

Pression de radiation (Cercle 111 2001)

a. $\vec{E}_i = E_0 e^{i(\omega t - kx)} \vec{u}_y$

$$\vec{B}_i = \frac{1}{c} \vec{u}_x \wedge \vec{E}_i = \frac{E_0}{c} e^{i(\omega t - kx)} \vec{u}_z$$

b. Le miroir plan étant considéré comme parfaitement réfléchissant, il n'y a pas d'onde transmise dans le métal

(milieu 2), soit $\vec{E}_2 = \vec{0}$ et $\vec{B}_2 = \vec{0}$

① $\vec{E}_i \uparrow$
 $\vec{B}_i \odot$

$\vec{k}_i = +k\vec{u}_x$

$\vec{k}_r = -k\vec{u}_x$

$\vec{E}_r \uparrow$
 $\vec{B}_r \odot$

$\vec{k}_r = -k\vec{u}_x$

② La continuité de la composante tangentielle

de $\vec{E}$ implique l'existence d'une onderéfléchie ($\vec{E}_r, \vec{B}_r$) de sorte que le

champ total dans le vide (milieu 1)

$\vec{E}_1 = \vec{E}_i + \vec{E}_r$

$\vec{E}_1 = \vec{E}_i + \vec{E}_r$

$\vec{E}_r = -E_0 e^{i(\omega t + kx)} \vec{u}_y$

$\vec{B}_r = \frac{1}{c} (-\vec{u}_x) \wedge \vec{E}_r$

$\vec{B}_r = \frac{E_0}{c} e^{i(\omega t + kx)} \vec{u}_z$

$\vec{E} = \vec{E}_i + \vec{E}_r = E_0 [\cos(\omega t - kx) - \cos(\omega t + kx)] \vec{u}_y$

$\vec{B} = \vec{B}_i + \vec{B}_r = \frac{E_0}{c} [\cos(\omega t - kx) + \cos(\omega t + kx)] \vec{u}_z$

$\vec{B} = \frac{2E_0}{c} \cos \omega t \cos kx \vec{u}_z$

$\vec{B} = \frac{2E_0}{c} \cos \omega t \cos kx \vec{u}_z$

$\vec{B} = \frac{2E_0}{c} \cos \omega t \cos kx \vec{u}_z$

$\vec{B} = \frac{2E_0}{c} \cos \omega t \cos kx \vec{u}_z$

$\vec{B} = \frac{2E_0}{c} \cos \omega t \cos kx \vec{u}_z$

$\vec{B} = \frac{2E_0}{c} \cos \omega t \cos kx \vec{u}_z$

$\vec{B} = \frac{2E_0}{c} \cos \omega t \cos kx \vec{u}_z$

$\vec{B} = \frac{2E_0}{c} \cos \omega t \cos kx \vec{u}_z$

$\vec{B} = \frac{2E_0}{c} \cos \omega t \cos kx \vec{u}_z$

$\vec{B} = \frac{2E_0}{c} \cos \omega t \cos kx \vec{u}_z$

$\vec{B} = \frac{2E_0}{c} \cos \omega t \cos kx \vec{u}_z$

Chaque photon transportant l'énergie $h\nu$, il y correspond un nombre moyen de photons par unité de volume

$$n = \frac{E_0 E_0^2}{4\gamma}$$

Pour l'onde incidente seule,
$$u_0 = \langle \frac{\epsilon_0 E_i^2}{2} + \frac{B_i^2}{2\mu_0} \rangle = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2} \langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle + \frac{E_0^2}{2c^2 \mu_0} \langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle$$

$$u_0 = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2} \text{ associé à } n_0 = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2h\nu} ; n = 2n_0$$

c. Les photons percutant S entre t et t+dt sont ceux qui sont associés à l'onde incidente et qui à l'instant t se trouvent dans le cylindre de volume dV = S c dt

Leur nombre est $dN = n_0 S c dt$

La variation de q_{tot} de m d'un photon car $\vec{q}_1 = -\frac{2h\nu}{c} \vec{u}_x$
" " " des photons car : $\vec{q}_2 = dN \cdot \vec{q}_1 = -2n_0 S h\nu dt \vec{u}_x$

Par conservation de la q_{tot} de m_{tot} totale (ou ACP- réact), la variation de q_{tot} de m_{tot} du miroir (transféré par les p au miroir) est $-d\vec{q}_0 = +2n_0 S h\nu dt \vec{u}_x$
Soit une force sur la paroi $-d\vec{q}_0/dt = 2n_0 h\nu \cdot S \vec{u}_x$
 $\epsilon_0 \epsilon_0^2$ d'après b.

