{C}$. Le système de refroidissement n'est pas représenté sur la figure, Stern et Gerlach avaient choisi la neige carbonique. La technique des jets atomiques a été mise au point par le physicien français Dunoyer en 1911 mais les températures de refroidissement étaient assez limitées. Le jet ainsi obtenu même s'il est assez bien directif, *il n'est pas totalement homocinétique*.

L'angle au sommet du cône décrivant le jet atomique vaut : $\alpha = 10^{-4}$ rad c'est l'ouverture angulaire géométrique du jet pénétrant dans la zone de mesure. On peut montrer que le calcul classique n'est donc pas ici perturbé par les effets quantiques. Nous vérifierons que l'ouverture géométrique du faisceau ne gênera pas les résultats expérimentaux.

A2) étude du vide

Prenons pour ordre de grandeur de la taille globale de l'enceinte la valeur $d = 1\text{m}$. Sur cette longueur de parcours il ne faut pas que les atomes subissent de choc avec d'autres. Ainsi il faut que le libre parcours moyen \underline{l} soit de l'ordre de d .

$$\underline{l} = d = 1\text{m}$$

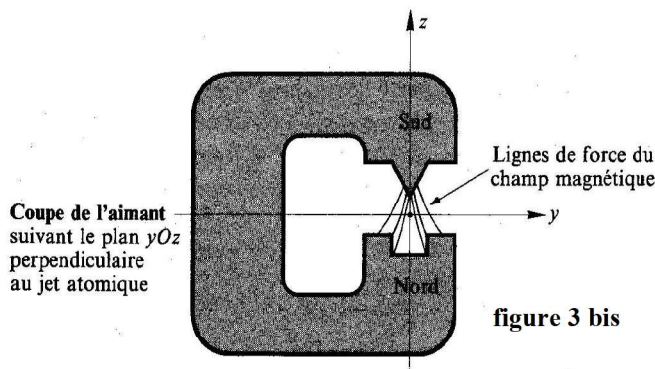
Cette expérience nécessite donc des techniques de refroidissement et du vide remarquablement performantes, elle n'aurait pas pu être mise au point 10 ans plus tôt !

A3) étude de l'aimant

En réalité c'est d'un électroaimant dont il s'agit car il faut pouvoir enlever ou appliquer le champ pour étalonner l'appareil. Dans toute la suite il sera dénommé « aimant ».

On a placé dans l'enceinte à vide un aimant qui crée un champ magnétique \mathbf{B} perpendiculaire au jet atomique et dont les pièces polaires sont allongées parallèlement à la direction du jet de façon que

le champ soit appliqué au jet sur une longueur suffisante l pendant un temps suffisant $\tau = l/V_p$ (nous verrons que l sera de l'ordre de $\approx 10\text{cm}$ et donc $\tau = 5 \cdot 10^{-4}$ s). On a donné aux pièces polaires de l'aimant une forme particulière telle que le « gradient de champ magnétique » soit particulièrement important. Si on se réfère à la figure 3bis, les lignes de champ tracées montrent que le champ magnétique est plus intense au voisinage de la pièce polaire pointue qu'au voisinage de l'autre.



B) Explication de l'expérience dans le cadre de la mécanique classique :

B1) Force appliquée à l'atome :

Dans les expériences décrites sur le magnétisme jusque cette date, il était justifié de supposer que les champs magnétiques \mathbf{B} utilisés étaient uniformes au moins à l'échelle des dimensions atomiques par conséquent on ne tenait compte que du moment résultant : $\Gamma = \mu_{\text{ato}} \wedge \mathbf{B}$ mais aucune ne permettait la mesure directe de μ_{ato} . Si on utilise au contraire un champ \mathbf{B} inhomogène à l'échelle de l'atome, les forces magnétiques auront une résultante non nulle :

$$\mathbf{F} = (\mu_{\text{ato}} \cdot \text{grad}) \mathbf{B}$$

De la déviation des atomes nous pourrions tirer une mesure du moment magnétique μ_{ato}

La force \mathbf{F} n'est expérimentalement observable que si elle agit durant un temps assez long. Par suite (comportement de μ_x et μ_y et topologie de \mathbf{B} choisie) seule importe la valeur moyenne de F_z au

cours du temps : $\langle F_z \rangle = m_z \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z}$

L'observation du déplacement d'un atome sous l'action d'un champ magnétique inhomogène peut donc fournir une mesure de la composante longitudinale m_z (parallèle au champ **B**) de son moment magnétique. Tel est le principe de l'expérience de Stern et Gerlach.

B2) Etude de la trajectoire :

Vus les calculs précédents, seule $\langle F_z \rangle = m_z \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z}$ agit en moyenne sur le jet atomique qui arrive aligné avec l'axe des « x », la trajectoire aura lieu dans le plan xOz, la force est constante donc ce sera un arc de parabole : (voir annexe B2)

$$Z = \langle F_z \rangle lD / (mV_p^2) = \langle F_z \rangle lD / (3kT) = m_z \cdot lD / (3kT) \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

Toutes les quantités qui figurent dans cette expression sont connues exceptée m_z . La mesure du déplacement Z du point d'impact du jet atomique permet donc de calculer la composante longitudinale m_z du moment magnétique atomique.

Nous pouvons maintenant justifier les ordres de grandeurs choisis pour D dimension de l'enceinte et l taille de l'aimant (voir annexe B2)

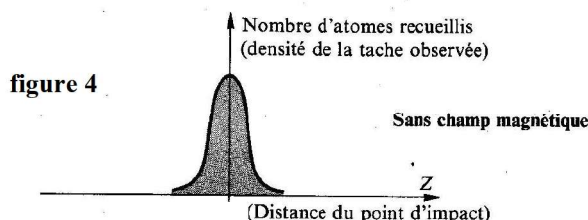
L'observation de la déviation du jet atomique doit se faire sur un temps assez long afin que la tache formée par un très grand nombre d'atome au point d'impact du jet sur l'écran soit visible, il faut refroidir la paroi (neige carbonique) pour empêcher la migration des atomes après l'impact par diffusion, le temps de pose était de plus de 4 heures.

B3) Résultats attendus classiquement :

Dans un premier temps, en l'absence de **B**, il n'y aura aucune déviation du jet et donc l'impact aura lieu autour de $Z = 0$ avec un étalement qui sera lié à l'ouverture géométrique du faisceau :

L'étalement de cette tache est du entre autre à :

- L'incertitude sur le module de la vitesse
- L'incertitude sur la direction de la vitesse
- La diffusion lente car refroidie des traces d'impacts sur l'écran



En présence de **B**

Si l'on suppose l'équilibre thermique atteint dans le four à vapeur atomique, le vecteur moment dipolaire \mathbf{m} est statistiquement uniformément distribué en direction (il n'y a pas de champ magnétique **B** dans le four ni dans le sélecteur de vitesse). En sortant de la vapeur pour former le jet, les atomes ne subissent plus de chocs et restent dans l'état où ils se trouvaient à la sortie de la vapeur et pénètrent ainsi dans la zone où existe **B** !

Il est donc clair que m_z prend toutes les valeurs possibles grâce à l'agitation thermique entre $-m_{\max}$

et m_{\max} uniformément réparties :

$$-m_{\max} \leq m_z \leq m_{\max}$$

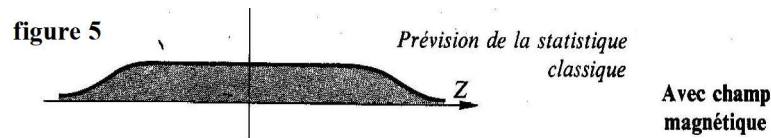
Donc nous devrions obtenir une répartition uniforme sur Oz des impacts entre $-Z_{\max}$ et $+Z_{\max}$ cette dernière correspondant à

$$m_z = m_{\max}, Z = Z_{\max}$$

D'autre part dans un atome « classique » tous les électrons ont un rôle équivalent ce qui permet de prévoir :

$$m_{\max} = Z^* m_{\text{élec}} \text{ où } Z^* \text{ est le numéro atomique}$$

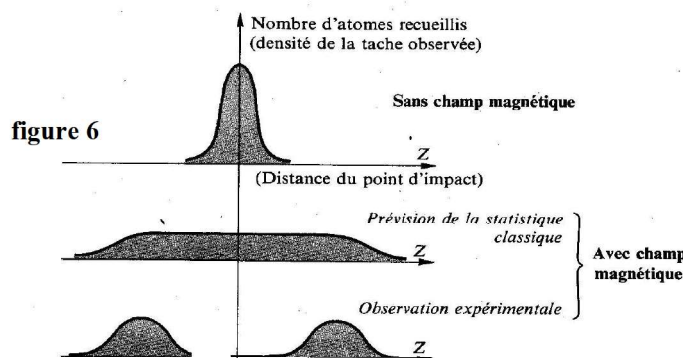
La tache pur Ag devrait être 47 fois plus étalée que pour H



C) résultats de l'expérience et enjeux

C1) Observation expérimentale quantification spatiale

En fait lorsque Stern et Gerlach font l'expérience avec des atomes d'argent, ils n'obtiennent pas une zone uniforme mais deux taches symétriques par rapport au point d'impact normal :



Contrairement à la prévision de la statistique classique, ils n'observent que deux valeurs de m_z :

- Seules deux valeurs symétriques de m_z sont observables
- La valeur $m_z = 0$ n'est pas obtenue (atomes d'argent)
- L'influence de Z^* n'est pas présente
- Les valeurs obtenues de m_z sont bien de l'ordre de grandeur attendu
- Si l'on effectue l'expérience sur d'autres atomes on observe toujours des taches séparées correspondant à des valeurs discrètes de m_z en progression arithmétique (régulièrement espacées)
- Les taches sont toujours réparties symétriquement par rapport au point d'impact normal, les valeurs possibles sont donc deux à deux égales et opposées

Cela signifie que l'orientation dans l'espace des vecteurs moments magnétiques en présence de \mathbf{B} ne peut être quelconque, mais que seules certaines orientations sont possibles. C'est ce qu'on appelle le phénomène de **quantification spatiale**.

La présence d'un champ **B** impose la quantification spatiale de m_z composante sur **B** des moments magnétiques des atomes.