Finalement : $\vec{F}_{\text{photons} \rightarrow S} = \epsilon_0 E_0^2 S \vec{u}_x$, correspondant à une pression : $P = \epsilon_0 E_0^2 = u$

d. $\text{div} \vec{E} = 0$ $\text{div} \vec{B} = 0$ $\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$
D'où $\text{rot} \text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} [\text{rot} \vec{B}] = -\frac{\partial}{\partial t} [\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}]$
 $\text{grad} \text{div} \vec{E} - \Delta \vec{E} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

$$\vec{\Delta E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

On cherche une solution de la forme $\vec{E} = \vec{E}_2 e^{i(\omega t - Kx)} \vec{u}_y$
Il vient :

$$(-iK)^2 \vec{E}_2 = \epsilon_0 \mu_0 (i\omega)^2 \vec{E}_2 + \mu_0 \gamma i\omega \vec{E}_2 \quad K^2 = \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 - i\omega \mu_0 \gamma$$

$$\gamma \gg \epsilon_0 \omega \Rightarrow K^2 = -i\omega \mu_0 \gamma$$

$$K = \pm \frac{1-i}{\sqrt{2}} \sqrt{\mu_0 \gamma \omega}$$

car : $-i = e^{-i\pi/2} = (e^{-i\pi/4})^2 = \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2$ $K = \pm (\alpha - i)$ avec $\alpha = \sqrt{\frac{\mu_0 \gamma \omega}{2}}$

La solution - conduit à un champ en $e^{\alpha x} e^{i(\omega t + \alpha x)}$
correspondant à une propagation dans le sens des $x \downarrow$. En ne
considérant que la propagation dans le sens des $x \uparrow$:

$$K = \alpha - i \text{ avec } \alpha = \sqrt{\frac{\mu_0 \gamma \omega}{2}}$$

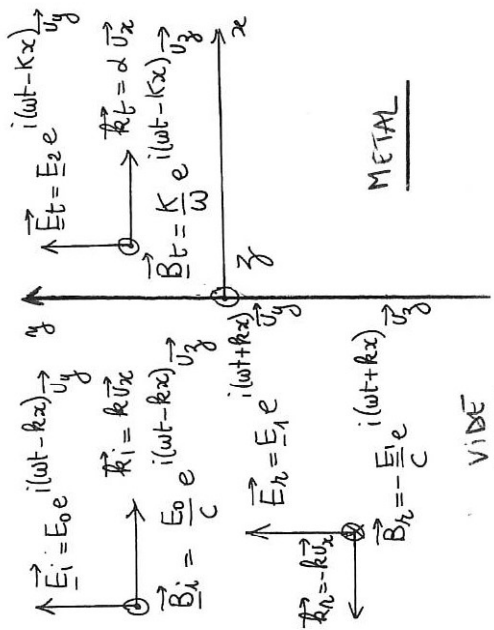
$\vec{B}$ vérifie $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\text{rot} \vec{E} = -iK \vec{u}_x \wedge \vec{E} = iK \vec{E}_2 e^{i(\omega t - Kx)} \vec{u}_z$

$$\vec{B} = \frac{iK}{i\omega} \vec{E}_2 e^{i(\omega t - Kx)} \vec{u}_z + \vec{\Phi}(x, y, z) = \frac{\vec{\Phi}}{\omega} \text{ car on cherche une onde.}$$

$$\vec{B} = \frac{K}{\omega} \vec{E}_2 e^{i(\omega t - Kx)} \vec{u}_z$$

La continuité des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ en $x=0$ conduit à :

$$\begin{cases} \vec{E}_0 + \vec{E}_1 = \vec{E}_2 \\ \frac{\vec{E}_0}{c} - \frac{\vec{E}_1}{c} = \frac{K}{\omega} \vec{E}_2 \end{cases}$$