C2) liens avec la mécanique quantique contemporaine :

C2a) rapport gyromagnétique :

La mécanique classique donne un lien de proportionnalité entre le moment magnétique et le moment cinétique orbital d'un électron de l'atome. Gardons la possibilité d'un tel lien entre moment cinétique et moment magnétique, on définit le rapport gyromagnétique γ par : (voir annexe introduction)

$$\mathbf{m} = \gamma \boldsymbol{\sigma}$$

Pour toute particule et quelle que soit l'origine du moment magnétique.

$$m_{\text{ato}} = \gamma \sigma_{\text{ato}} \quad \text{unité de } \gamma : \text{A.s.kg}^{-1}$$

La présence d'un champ **B** impose la quantification spatiale de m_z composante sur **B** des moments magnétiques des atomes. Le facteur gyromagnétique γ oblige la quantification spatiale de σ_z . Or la théorie quantique rend bien compte de la quantification spatiale de σ_z

C2b) Le moment cinétique, le nombre quantique magnétique : m

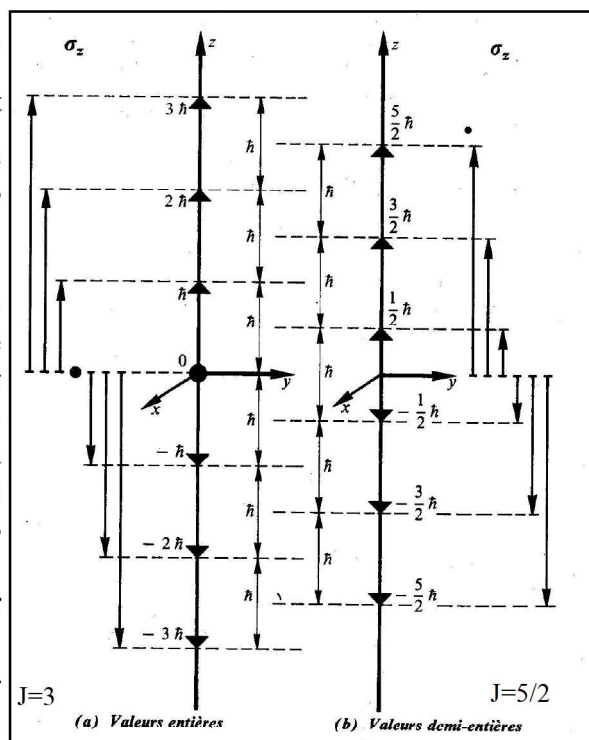
- Les diverses valeurs observables pour la composante σ_z du moment cinétique sur un axe différent entre elles de la quantité \hbar ou d'un multiple de \hbar ($\hbar = h/2\pi = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$; on remarquera que l'unité J.s est aussi l'unité de moment cinétique)
- Si une valeur est observable, la valeur opposée aussi
- Donc les observables de σ_z sont donnés par : $\sigma_z = m\hbar$ relation dans laquelle le nombre sans dimension m, appelé **nombre quantique magnétique** peut être suivant les cas :
Ou bien un nombre entier relatif, la valeur $\sigma_z = 0$ est alors observable
Ou bien un nombre demi-entier (la somme d'un entiers relatif et de la fraction 1/2), la valeur $\sigma_z = 0$ est alors impossible

On prendra soin de ne pas confondre : m nombre quantique magnétique, m la masse d'un atome et \mathbf{m} le moment magnétique de l'atome, à cette fin nous serons amenés souvent à noter m_J à la place du nombre quantique magnétique m s'il existe une ambiguïté.

Pour chaque système atomique il existe une valeur maximale de σ_z c'est-à-dire une valeur maximum du nombre quantique magnétique m. On désigne par J cette valeur maximum de m que l'on nomme nombre quantique de moment cinétique. La connaissance de J caractéristique d'un état atomique suffit à déterminer complètement toutes les valeurs observables de la composante $\sigma_z = m\hbar$ de son moment cinétique :

Ou bien J est entier ; les valeurs de m_J sont entières, leur nombre est impair et $\sigma_z = 0$ est observable

Ou bien J est demi-entier, les valeurs de m_J sont demi-entières, leur nombre est pair et $\sigma_z = 0$ n'est pas observable.



Dans tous les cas le nombre de valeurs observables de m_J c'est-à-dire le nombre de valeurs de σ_z comprises entre $+J$ et $-J$ est $2J+1$.

C2c) Application aux moments magnétiques, magnéton de Bohr, facteur de Landé :

On passe du moment cinétique au moment magnétique en multipliant par le rapport gyromagnétique or la mécanique classique donne comme valeur de γ lorsqu'il s'agit du moment cinétique orbital et du moment magnétique correspondant à cette « boucle de courant » :

$\gamma_o = -e/2m_e$ où m_e est la masse de l'électron, c'est un indicateur de la valeur réelle de γ

Nous prendrons $\gamma = g \gamma_o = -ge/2m_e$ où g est le facteur de Landé pour généraliser

$$m_{\text{ato}} = \gamma \sigma_{\text{ato}} \text{ donc } m_z = \gamma \sigma_z \text{ or } \sigma_z = m_J \hbar \text{ donc } m_z = -g e/2m_e m_J \hbar$$

On notera : $\mu_B = \hbar e/2m_e$ le magnéton de Bohr

$$\mu_B = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ A.m}^2$$

On aura ainsi : $m_z = -g m_J \mu_B$

Pour revenir sur l'expérience de Stern et Gerlach, pour les atomes d'argent on n'observe seulement deux taches donc

$$2J+1 = 2 ; \text{ soit } J = 1/2$$

Si d'autre part on mesure précisément les deux valeurs de m_z on trouve :

$$m_z = +\mu_B \text{ ou } m_z = -\mu_B \text{ or : } m_J = 1/2 \text{ ou } m_J = -1/2$$

Donc $g = 2$ pour les atomes d'argent

C'est plus que perturbant car l'atome d'argent contient 47 électrons, les moments sont additifs, tout se passe comme si un seul électron participait au moment magnétique et pour une demi-part !!!

On obtient exactement les mêmes résultats avec les atomes de cuivre, d'or, de sodium, de potassium ainsi que d'hydrogène.

En conclusion

- l'expérience de Stern et Gerlach permet la mesure du nombre quantique de moment cinétique J ainsi que le facteur de Landé g des atomes étudiés.
- Tous les électrons ne participent pas au moment magnétique total, ni au moment cinétique total.
- Il n'y a pas que les grandeurs orbitales puisque l'on trouve g différent d'un nombre entier.

Les explications quantiques seront :

- La structure électronique des atomes en couches, une couche complète participant pour 0
- La notion de spin attaché à toute particule, un moment cinétique intrinsèque σ_s dont il existe deux familles : les fermions de spin demi-entier et les bosons de spin entier !
- Le moment cinétique d'une collectivité est la somme des moments orbitaux et des moments de spin...

Annexe « introduction »

1) Moment magnétique orbital de l'atome :

Vue de loin une « petite spire parcourue par un courant i » possède un moment magnétique \mathfrak{m} défini par :

$$\mathfrak{m} = iS \text{ (unité : A.m}^2\text{)}$$

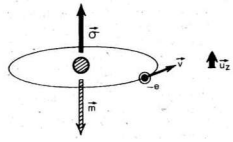
On peut bien sûr généraliser cette définition pour toute distribution de courant (\mathbf{j} , \mathbf{j}_s , i , $q \mathbf{v}$), le domaine de sommation étant la distribution finie dont on désire exprimer le moment magnétique :

$$\mathfrak{m} = 1/2 \iiint \mathbf{r} \wedge \mathbf{j} \, d\text{vol}, \quad \mathfrak{m} = 1/2 \iint \mathbf{r} \wedge \mathbf{j}_s \, d\text{surf}, \quad \mathfrak{m} = 1/2 i \oint \mathbf{r} \wedge d\mathbf{r}, \quad \mathfrak{m} = 1/2 \sum \mathbf{r}_n \wedge q_n \mathbf{v}_n$$

selon que la distribution est volumique, surfacique, filiforme ou discrète. On peut remarquer que si la distribution est filiforme : $\mathfrak{m} = 1/2 i \oint \mathbf{r} \wedge d\mathbf{r} = \mathfrak{m} = i \oint d\mathbf{S} = iS$ comme attendu ! Appliquons cela à la collectivité des électrons constituant un atome. Ils ont tous la même charge $q = -e$ ce qui donne

$$\mathfrak{m}_{\text{ato}} = -e/2 \sum \mathbf{r}_n \wedge \mathbf{v}_n$$

Selon le modèle de Bohr (Niels Bohr, physicien danois 1885 - 1962), **une** orbite électronique circulaire de rayon « r » décrite à la vitesse angulaire ω possède un moment magnétique :



$$\mathfrak{m} = -e/2 r^2 \omega \mathbf{u}_z \quad (\text{relation 1})$$

donnez un ordre de grandeur de \mathfrak{m}

Le moment cinétique de ce même électron sera :

$$\sigma = m r^2 \omega \mathbf{u}_z$$

(relation 2)

On remarque ici que pour un électron on a :

$$\mathfrak{m} = -e/(2m) \sigma$$

Le moment cinétique associé à la collectivité d'électrons constituant un atome sera donc :

$$\sigma_{\text{Ato}} = m \sum \mathbf{r}_n \wedge \mathbf{v}_n$$

On peut donc généraliser le lien existant entre le moment atomique orbital et le moment cinétique d'un atome :

$$\mathfrak{m}_{\text{ato}} = -e/(2m) \sigma_{\text{ato}} \quad (\text{relation 2})$$

2) Rapport gyromagnétique, facteur de Landé (Alfred Landé, physicien américain d'origine germanique 1888 - 1976)

Il est habituel de définir $\gamma = -e/(2m)$ le rapport gyromagnétique entre σ et \mathfrak{m} pour les électrons de telle sorte que :

$$\mathfrak{m}_{\text{ato}} = \gamma \sigma_{\text{ato}} \quad (\text{relation 3}) \quad \text{unité de } \gamma : \text{C.kg}^{-1}$$

Remarque 1 : il eût été plus normal d'appeler γ rapport magnétogyrique mais la tradition a fixé la dénomination gyromagnétique !

Remarque 2 : si l'on choisit de réduire les moments au barycentre de l'atome (le noyau), le moment cinétique σ d'un électron est constant au cours de son mouvement orbital (force centrale) on en déduit que le moment magnétique \mathfrak{m} correspondant est lui aussi constant!

On admettra que qualitativement les expériences confirment largement l'existence d'un lien entre le moment magnétique et le moment cinétique d'un atome :

- on peut mettre en rotation un corps en modifiant son aimantation : effet Einstein - de Haas 1908 (Albert Einstein, physicien américain d'origine allemande 1879 - 1955) (Wander J de Haas, physicien néerlandais 1878 - 1960).