$$\text{D'où } \vec{E}_2 = \frac{2\vec{E}_0}{1 + c \frac{K}{\omega}} = \frac{2\vec{E}_0}{1 + \frac{\alpha c}{\omega} - \frac{i\alpha c}{\omega}} = \frac{2\vec{E}_0 \left[1 + \frac{\alpha c}{\omega} + i \frac{\alpha c}{\omega} \right]}{\left(1 + \frac{\alpha c}{\omega} \right)^2 + \frac{\alpha^2 c^2}{\omega^2}}$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_2 e^{-\alpha x} e^{i(\omega t - \alpha x)} \vec{u}_y \quad \alpha \vec{E} = \gamma \vec{E}_t$$

$$\vec{E}_t = \frac{2\vec{E}_0 e^{-\alpha x}}{1 + \frac{2\alpha c}{\omega} + \frac{\alpha^2 c^2}{\omega^2}} \left[\left(1 + \frac{\alpha c}{\omega} \right) \cos(\omega t - \alpha x) - \frac{\alpha c}{\omega} \sin(\omega t - \alpha x) \right] \vec{u}_y$$

$$\vec{B}_t = \frac{\alpha - i}{\omega} \vec{E}_2 e^{-\alpha x} e^{i(\omega t - \alpha x)} \vec{u}_z \quad \text{Après calcul :}$$

$$\vec{B}_t = \frac{\alpha}{\omega} \frac{2\vec{E}_0 e^{-\alpha x}}{1 + \frac{2\alpha c}{\omega} + \frac{\alpha^2 c^2}{\omega^2}} \left[\left(1 + \frac{2\alpha c}{\omega} \right) \cos(\omega t - \alpha x) + \sin(\omega t - \alpha x) \right] \vec{u}_z$$

La force moyenne s'exerçant sur $d\tau = dS dx$ vaut :

$$\langle d^3 \vec{p} \rangle = \langle \rho \vec{E}_t + \vec{j} \wedge \vec{B}_t \rangle d\tau = \gamma \vec{E}_t$$

Après calcul :

$$\langle d^3 \vec{p} \rangle = \frac{\alpha}{\omega} \frac{2\gamma \vec{E}_0^2 e^{-2\alpha x}}{1 + \frac{2\alpha c}{\omega} + \frac{\alpha^2 c^2}{\omega^2}} dS dx \vec{u}_z$$

$$\langle d^3 \vec{p} \rangle = \int_{x=0}^{\infty} \langle d^3 \vec{p} \rangle = \frac{2\gamma \vec{E}_0^2}{1 + \frac{2\alpha c}{\omega} + \frac{\alpha^2 c^2}{\omega^2}} \frac{\alpha}{\omega} \left[\int_0^{\infty} e^{-2\alpha x} dx \right] dS \vec{u}_z = \frac{1}{2\alpha} dS \vec{u}_z$$

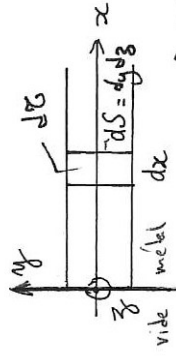
$$d^3 \vec{p} = \frac{\gamma}{\omega} \frac{\vec{E}_0^2}{1 + \frac{2\alpha c}{\omega} + \frac{\alpha^2 c^2}{\omega^2}} dS \vec{u}_z$$

(comme $\alpha = \sqrt{\frac{\mu_0 \gamma \omega}{2}}$, on a $\alpha c / \omega = \sqrt{\gamma / 2\epsilon_0} \gg 1$ (car $\gamma \gg 1$))

donc $d^3 \vec{p} \approx \frac{\gamma}{\omega} \frac{\vec{E}_0^2}{2 \times \gamma / 2\epsilon_0} dS \vec{u}_z = \epsilon_0 \vec{E}_0^2 dS \vec{u}_z$

$$I = \epsilon_0 \vec{E}_0^2$$

! En outre cette formule
est valable si $\gamma \rightarrow \infty$ (ou a même $\lim_{\gamma \rightarrow \infty} \epsilon_0 \vec{E}_0^2 = \lim_{\gamma \rightarrow \infty} \frac{P}{f}$)



$d^3 \vec{p}$ can
proportionnelle
à $dy dz$