- réciproquement, on peut aimanter un corps en le mettant en rotation : effet Barnett 1914 (Barnett, physicien américain)

En revanche quantitativement les mesures du coefficient de proportionnalité entre σ_{ato} et m_{ato} (rapport gyromagnétique γ) n'est pas toujours vérifié ! On en rend compte en introduisant un facteur correctif à la relation 3, on nomme g facteur de Landé. On notera donc de manière pragmatique :

$$m_{\text{ato}} = -g e/(2m) \sigma_{\text{ato}} \text{ (relation 4)}$$

g est le facteur de Landé (nombre neutre) et varie entre 1 et 2 selon la structure de l'atome (résultat expérimental)

$$\gamma = -g e/(2m) ; g \text{ est inclus dans le rapport gyromagnétique}$$

Conclusion partielle :

Le modèle classique de la structure de l'atome donne un facteur de Landé $g=1$ ce qui est en contradiction avec l'expérience. C'est la manifestation de la limite de la physique classique, seule la physique quantique donnera une description correcte des résultats expérimentaux. Pire ! L'échec de la physique classique est total, on peut en effet démontrer qu'un système en équilibre thermique et obéissant aux lois de la mécanique classique doit être totalement dépourvu de toute propriété magnétique macroscopique ! Ce théorème « saisissant » montre que le magnétisme de la matière sous toutes ses formes est un phénomène purement quantique !!!

Remarquons que les résultats précédents sont obtenus non pas à partir de mesures directes des moment atomiques mais à partir de valeurs moyennées sur l'ensemble du corps.

FIN annexe « introduction »

Annexe B2

$$x = V_p t ; z = 1/2 \langle F_z \rangle / m t^2 ; t = \tau = l/V_p \text{ en sortie d'aimant}$$

$$\text{tg}(\alpha) = dz/dx = \langle F_z \rangle l / (m V_p^2)$$

On sait que la tangente à la parabole au point d'abscisse l coupe la tangente à l'origine au point d'abscisse $l/2$. Si, comme sur la figure 3 on nomme D la distance de l'écran au milieu de l'entrefer leur point d'impact se trouve déplacé de la distance :

$$Z = \langle F_z \rangle l D / (m V_p^2) = \langle F_z \rangle l D / (3kT) = \frac{\partial B_z}{\partial z} m_z . l D / (3kT)$$

Evaluons maintenant les dimensions de l'enceinte D et de l'aimant l

(nous avons convenu $D=1\text{m}$ et $l=10\text{cm}$) afin d'avoir confortablement Z de l'ordre $Z=1\text{cm}$!

- $\frac{\partial B_z}{\partial z} = 400 \text{ T/m}$

- $T = 1300\text{K}$

Evaluons un ordre de grandeur de m_z . Au sein d'une assemblée de moment magnétiques identiques et parallèles, le champ B créé est :

$$B = \mu_0 n m$$

Or $B = 1,5 \text{ T}$ au mieux pour le fer doux ; $M_{\text{Fe}} = 56 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$; $\rho = 7900 \text{ kg/m}^3$;

$$n = \rho N_A / M_{\text{Fe}} = 7,9 \cdot 10^{28} \text{ ato/m}^3$$

$$m = 1,5 \cdot 10^{-23} \text{ A.m}^2 ; Z = \frac{\partial B_z}{\partial z} m_z . l D / (3kT)$$

$$l D = Z 3kT / (m_z \frac{\partial B_z}{\partial z}) = 7 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \text{ soit } D = 1\text{m} \text{ et } l = 0,1 \text{ m comme prévu !}$$

L'ouverture géométrique du faisceau évaluée en A1) amène une incertitude sur la position de l'impact sur l'écran de sortie. Evaluons δZ :

$$\delta Z = D D_t / L = 10^{-4} \text{ m} \ll Z$$

$$\delta Z / Z = 0,01 \text{ soit } 1\%$$

Questions sur le documents

1) Moment magnétique et facteur de Landé :

Q1) Démontrez la relation 1 et la relation 2 dans : annexe « introduction » page 9

Q2) En vous aidant des données page 3 et en admettant que la densité volumique de moment dipolaire $M = B_{\text{saturation}} / \mu_0$ déterminez un ordre de grandeur de m ainsi que son unité.

Q3) Retrouvez l'unité de γ indiquée dans annexe « introduction » §2) page 9 et calculez sa valeur.

2) Etude du jet atomique :

Q4) Explicitiez le calcul donnant l'ouverture géométrique α page 4

Q5) Calculez la longueur d'onde de de Broglie associée au jet atomique en sortie de four

Q6) En déduire le demi-angle d'ouverture du faisceau du à la diffraction et conclure.

3) Etude de la pression :

La relation entre la section efficace de choc σ , le libre parcours moyen \underline{l} et n le nombre d'atomes par m^3 est:

$$\sigma n \underline{l} = 1$$

Q7) Déterminez n (atomes par m^3) afin d'avoir un libre parcours moyen \underline{l} de l'ordre de 1m.

Q8) Sachant que $P = 1/3 n m u^2$, en déduire la pression maximale que doit imposer la pompe.

Q9) En comparant avec la pression de vapeur saturante conclure quant aux interactions existant entre les atomes dans ce jet. On choisit une pression 10 fois plus faible (justifiez), donnez sa valeur.

4) Champ magnétique :

Q10) Pourquoi le terme : « gradient de champ magnétique » est il entre des guillemets dans §A3 page 4.

Schématisons la géométrie par celle de la figure 4

- Prenons le petit rayon $R_p = 1\text{mm}$

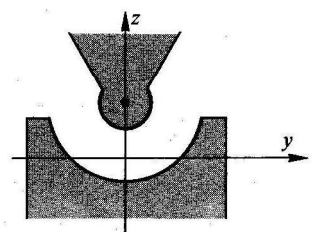


Figure 4

- Prenons le grand rayon $R_g = 4\text{mm}$
- Admettons que le champ B (induction magnétique) que l'on sait fabriqué au mieux est de $B_p = 1,5\text{T}$ au voisinage de R_p

Q11) Déterminez B_g en R_g par la conservation du flux magnétique.

Q12) En déduire un ordre de grandeur de la valeur absolue de $\frac{\partial B_z}{\partial z}$

Q13) Déterminez un ordre de grandeur de la variation de B_z sur une distance de la taille d'un atome.

5) Force magnétique :

Q14) Explicitez les composantes cartésiennes de cette force en utilisant l'expression de la page 4.

Q15) Justifiez la relation : $\text{rot}(\mathbf{B})=0$.

Q16) En déduire F_z en fonction de m et de \mathbf{B} .

Q17) En appliquant le théorème du moment cinétique montrez que m décrit un cône autour de Oz

avec une vitesse angulaire Ω et exprimez Ω en fonction de γ et de \mathbf{B} .

Q18) Justifiez numériquement que τ (durée de "voyage" le long de l'aimant) $\ll T_0$ (période de rotation autour de Oz).

Q19) Vérifiez que le poids est bien négligeable.

6) Application finale :

Avec les atomes de thallium on obtient également **deux** taches

Q20) donnez J

mais cette fois les mesures donnent :

$$m_z = +1/3 \mu_B \text{ ou } m_z = -1/3 \mu_B$$

Q21) Déterminez g le facteur de Landé pour les atomes de thallium.

Vous trouverez ci-après le texte officiel (en allemand) publié par Stern et Gerlach en 1922.

Zeitschrift für Physik 9 (1922) 349

Der experimentelle Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld.

Von **Walther Gerlach** in Frankfurt a. M. und **Otto Stern** in Rostock.

Mit sieben Abbildungen. (Eingegangen am 1. März 1922.)

Vor kurzem¹⁾ wurde in dieser Zeitschrift eine Möglichkeit angegeben, die Frage der Richtungsquantelung im Magnetfeld experimentell zu entscheiden. In einer zweiten Mitteilung²⁾ wurde gezeigt, daß das normale Silberatom ein magnetisches Moment hat. Durch die Fortsetzung dieser Untersuchungen, über die wir uns im folgenden zu berichten erlauben, wurde die Richtungsquantelung im Magnetfeld als Tatsache erwiesen.

Versuchsanordnung. Methode und Apparatur waren im allgemeinen die gleichen wie bei unseren früheren Versuchen. Im einzelnen wurden jedoch wesentliche Verbesserungen³⁾ vorgenommen, welche wir in Ergänzung unserer früheren Angaben hier mitteilen. Der Silberatomstrahl kommt aus einem elektrisch geheizten Öfchen aus Schamotte mit einem Stahleinsatz, in dessen Deckel zum Austritt des Silberstrahls eine 1 mm² große kreisförmige Öffnung sich befand. Der Abstand zwischen Ofenöffnung und erster Strahlenblende wurde auf 2,5 cm vergrößert, wodurch ein Verkleben der Öffnung durch gelegentlich aus dem Öfchen spritzende Silbertröpfchen wie auch ein zu schnelles Zuwachsen durch das Niederschlagen des Atomstrahls verhindert wurde. Diese erste Blende ist annähernd kreisförmig und hat eine Fläche von $3 \cdot 10^{-3}$ mm². 3,3 cm hinter dieser Lochblende passiert der Silberstrahl eine zweite spaltförmige Blende von 0,8 mm Länge und 0,03 bis 0,04 mm Breite. Beide Blenden sind aus Platinblech. Die Spaltblende sitzt am Anfang des Magnetfeldes. Die Öffnung der Spaltblende liegt unmittelbar über der Schneide *S* (vgl. hierzu Fig. 1) und ist zur ersten Lochblende und zur Ofenöffnung so justiert, daß der Silberstrahl parallel der 3,5 cm langen Schneide verläuft. Unmittelbar am Ende der Schneide trifft der Silberatomstrahl auf ein Glasplättchen, auf dem er sich niederschlägt.

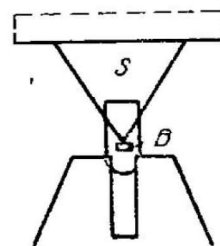


Fig. 1.

¹⁾ O. Stern, ZS. f. Phys. 7, 249, 1921.

²⁾ W. Gerlach u. O. Stern, ebenda 8, 110, 1921.

³⁾ Diese konnten in gemeinsamer Arbeit während der Weihnachtsferien ausgearbeitet und erprobt werden. Die endgültigen Versuche mußten infolge Wegganges des einen von uns (St.) von Frankfurt von dem anderen (G.) allein ausgeführt werden.

Die beiden Blenden, die beiden Magnetpole und das Glasplättchen, sitzen in einem Messinggehäuse von 1 cm Wandstärke starr miteinander verbunden, so daß ein Druck der Pole des Elektromagneten weder eine Deformation des Gehäuses noch eine Verschiebung der relativen Lage der Blenden, der Pole und des Plättchens verursachen kann.

Evakuiert wird wie bei den ersten Versuchen mit zwei Volmer-schen Diffusionspumpen und Gaede-Hg-Pumpe als Vorpumpe. Bei dauerndem Pumpen und Kühlen mit fester Kohlensäure wurde ein Vakuum von etwa 10^{-5} mm Hg erreicht und dauernd gehalten.

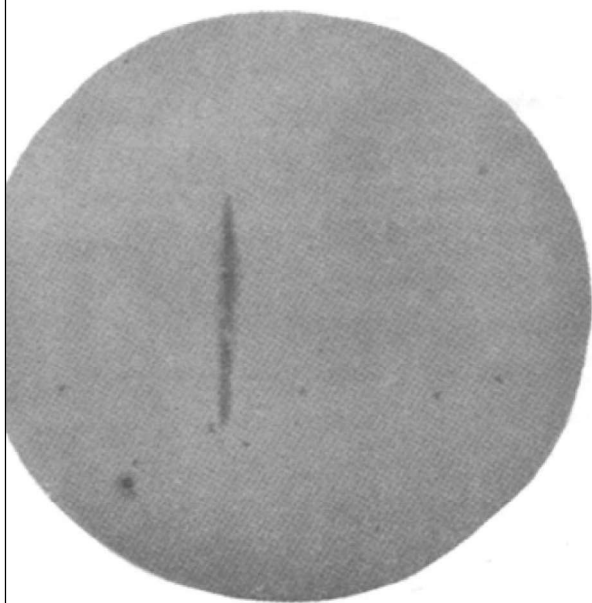


Fig. 2.

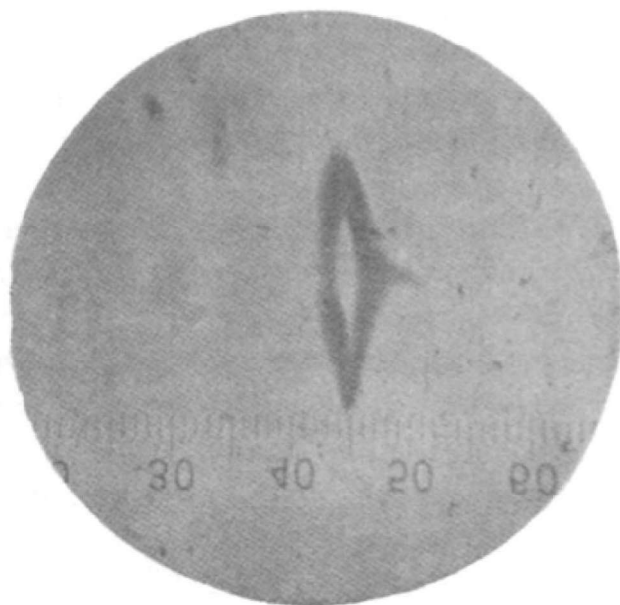


Fig. 3.

Die „Belichtungszeit“ wurde auf acht Stunden ohne Unterbrechung ausgedehnt. Aber auch nach achtstündiger Verdampfung war wegen der sehr engen Blenden und der großen Strahllänge der Niederschlag des Silbers auf der Auffangeplatte noch so dünn, daß er — wie früher mitgeteilt — entwickelt werden mußte.

Ergebnisse. Fig. 2 gibt zunächst eine Aufnahme mit $4\frac{1}{2}$ stündiger Bestrahlungszeit ohne Magnetfeld; die Vergrößerung ist ziemlich genau 20fach. Die Ausmessung des Originals im Mikroskop mit Okularmikrometer ergab folgende Dimensionen: Länge 1,1 mm, Breite an der schmalsten Stelle 0,06 mm, an der breitesten Stelle 0,10 mm. Man sieht, daß der Spalt nicht ganz genau parallel ist. Es sei aber darauf hingewiesen, daß die Figur den Spalt selbst in 40facher Vergrößerung darstellt, da das „Silberbild“ des Spaltes schon doppelte Dimension hat; es ist schwierig, einen solchen Spalt in einer Fassung von wenigen Millimetern herzustellen.

Fig. 3 gibt eine Aufnahme bei achtstündiger Belichtungszeit mit Magnetfeld in 20facher Vergrößerung (20 Skt. des Skalenbildes = 1 mm). Es ist dies die am besten gelungene Aufnahme. Zwei andere Aufnahmen ergaben in allen wesentlichen Punkten das gleiche Ergebnis, jedoch nicht mit dieser vollkommenen Symmetrie. Es muß hier gesagt werden, daß eine sichere Justierung so kleiner Blenden auf optischem Wege sehr schwierig ist, daß zur Erzielung einer so vollkommen symmetrischen Aufnahme wie in Fig. 3 schon etwas Glück gehört; Falschstellungen einer Blende um wenige hundertstel Millimeter genügen schon, eine Aufnahme völlig zum Scheitern zu bringen.

Die Ergebnisse der zwei anderen Versuche seien schematisch in Fig. 4a und 4b gegeben. Bei Fig. 4a verlief der Silberstrahl absichtlich in etwas größerer Entfernung von der Schneide als in dem Versuch der Fig. 3. Die Spaltblende war hier nicht vollständig „ausgefüllt“.



Fig. 4a.



Fig. 4b.

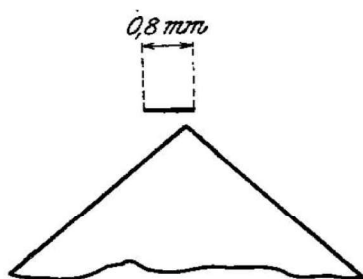


Fig. 4c.

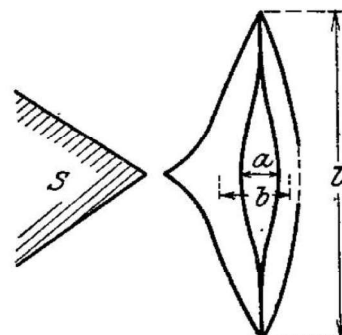


Fig. 5.

Bei Fig. 4b war auf derselben Platte ein Niederschlag eines Versuches ohne Feld und mit Feld; der Strahl ging sehr nahe an der Schneide vorbei, war aber in Richtung senkrecht zum Feld um etwa 0,3 mm verschoben (Fig. 4c). Bezüglich der Klarheit der Bilder, der vollständigen Aufspaltung und aller anderen Einzelheiten stehen aber auch diese Aufnahmen der in Fig. 3 wiedergegebenen in nichts nach.

Die Aufnahmen zeigen, daß der Silberatomstrahl im inhomogenen Magnetfeld in der Richtung der Inhomogenität in zwei Strahlen aufgespalten wird, deren einer zum Schneidenpol hingezogen, deren anderer vom Schneidenpol abgestoßen wird. Die Niederschläge zeigen folgende Einzelheiten (vgl. hierzu die schematische Fig. 5).

a) Die Dimensionen des Originals wurden im Mikroskop bestimmt: Länge l 1,1 mm, Breite a 0,11 mm, Breite b 0,20 mm.

b) Die Aufspaltung des Atomstrahles im Magnetfeld erfolgt in zwei diskrete Strahlen. Es sind keine unabhängigen Atome nachweisbar.

c) Die Anziehung ist etwas stärker als die Abstoßung. Die angezogenen Atome kommen näher an den Pol und damit in Zonen größerer Inhomogenität, so daß die Ablenkung während des Vorbeifliegens immer größer wird. Fig. 3 und 4b zeigen die ganz beträchtlich erhöhte Ablenkung direkt an der Schneide des einen Magnetpoles. In unmittelbarer Nähe der Schneide wird die Anziehung sehr groß, so daß die zur Schneide zeigende scharf zugespitzte Ausbuchtung entsteht.

d) Die Breite der abgelenkten Streifen ist größer als die Breite des unabgelenkten Bildes. Letzteres ist einfach das auf das Glasplättchen von der Blende B_1 aus projizierte Bild der Spaltblende B_2 . Der abgelenkte Streifen wird infolge der Geschwindigkeitsverteilung der Silberatome verbreitert.

e) Dieser Umstand verschärft den Nachweis dafür, daß unabgelenkte Atome nicht in merkbarer Menge vorhanden sind [vgl. b)]. Denn der Nachweis der auf kleiner Fläche zusammenfallenden unabgelenkten Atome ist viel empfindlicher als der auf breiterer Fläche auseinandergezogenen abgelenkten Atome. Die Stellung der magnetischen Achse senkrecht zur Feldrichtung scheint somit nicht vorhanden zu sein.

Wir erblicken in diesen Ergebnissen den direkten experimentellen Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld.

Eine ausführliche Darstellung der Versuche und Resultate unserer bisherigen kurzen Mitteilungen wird in den Annalen der Physik erscheinen, sobald wir auf Grund genauerer Ausmessungen der Inhomogenität des Magnetfeldes eine quantitative Angabe der Größe des Magnetons machen können.

Den für diese Versuche benötigten Elektromagneten beschafften wir mit Mitteln aus einer Stiftung des Kaiser Wilhelm-Instituts für Physik, dessen Direktor, Herrn A. Einstein, auch hier unser herzlichster Dank ausgesprochen werden soll. Ferner danken wir der Vereinigung von Freunden und Förderern der Universität Frankfurt a. M. ergebenst für die reichen Mittel, die sie uns so bereitwillig zur Weiterführung der Versuche zur Verfügung gestellt hat.

Frankfurt a. M. und Rostock i. M., im Februar 1922.

Comparaison entre l'étude menée et les valeurs retenues par Sten et Gerlach

	Notre étude	Stern et Gerlach
Réfrigérant		Acide carbonique
Pression p	10^{-5} Torr	10^{-5} Torr
Espacement des diaphragmes L	10cm	3,3cm
Diamètre des trous D	10 μ m	Diamètre 30 μ m Longueur 0,8mm
Longueur de l'aimant l	10cm	3,5cm
Distance entre écran et milieu de l'aimant D	1m	1/2= 1,75cm
Durée des mesures (exposition)		4 heures 30 minutes
observation	Directe, visuelle	Utilisation microscope X20 (beam); x40 (split)
Écartement prévu, split	Z=1cm	Recherchez dans le texte les valeurs de « a » et « b » définis sur la figure 5 du texte officiel

Refaites une estimation du split Z_{SG} de l'expérience de Stern et Gerlach en utilisant les paramètres de leur expérience.

Les valeurs sont elles compatibles ?